PhD tézis

# Hálózat-alapú irányíthatósági és megfigyelhetőségi elemzés, szenzorok és beavatkozók optimális elhelyezése

DOI:10.18136/PE.2020.739

Leitold Dániel

Témavezetők:
Dr. Abonyi János, DSc
Dr. Fogarassyné dr. Vathy Ágnes, PhD

Informatikai Tudományok Doktori Iskola
Pannon Egyetem

Veszprém

2020

# Hálózat-alapú irányíthatósági és megfigyelhetőségi elemzés, szenzorok és beavatkozók optimális elhelyezése

Az értekezés doktori (PhD) fokozat elnyerése érdekében készült a Pannon Egyetem Informatikai Tudományok Dokotori Iskolája keretében

Írta: Leitold Dániel
Témavezetők: Dr. Abonyi János, Dr. Fogarassyné dr. Vathy Ágnes

Elfogadásra javaslom (igen / nem) _____

Dr. Abonyi János

Elfogadásra javaslom (igen / nem) _____

Dr. Fogarassyné dr. Vathy Ágnes

A jelölt a doktori szigorlaton _____ %-ot ért el.

Veszprém, _____ _____

a Szigorlati Bizottság elnöke

Az értekezést bírálóként elfogadásra javaslom:

Bíráló neve: _____ (igen / nem)

_____

(aláírás)

Bíráló neve: _____ (igen / nem)

_____

(aláírás)

A jelölt az értekezés nyilvános vitáján _____ %-ot ért el.

Veszprém, _____ _____

a Bíráló Bizottság elnöke

A doktori (PhD) oklevél minősítése: _____ (_____ %)

Veszprém, _____ _____

az EDHT elnöke

# Kivonat

Az elmúlt évtizedben a dinamikus rendszerek hálózat tudomány-alapú elemzése szélesen alkalmazott módszerré vált. A rendszer matematikai gráfként való kezelése lehetővé tette számos hálózat-alapú módszer alkalmazását, továbbá olyan centralitás és osztályozást jellemző mérőszámok kiszámítását amelyek képesek a rendszer viselkedését karakterizálni és leírni.

Dolgozatom alapgondolata, hogy a komplex rendszerek dinamikus tulajdonságai hatékonyan kimutathatóak annak strukturális, hálózat tudomány-alapú elemzésével. További célom volt bizonyos dinamikus viselkedések meghatározása, melyek hálózati motifok meglétéhez köthetők.

Dolgozatom első fejezetében röviden bemutatom a módszertant, amely a dinamikus rendszerek hálózat-alapú reprezentálásával határozza meg a bemenetek és kimenetek pozícióját úgy, hogy azok számát is minimalizálja. Ezt követően bemutatom a módszertan tudományos hatását és alkalmazhatóságát.

A második fejezetben a dinamikus rendszerek hálózat-alapú reprezentációjának strukturális elemzésével foglalkozom és olyan motifokat határozok meg, amelyek a dinamikus rendszerek esetében jellemzőek, míg a nem dinamikus rendszert leíró hálózatokból hiányoznak. Kimutatom továbbá a motifok megjelenésének köszönhető drasztikus csökkenést a bementek és kimenetek számában.

A harmadik fejezetben a dinamikus rendszerek bemeneti és kimeneti konfigurációinak fejlesztésével foglalkozom. Öt módszert mutatok be, amely a feltárt hálózati motifoknak megfelelően csökkenti a hálózat relatív fokszámát.

A negyedik fejezetben korreláció-elemzést végzek a hálózat-alapú reprezentáció strukturális tulajdonságai és a rendszer dinamikus viselkedése között. Az elemzés több mint 600 hőcserélő hálózatot foglal magába.

Végezetül bemutatom az Octave és MATLAB kompatibilis eszköztárat, amely alkalmas a korábbi fejezetekben bemutatott elemzések elvégzésére. A fejlesztett funkciók egy mesterséges példán keresztül kerülnek bemutatásra, amivel követhető módon kerül bemutatásra a strukturális és dinamikai tulajdonságok közötti kapcsolat, továbbá kiemeli a különbséget a centralitás mértékek jelentése között.

A kifejlesztett algoritmusok alkalmazhatóságát jól ismert benchmark példákon keresztül ismertetem. A javasolt algoritmusok bemutatását több mint 50 ábrával és több mint 200 hivatkozással támogatom, amelyek jó áttekintést adnak a dinamikus rendszerek hálózat tudomány-alapú elemzéséről, illetve további olvasmányt ad kutatóknak és hallgatóknak egyaránt. A javasolt eszköztárhoz tartozó állományok elérhetőek az alábbi weboldalon: www.abonyilab.com.

# Abstract

Network science for the analysis of dynamical systems has become a widely applied methodology over the last decade. Representing the system as a mathematical graph enables several network-based methods to be applied and centrality and clustering measures calculated to characterise and describe the behaviour of dynamical systems.

The key idea of this thesis is that the dynamical properties of complex systems can be determined by the effective calculation of specific structural features by network science-based analysis. Furthermore, certain dynamical behaviours can be originated from the existence of specific motifs in the network representation.

In the first chapter of the thesis, I provide a brief introduction to the methodology that utilises the network science-based representation of dynamical systems to determine the location of the inputs and outputs such that their cardinality is also minimised. Then, I also expound on the scientific impact and main applications of the methodology.

In the second chapter, I deal with the structural analysis of the network-based representation of dynamical systems and I define those motifs that are specific to dynamical systems but not presented in other benchmark examples. I also present the significant reduction in the number of necessary inputs and outputs according to the presence of these motifs.

In the third chapter, I deal with the improvement of the input and output configurations of dynamical systems, and present five methods that can be used to decrease their relative degree according to the revealed motifs of the networks.

In the fourth chapter, I analyse the correlation between the structural properties of network-based representations and dynamical behaviours of dynamical systems. The analysis involved more than 600 Heat Exchanger Networks.

Finally, I introduce an Octave- and MATLAB-compatible toolbox which is capable of conducting the analysis introduced in the previous chapters. I present the implemented functions in the form of an artificial example that clearly shows the connection between the structural as well as dynamical features and highlights the differences between the centrality measures.

I present the applicability of the developed algorithms in the form of well-known benchmark examples. I support the introduction of the proposed algorithms by in excess of 50 figures and more than 200 references that provide a good overview of the current state of the network science-based analysis of dynamical systems and suggest further reading material for researchers and students. The files of the proposed toolbox are downloadable from the website: www.abonyilab.com.

# Abstrakt

Die Netzwerkwissenschaft zur Analyse der dynamischen Systeme hat sich in den letzten zehn Jahren zu einer weit verbreiteten Methode entwickelt. Die Darstellung des Systems als mathematischer Graph ermöglicht die Anwendung verschiedener netzwerkbasierter Methoden und die Berechnung von Zentralitäts- und Clustering-Massnahmen zur Charakterisierung und Beschreibung des Verhaltens dynamischer Systeme.

Die Schlüsselidee dieser Arbeit ist, dass die dynamischen Eigenschaften komplexer Systeme durch die effektive Berechnung spezifischer Strukturmerkmale durch netzwerkwissenschaftliche Analyse bewiesen werden können. Darüber hinaus können bestimmte dynamische Verhaltensweisen auf das Vorhandensein bestimmter Motive in der Netzwerkdarstellung zurückzuführen sein.

Im ersten Kapitel der Arbeit gebe ich eine kurze Einführung in die Methodik, die die netzwerkwissenschaftliche Darstellung dynamischer Systeme nutzt, um den Ort der Ein- und Ausgänge zu bestimmen, sodass auch deren Kardinalität minimiert wird. Nächstens werde ich auch die wissenschaftlichen Auswirkungen und Hauptanwendungen der Methodik erläutern.

Im zweiten Kapitel beschäftige ich mich mit der Strukturanalyse der netzwerkbasierten Darstellung dynamischer Systeme und definiere diejenigen Motive, die für dynamische Systeme spezifisch sind, aber in anderen Benchmark-Beispielen nicht vorgestellt werden. Ich präsentiere auch die signifikante Reduzierung der Anzahl der erforderlichen Ein- und Ausgänge entsprechend dem Vorhandensein dieser Motive.

Im dritten Kapitel beschäftige ich mich mit der Verbesserung der Eingabe- und Ausgabekonfigurationen dynamischer Systeme und stelle fünf Methoden vor, mit denen ihr relativer Grad anhand der aufgedeckten Motive der Netzwerke verringert werden kann.

Im vierten Kapitel analysiere ich die Korrelation zwischen den strukturellen Eigenschaften netzwerkbasierter Darstellungen und dem dynamischen Verhalten dynamischer Systeme. Die Analyse umfasste mehr als 600 Wärmetauschernetzwerke.

Abschliessend stelle ich eine Octave- und MATLAB-kompatible Toolbox vor, mit der die in den vorherigen Kapiteln beschriebenen Analysen durchgeführt werden können. Ich präsentiere die implementierten Funktionen in Form eines künstlichen Beispiels, das den Zusammenhang zwischen strukturellen und dynamischen Merkmalen deutlich macht und die Unterschiede zwischen den Zentralitätsmassen hervorhebt.

Ich präsentiere die Anwendbarkeit der entwickelten Algorithmen in Form von bekannten Benchmark-Beispielen. Ich unterstütze die Einführung der vorgeschlagenen Algorithmen durch mehr als 50 Abbildungen und mehr als 200 Referenzen, die einen guten Überblick über den aktuellen Stand der netzwerkwissenschaftlichen Analyse dynamischer Systeme geben und Forschern und Studenten weiteres Lesematerial vorschlagen. Die Dateien der vorgeschlagenen Toolbox können von der folgenden Website heruntergeladen werden: www.abonyilab.com.

# Köszönetnyilvánítás

Mindenekelőtt szeretnék köszönetet mondani feleségemnek, Dórinak, aki támogatása nélkül nem jutottam volna el idáig. A sok segítsége, megértése, bíztatása és türelme a doktori tanulmányaim és a dolgozat írása alatt végig elkísért, és segítette munkámat.

Kiemelt köszönetet illeti témavezetőimet, Dr. Abonyi Jánost és Dr. Fogarassyné dr. Vathy Ágnest. Nem tudom kielégítően kifejezni hálámat nekik. Nem csak azokra az útmutatásokra gondolok, amelyeket doktori hallgatóként tanulmányaim során adtak, hanem az értékes élettapasztalatokra is. Sokat tanultam tőlük, és mindig rendkívül segítőkészek voltak, és előkészítették az utat számomra. Köszönöm a közös munka lehetőségét és a folyamatos szakmai támogatást!

Továbbá köszönöm a családomnak és a barátaimnak, Károlynak és Lászlónak, hogy mindvégig velem voltak. A pozitív hozzáállásuk és türelmük sokat segített a tanulmányaim elvégzésében, az értekezés megírásában és a diploma megszerzésében.

Ezúton is megragadom a lehetőséget, hogy köszönetet mondjak Dr. Süle Zoltánnak, Dr. Tuza Zsoltnak, Dr. Tar Józsefnek, és Dr. Szederkényi Gábornak. Rengeteg ötletet és segítséget nyújtottak nekem a tanulmányaim során és a dolgozat megírásában. Ezenkívül szeretnék köszönetet mondani a Rendszer- és Számítástudományi Tanszék, a Folyamatmérnöki Intézeti Tanszék és az Műszaki Informatikai Kar minden munkatársának, továbbá mindenkinek, aki segítette utamat, mint doktori hallgató.

# Tartalomjegyzék


**1 Bevezetés** . . . . . 1
1.1 Komplex rendszerek . . . . . 1
1.2 A hálózattudomány-alapú elemzések áttekintése . . . . . 2
1.2.1 A módszertan matematikai formalizálása . . . . . 4
1.2.2 Tudományos hatás a dinamikus rendszerek területén . . . . . 10
1.3 A dolgozat motivációja és felépítése . . . . . 14

**2 Az állapotváltozók közötti dinamikák, és azok hatása a strukturális irányíthatóságra és megfigyelhetőségre komplex hálózatokban** . . . . . 17
2.1 A módszertan kiértékelése . . . . . 17
2.2 Az állapotváltozók közötti kapcsolatotípusok . . . . . 18
2.3 A benchmark hálózatok kiértékelése . . . . . 21
2.4 A kapcsolattípusok hatása a működtetésre . . . . . 23
2.5 Konklúzió . . . . . 24
2.6 Kapcsolódó tézisek . . . . . 26
2.7 Kapcsolódó publikációk . . . . . 26

**3 A relatív fokszám csökkentése további beavatkozók és érzékelők optimális elhelyezésével** . . . . . 28
3.1 A szenzorelhelyezési probléma . . . . . 28
3.2 Relatív fokszám-alapú költségfüggvény . . . . . 30
3.3 Gyors és robusztus kimeneti konfiguráció tervezése . . . . . 32
3.3.1 Centralitás mértékek- és halmazlefedés-alapú módszerek . . . 32
3.3.2 Szimulált hűtés és fuzzy csoportosítás-alapú módszerek . . . . 34
3.4 Adaptálhatóság ellenőrzése . . . . . 38
3.4.1 Az esettanulmányok leírása . . . . . 38
3.4.2 Az optimalizáló algoritmusok teljesítménye . . . . . 39
3.4.3 Konvergencia elemzés . . . . . 43
3.5 Konklúzió . . . . . 47
3.6 Kapcsolódó tézisek . . . . . 48
3.7 Kapcsolódó publikációk . . . . . 48

**4 A hőcserélő hálózatok (HEN) dinamikai komplexitásának strukturális elemzése** . . . . . 50
4.1 A folyamatintegráció fontossága . . . . . 50
4.2 A hőcserélő hálózatok komplexitásának és működtetésének hálózat-alapú elemzése . . . . . 52
4.2.1 A hőcserélő hálózatok hálózati reprezentációi . . . . . 52
4.3 Tanulmányozott benchmark problémák . . . . . 58
4.3.1 A 9sp-al1 probléma elemzése . . . . . 62
4.3.2 A strukturális és dinamikus tulajdonságok közötti korreláció 67
4.4 Konklúzió . . . . . 69
4.5 Kapcsolódó tézisek . . . . . 70
4.6 Kapcsolódó publikációk . . . . . 70

**5 Összefoglalás** . . . . . 72

**A A kapcsolattípusok hatása** . . . . . 75
A.1 A path-finding módszer . . . . . 75
A.2 A tanulmányozott hálózatok . . . . . 76
A.3 Az alkalmazott hálózatokhoz generált mérőszámok . . . . . 78

**B A relatív fokszám csökkentése további beavatkozókkal és érzékelőkkel** 83
B.1 Az esettanulmányok részletei . . . . . 83
B.2 Az esettanulmányok hálózati reprezentációi . . . . . 85
B.3 Konvergenciaelemzés . . . . . 90
Irodalomjegyzék . . . . . 94

# Jelölésjegyzék, rövidítésjegyzék

## Jelölések

Állapottér reprezentáció

| | |
|---|---|
| $\boldsymbol{x}$ | állapotváltozók vektora |
| $\boldsymbol{u}$ | bemenetek vektora |
| $\boldsymbol{d}$ | zavarások vektora |
| $\boldsymbol{y}$ | kimenetek vektora |
| $\mathbf{A}$ | állapotátmeneti mátrix |
| $\mathbf{B}$ | bementi mátrix |
| $\mathbf{E}$ | zavarás mátrix |
| $\mathbf{C}$ | kimenet mátrix |
| $\mathbf{D}$ | feedthrough (vagy feedforward) mátrix |
| $\boldsymbol{b}^j$ | a $\mathbf{B}$ mátrix $j$. oszlopa |
| $\boldsymbol{c}_j$ | $\mathbf{C}$ mátrix $j$. sora |
| $C$ | irányíthatósági mátrix |
| $O$ | megfigyelhetőségi mátrix |
| $\mathbf{I}_N$ | $N \times N$ méretű egységmátrix |
| $N$ | állapotváltozók száma |
| $M$ | bemenetek száma |
| $K$ | kimenetek száma |
| $f$ | állapotátviteli függvény |
| $t$ | idő |

Hálózati reprezentáció

| | |
|---|---|
| $G(V,E)$ | a rendszer hálózati reprezentációja |
| $G^u$ | $G$ irányítatlan reprezentációja |
| $V$ | a rendszer hálózati reprezentációjának csúcsai |
| $E$ | az állapotváltozók közti kapcsolatok |
| $v_i$ | az $i$. csúcs az összes csúcs halmazából ($V$) |
| $e_i$ | az $i$. él az összes él halmazából ($E$) |

| | |
|---|---|
| $MM$ | maximális diszjunkt élhalmaz |
| $V(MM)$ | párosított csúcsok halmaza |
| $\overline{V(MM)}$ | párosítatlan csúcsok halmaza |
| $G_{SS}$ | SS-alapú gráf |
| $V_{SS}$ | SS-alapú reprezentáció csúcsai |
| $E_{SS}$ | SS-alapú reprezentáció élei |
| $G_{SM}$ | SM-alapú gráf |
| $V_{SM}$ | SM-alapú reprezentáció csúcsai |
| $E_{SM}$ | SM-alapú reprezentáció élei |
| $G_{DAE}$ | DAE-alapú gráf |
| $V_{DAE}$ | DAE-alapú reprezentáció csúcsai |
| $E_{DAE}$ | DAE-alapú reprezentáció élei |
| $V_{hs}$ | SM-alapú reprezentáció meleg áramainak csúcsai |
| $V_{cs}$ | SM-alapú reprezentáció hideg áramainak csúcsai |
| $V_{hp}$ | SM-alapú reprezentáció magasnyomású gőz csúcsa |
| $V_{cw}$ | SM-alapú reprezentáció hűtő vízének csúcsa |
| $E_{he}$ | SM-alapú reprezentáció hőcserélő élei |
| $E_{uh}$ | SM-alapú reprezentáció fűtő (utility heater) élei |
| $E_{uc}$ | SM-alapú reprezentáció hűtő (utility cooler) élei |

Konfiguráció kiterjesztések

| | |
|---|---|
| $N_R(i)$ | az $i$. csúcsból elérhető csúcsok halmaza |
| $Z_i$ | azon csúcsok halmaza, melyekhez csúcs $i$ a legközelebbi szenzor |
| $W_i$ | azon csúcsok halmaza, melyek elérhetők csúcs $i$-ből $r_{max}$ lépésben |
| $\mathcal{U}$ | az összes állapotváltozó halmaza |
| $C$ | a strukturális irányíthatósághoz szükséges beavatkozó (driver) csúcsok halmaza |
| $O$ | a strukturális megfigyelhetőséghez szükséges érzékelő (sensor) csúcsok halmaza |
| $J$ | a be-, és kimeneti konfigurációhoz tartozó beavatkozó, és érzékelő csúcshalmaz |
| $P$ | a $J$ csúcshalmaz által lefedett csúcsok halmaza |
| $Cc(i)$ | csúcs $i$ closeness centrality értéke |
| $Bc(i)$ | csúcs $i$ betweenness centrality értéke |
| $\sigma_{st}$ | legrövidebb utak száma csúcs $s$-től csúcs $t$-ig |
| $\sigma_{st}(i)$ | legrövidebb utak száma csúcs $s$-től csúcs $t$-ig, ami tartalmazza csúcs $i$-t |
| $K^+$ | további érzékelők száma |
| $\mathcal{L}$ | Lie derivált |
| $r_{i,j}$ | relatív fokszám $y_i$ és $u_j$ között |
| $r_i$ | $y_i$ relatív fokszáma |
| $r$ | a rendszer relatív fokszáma |
| $r_{max}$ | megengedett maximális relatív fokszám ($r$ felső korlátja) |
| $S$ | érzékelők halmaza |

| | |
|---|---|
| $S_f$ | fix érzékelő csúcsok halmaza |
| $S_c$ | jelölt érzékelő csúcsok halmaza |
| $\beta$ | a költségfüggvény súlyozó paramétere |
| $\Delta$ | a költségek közti különbség SA-ban |
| $T_{max}, T_{min}$ | maximális és minimum hőmérséklet SA-ban |
| $m_{max}, m_{min}$ | maximális és minimum fuzzy együttható SA-ban |
| $T^i$ | hőmérséklet az $i$. iterációban |
| $m^i$ | fuzzy együttható az $i$. iterációban |
| $\alpha$ | hőmérséklet csökkentő együttható |
| $\alpha_m$ | fuzzy együttható csökkentő együttható |
| $maxiter$ | az SA iterációinak száma |
| $R(s_j)$ | az $s_j$ érzékelő csoportjához tartozó csúcsok halmaza |
| $\mu_{i,j}$ | $x_j$ fuzzy tagsági függvény értéke $y_i$-hez |

Hálózati mértékek

| | |
|---|---|
| $n_i$ | csúcs $i$ súlya |
| $w_i$ | él $i$ súlya |
| $k_i^{out}, k_i^{in}, k_i$ | csúcs $i$ ki-, be- és egyszerű fokszáma |
| $\langle k_i \rangle$ | átlagos fokszám |
| $\ell_{ij}$ | csúcs $i$ és $j$ közti legrövidebb útvonal hossza |
| $\mathcal{D}$ | távolság mátrix |
| $TWC(G)$ | total walk count mértéke $G$ gráfra |
| $CNC(G)$ | coefficient of network complexity mértéke $G$ gráfra |
| $Ecc(i), Ecc(G)$ | csúcs $i$ eccentricitása $G$ gráfban |
| $W(G)$ | Wiener index $G$ gráfra |
| $AD(G)$ | A/D index $G$ gráfra |
| $BJ(G)$ | Balaban-J index $G$ gráfra |
| $CI(G)$ | connectivity index $G$ gráfra |
| $d_{max}$ | átmérő |

Hőcserélő hálózatok

| | |
|---|---|
| $T_{hi}$ | a hőcserélő meleg bemeneti áramának hőmérséklete |
| $T_{ci}$ | a hőcserélő hideg bemeneti áramának hőmérséklete |
| $T_{ho}$ | a hőcserélő meleg kimeneti áramának hőmérséklete |
| $T_{co}$ | a hőcserélő hideg kimeneti áramának hőmérséklete |
| $v_h$ | meleg áram áramlási sebessége |
| $v_c$ | hideg áram áramlási sebessége |
| $V_h$ | a hőcserélő meleg oldalának térfogata |
| $V_c$ | a hőcserélő hideg oldalának térfogata |
| $U$ | hőátadási együttható |
| $A$ | hőátadó terület |
| $c_{ph}$ | a meleg áram hőkapacitása |
| $c_{pc}$ | a hideg áram hőkapacitása |
| $\rho_h$ | a meleg áram sűrűsége |
| $\rho_c$ | a hideg áram sűrűsége |

| | |
|---|---|
| $U_{un}$ | egységek száma (hőcserélő, fűtő, hűtő) |
| $N_s$ | áramok száma |
| $L$ | független körök száma |
| $S$ | szeparált komponensek száma |
| $H$ | hőcserélők száma |

Víztartályok

| | |
|---|---|
| $A_i$ | az $i$. víztartály területe |
| $K_v$ | $i$. szelep állása (nyitva/zárva) |
| $F_i$ | az $i$. szelep áramlási sebessége |
| $x_i$ | az $i$. tartály vízszintje |

## Rövidítések

| | |
|---|---|
| ARR | analytical redundancy relation |
| CCF | Controllable Canonical Form |
| CFD | computational fluid dynamics |
| CLASA | Clustering Large Applications based on Simulated Annealing |
| CNC | coefficient of network complexity |
| CO | combinatorial optimisation |
| DAE | differential-algebraic system of equations |
| DN | distribution network |
| DRSA | dual representation simulated annealing |
| FDI | fault detection and isolation |
| GA | genetic algorithm |
| GD | Grid Diagram |
| GDFCM | Geodesic Distance-based Fuzzy $c$-Medoid Clustering method |
| GDFCMSA | Geodesic Distance-based Fuzzy $c$-Medoid Clustering method with Simulated Annealing |
| HEN | Heat Exchanger Network |
| HLMN | Human Liver Metabolic Network |
| HSCN | Human Signalling Cancer Network |
| LCC | longest control chain |
| LTI | linear time-invariant |
| mCLASA | modified Clustering Large Applications based on Simulated Annealing |
| MDS | minimum driver node set |
| MER | Maximum Energy Recovery or Minimum Energy Requirements |
| MIMO | multiple-input and multiple-output |
| MNA | Modified Nodal Analysis |
| ncRNA | nonprotein-coding ribonucleic acid |
| NOCAD | Network-based Observability and Controllability Analysis of Dynamical Systems |

| | |
|---|---|
| ODE | ordinary differential equation |
| OCF | Observable Canonical Form |
| OSLP | optimal sensor location problem |
| PEEC | partial element equivalent circuit |
| PFD | Process Flow Diagram |
| PI | Process Integration |
| PSO | Particle Swarm Optimisation |
| RI | resilience index |
| SA | simulated annealing |
| SCC | strongly connected components |
| SHM | Structural Health Monitoring |
| SM | streams and matches |
| SS | state-space approach |
| SVD | Singular Value Decomposition |
| TAC | total annualised cost |
| TCO | target control problem with objectives-guided optimisation |
| TOG | time-ordered graph |
| TWC | total walk count |

# Fejezet 1
# Bevezetés

**Absztrakt** A hálózattudomány-alapú megközelítések alkalmazása a dinamikus rendszerek területén számos új kutatási irányt hozott létre az elmúlt évtizedben. A módszertan lehetővé tette a rendszerek dinamikus tulajdonságainak értelmezését a hálózat-alapú ábrázolásban. Mivel ez a formális reprezentáció még nem került alkalmazásra a dinamikus rendszerek elemzésére és leírására során (például közösségi hálózatok, hivatkozási hálózatok vagy táplálékláncok), így ez a kiterjesztés tovább bővítette a hálózattudomány már így is nagyon izgalmas alkalmazási területét. Ebben a fejezetben bemutatom és áttekintem a módszertan tudományos hatását, valamint a dinamikus rendszerek szempontjából a legfontosabb alkalmazásokat és kutatási trendeket is.

## 1.1 Komplex rendszerek

Bár a komplex rendszerek kifinomult és kompakt meghatározása még nem ismeretes [99], ennek ellenére a kutatók gyakran alkalmazzák a kifejezést. Munkámhoz kapcsolódóan a komplex rendszerek meghatározását két részre osztom.

A komplexitást egyfelől a probléma nagysága hozhatja létre. A probléma méretének meg kell haladnia azt, amit kézzel, papíron vagy számítógépekkel numerikus integrációval kezelni lehet. Ezenkívül a méretnek kisebbnek kell lennie annál, amit csak hatalmas számokkal lehet leírni, így a statisztikai módszerekkel kezelhetők lennének, feltételezve, hogy a relatív szórás alacsony. Az igazi kihívás e két méret között található. A rugalmasságot a probléma nagysága szerint is megemlíthetjük, mivel nemcsak a probléma mérete lehet változékony, hanem a kombinatorikus lehetőségek száma is jelentősen megnőhet a probléma nagysága következtében. E megközelítés szerint munkám jóval nagyobb annál, minthogy tisztán, kézzel kezelhető legyen, mivel néhány hálózat több ezer csomópontot és élt tartalmaz.

A rendszerek bonyolultsága másfelől a komplex vagy bonyolult viselkedésből származhat, például a nemlineáris kapcsolásokból vagy késésekből, amelyek már

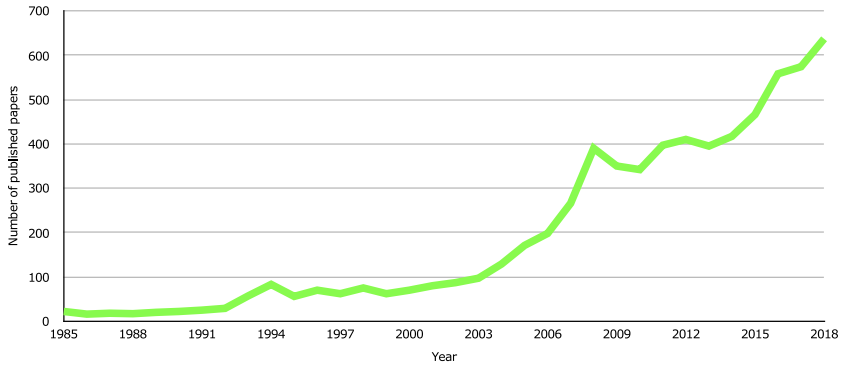
megjelenhetnek egy kisméretű rendszerben is. A nemlinearitás a legfontosabb alkalmazási területeken tud megjelenni, mint például az áramkörök területén [191] (vagy a Chua-Matsumoto modell [137]), a mechanika (pl. Sommerfeld effektusok [177]), kémiai folyamatok (pl. kémiai oszcillációk [224, 61, 190]), élettani modellek (pl. anesthesia modellek [179, 233] vagy neuronmodellek: Lapicque [100], Hodgkin-Huxley [85] vagy Nagumo [147] vagy a neuronok működése [69, 78]) vagy pénzügyi folyamatok területén [172], amelyek a Lorenz-modell periodikusan gerjesztett nemlineáris folyamataként viselkedhetnek[130].

A *dinamikus rendszer* kifejezés szintén gyakran jelenik meg dolgozatomban. A kifejezés magába foglalja a fent bemutatott komplex rendszereket, mint ahogy a mindennapi életünk részét képező rendszereket is, úgy, mint például vízforraló, autó, lift vagy repülőgép, amelyek szintén dinamikus rendszerek. Ezeknek a rendszereknek a többsége nemlineáris, de van, amelyik lineáris. Bár a nemlineáris rendszerek elemzése intenzíven kutatott terület Rudolf Kálmán 1960-as évekbeli munkája óta [90], munkámban a lineáris időinvariáns rendszerekre összpontosítok a fent bemutatott hatalmas rendszerosztályokon belül. Ennek ellenére a módszertan bevezetése után bemutatom a módszertan értelmezését a nemlineáris rendszerek esetére is.

## 1.2 A hálózattudomány-alapú elemzések áttekintése

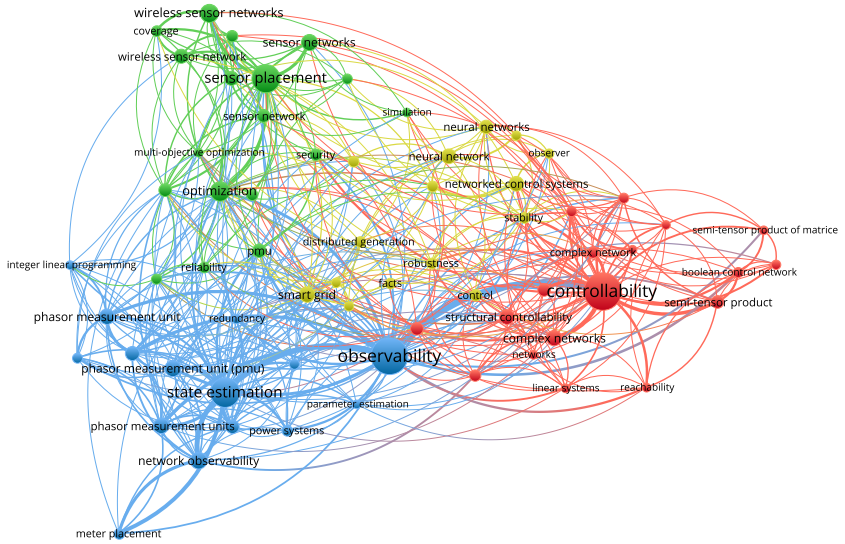
Manapság a komplex rendszerek hálózattudomány-alapú irányíthatóságának és megfigyelhetőségének elemzése a legtöbb kutató számára ismert. Néhány évtizeddel ezelőtt ez azonban nem volt jellemző. Az összekapcsolt rendszerekben az elemek közötti kapcsolatok fontossága egyre inkább a kutatások középpontjába került. A rendszerek komplex ábrázolásának elemzése új módszereket igényel, amelyek hatékonyan kezelik az ilyen bonyolultsági fokot. Nem véletlen, hogy Stephen W. Hawking (1942 - 2018) a kaliforniai San Jose-ban a The Mercury News-i interjújában 2000. januárjában kijelentette: Azt hiszem, hogy a következő évszázad a komplexitás évszázada lesz („I think the next century will be the century of complexity”). A hálózattudomány egy lehetséges válasz erre a kihívásra, mivel egy egyszerű, de nagyszerű eszközkészletet biztosít a rendszer elemei között megjelenő dinamika ábrázolásához és kezeléséhez. A módszertan sikere egyértelmű amit a területen közzétett cikkek száma is mutat, ahogy ez a 1.1. ábrán látható.

Annak ellenére, hogy Erdős és Rényi 1960-ban publikálták figyelemre méltó munkájukat [57], a siker inkább Barabási és munkatársai [17], illetve Liu és munkatársai nevéhez köthető [126]. Míg korábban a rendszereket csupán a matematikai gráfokkal elemezték mint összekapcsolt egyedek összessége, később, szintén a matematikai gráfokkal, viszont most már a hálózattudományt is felhasználva, a rendszerek dinamikai tulajdonságainak megértésére terelődött a hangsúly. Érdekes, hogy ez utóbbi megközelítés lényegét már 1974-ben ismertették [118]. Ennek következtében a módszer alkalmassá vált komplex és dinamikus rendszerek elemzésére, vizsgálatára.




**Ábra 1.1** A hálózattudomány-alapú irányíthatósági és megfigyelhetőségi elemzések területén publikált cikkek száma az elmúlt években.

A téma áttekintése céljából megvizsgáltam a legfontosabb és leginkább idézett cikkeket, amelyek a komplex rendszerek dinamikájával foglalkoznak. A fő kutatási területek meghatározásának céljából létrehoztam a szerzők által biztosított kulcsszavak hálózatát (1.2. ábra).




**Ábra 1.2** A hálózattudomány-alapú irányíthatósági és megfigyelhetőségi elemzések területén publikált cikkekhez tartozó kulcsszavak hálózata.

Mivel a hálózattudomány eszköztára nagyszerű alapot biztosít a komplex rendszerek ábrázolására, néhány áttekintő cikk is született a közelmúltban. Például a

hálózattanulmányt alkalmazták az idegenforgalom területén, és ennek előnyeit az Elba és Olaszország nevű esettanulmányok segítségével mutatták be [14]. Megjelent egy áttekintő cikk a hálózattudomány alkalmazhatóságáról a Geography and Regional Science területén [53]. A hálózattudomány előnyeit a bonyolult biológiai rendszerek tanulmányozásában szintén áttekintették [75]. Egy általánosabb áttekintés olyan tudományterületekre is kiterjedt, ahol a hálózattudomány lehetséges eszközeit és koncepcióit fejtették ki [59]. Noha ezek az áttekintések figyelemre méltóak és a hálózattudománnyal foglalkoznak, nem ölelik fel a dinamikus rendszerek irányíthatóságának és megfigyelhetőségének hálózattudomány-alapon vizsgáló módszertanát. A módszertan iránti óriási érdeklődés ellenére, csupán csak egy áttekintő cikk jelent meg [125], öt évvel a 2011-es alapvető cikk publikálása után. Ez a munka az elemzések fő területeit fedi le, nevezetesen a lineáris és nemlineáris rendszerek irányíthatóságát, a megfigyelhetőség elemzését, a trajektóriák és a kollektív viselkedés irányíthatóságát. Bár a cikk nagyon részletes, nem tartalmazza a legfrissebb eredményeket. Az alábbiakban egy rövid bevezetést követően összefoglalom a 2016 óta a területen elért eredményeket.

### 1.2.1 A módszertan matematikai formalizálása

Mit jelent, hogy egy szociális hálózat irányítható? A válasz a dinamikus rendszerek elemzésében keresendő. A dinamikus rendszereket azért alkották meg, hogy segítséget nyújtsanak mindennapi életünkben, pl. a gőzgép, a vízforraló és a lift. Valószínűleg ezeknek a rendszereknek a legfontosabb tulajdonságaik az irányíthatóság és megfigyelhetőség, amelyek lehetővé teszik a rendszerek kezelését és ellenőrzését. A hálózattudomány a maximális párosítás algoritmusát alkalmazza egy lineáris időinvariáns (LTI) rendszer bemeneteinek és kimeneteinek meghatározására a strukturális irányíthatóság és a strukturális megfigyelhetőség biztosítása érdekében. Egy LTI rendszert jellemzően az állapottér-reprezentációjával szokás matematikailag megadni, amely egy állapot egyenletet (1.1. egyenlet) és egy kimeneti egyenletet (1.2. egyenlet) tartalmaz. Bár az 1.1. és 1.2. egyenletek differenciálegyenletekként jelennek meg, mivel a módszer egyetlen követelménye a rendszer linearitása, a módszertan alkalmazható diszkrét idejű rendszereken is, amelyeket differenciaegyenletekkel lehet leírni. Más rendszerosztályokat itt nem ismertetek, mivel azok túlmutatnak a munkám keretein.

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \mathbf{A}\boldsymbol{x} + \mathbf{B}\boldsymbol{u}(+\mathbf{E}\boldsymbol{d}) \tag{1.1}$$

$$\boldsymbol{y} = \mathbf{C}\boldsymbol{x} + \mathbf{D}\boldsymbol{u} \tag{1.2}$$

Az állapottérbeli ábrázolásban $\boldsymbol{x}$ az állapotváltozókat, $\boldsymbol{u}$ a bemeneteket, $\boldsymbol{d}$ a zavarásokat, $\boldsymbol{y}$ pedig a kimeneteket jelenti. Az $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ és $\mathbf{E}$ mátrixok határozzák meg, hogy az állapotváltozók, a bemenetek és a zavarások hogyan hatnak az állapotvál-

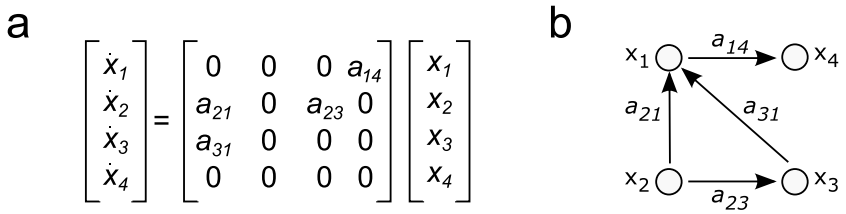
tozókra, míg a **C** és **D** mátrixok határozzák meg, hogy az állapotváltozók és a bemenetek hogyan befolyásolják a kimenetet. Feltételezve, hogy a állapotváltozók száma $N$, a bemenetek és a kimenetek száma rendre $M$ és $K$, akkor a fenti mátrixok mérete $\mathbf{A} \in \Re^{N\times N}$, $\mathbf{B} \in \Re^{N\times M}$, $\mathbf{E} \in \Re^{N\times N}$, $\mathbf{C} \in \Re^{K\times N}$ és $\mathbf{D} \in \Re^{K\times M}$. Dolgozatomban, a legtöbb kutatáshoz hasonlóan, a **D** és **E** mátrixokat nullmátrixnak definiáltam. Az ettől való eltérést külön jelzem.

Egy dinamikus rendszer akkor irányítható, ha az annak kezdeti állapotából bármely kívánt végállapotba átvezethető egy véges időtartamon belül [92]. Az irányíthatóság igazolható a Kalman-féle rang kritériummal , vagyis ha az irányíthatósági mátrix, $C = [\mathbf{B}, \mathbf{AB}, \ldots, \mathbf{A}^{N-1}\mathbf{B}]$, rangja egyenlő az állapotváltozók számával ($rang(C) = N$), akkor a rendszer strukturálisan irányítható. Mivel az összes ismert irányíthatósági kritérium csak az **A** és **B** mátrixokat használja, az irodalomban az $(\mathbf{A}, \mathbf{B})$ pár irányítható kifejezés sokkal gyakoribb, mint az, hogy a rendszer irányítható [164]. A megfigyelhetőség az irányíthatóság matematikai duálisa. A megfigyelhetőség azt jelenti, hogy a rendszer teljes állapotvektora ($\boldsymbol{x}$) megadható a bemenetek $\boldsymbol{u}$ és a kimenetek, $\boldsymbol{y}$ 1., 2., ..., $N-1$. deriváltjainak ismeretében. A megfigyelhetőség a megfigyelhetőségi mátrixszal bizonyítható, $O = [\mathbf{C}^T, (\mathbf{CA})^T, \ldots, (\mathbf{CA}^{N-1})^T]^T$. Ha a megfigyelhetőségi mátrix rangja megegyezik az állapotváltozók számával ($rang(O) = N$), akkor a rendszer strukturálisan megfigyelhető. Hasonlóan az irányíthatósághoz, a megfigyelhetőség esetén is, az $(\mathbf{A}, \mathbf{C})$ pár megfigyelhető kifejezés gyakoribb az irodalomban.

A minimális bemenetek (vagy kimenetek) meghatározása az irányíthatóság (vagy megfigyelhetőség) biztosítása mellett egy brute force megközelítéssel $2^N - 1$ különböző konfiguráció (**B** (vagy **C**) mátrix) létrehozását és kiértékelését jelenti. Ennek a kihívást jelentő feladatnak a megoldására a hálózattudomány az **A** mátrixot hálózatként ábrázolva a maximális párosítás algoritmusát alkalmazva határozza meg a beavatkozó [126] és érzékelő [128] csomópontokat, amelyeken rendre elhelyezve a be- és kimeneteket biztosítani tudják a rendszer strukturális irányíthatóságát és megfigyelhetőségét.

Munkám során az **A**, **B**, **C**, **D** és **E** mátrixokat struktúra mátrixokként kezelem, vagyis ezekben a mátrixokban az elemek lehetnek nullák vagy olyan nem meghatározott, de nem nulla értékek, amelyek függetlenek egymástól. Ezzel a megközelítéssel a linearizált rendszerek akkor is kezelhetők, ha bizonyos értékek ismeretlenek. Következésképpen az elemzések csak a strukturális irányíthatósággal és a strukturális megfigyelhetőséggel foglalkoznak. A strukturális irányíthatóság pontos definíciója, hogy az **A** és **B** struktúra mátrixokkal leírt rendszerek osztálya strukturálisan irányítható, ha van legalább egy $(\mathbf{A}, \mathbf{B}) \in [\mathbf{A}, \mathbf{B}]$ realizációja a rendszernek, ami a szokásos értelemben véve irányítható. A megfigyelhetőség szempontjából analóg módon az **A** és **C** struktúra mátrixokkal leírt rendszerek osztálya strukturálisan megfigyelhető, ha van legalább egy $(\mathbf{A}, \mathbf{C}) \in [\mathbf{A}, \mathbf{C}]$ realizációja ami a szokásos értelemben megfigyelhető [164].

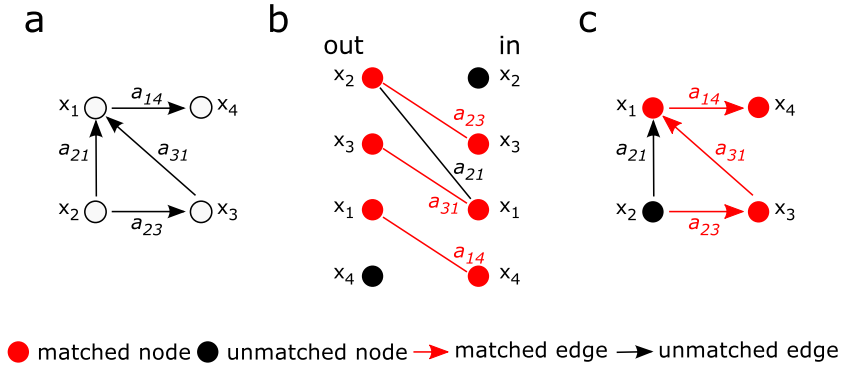
Az **A** állapot-átmeneti struktúra mátrix alapján létrehozható egy irányított hálózat, ahol az $i$. csomóponttól a $j$. csomópontig él vezet, amennyiben az $x_j$ állapotváltozó megjelenik az $x_i$ állapotváltozó állapotegyenletének jobb oldalán. Egy egyszerű példa látható a 1.3. ábrán.




$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & a_{14} \\ a_{21} & 0 & a_{23} & 0 \\ a_{31} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

**Ábra 1.3 Az állapot-átmeneti mátrix hálózati ábrázolása.** (a) A rendszer állapotegyenlete négy állapotváltozóval. (b) Az LTI rendszer hálózati ábrázolása.

A *maximális párosítás* a maximális független élhalmazt ($MM$) állítja elő egy irányítatlan, páros gráf alapján. Két él független, ha nincs közös végpontjuk. A maximális párosítás algoritmus irányított hálózaton történő alkalmazásához a hálózatot irányítatlan, páros gráffá kell alakítani. E célból az irányított hálózat minden egyes csomópontjának két csomópontot kell létrehozni a páros ábrázolásban. Az első csomópont az *out*, míg a második a csomópont az *in* halmazba tartozik. Az irányított hálózat élei az *out* csoportból az *in* halmazba mutató irányítatlan élek adják. Ezután meghatározható a maximális független élhalmaz ($MM$). Ehhez a Dulmage–Mendelsohn dekompozíciót alkalmaztam [160]. Az eredményül kapott párosított csomópontok ($V(MM)$) a kapott párosított (vagy diszjunkt) élek végpontjai. Az irányított gráf esetében azok a csomópontok párosítottak, amelyek az irránnyítatlan páros ábrázolás *in* halmazában is párosítottak. A többi csomópontot párosítatlannak ($\overline{V(MM)}$) mondjuk. Az átalakítás és a maximális párosítás szemléltetésére egy egyszerű példa az 1.4. ábrán látható.




**Ábra 1.4 Maximális párosítás irányított hálózatokban.** (a) Egy LTI rendszer irányított hálózati ábrázolása. (b) Az irányított hálózat irányítatlan, páros reprezentációja. A maximális párosítás eredményét az alábbiak szerint mutatom be: a párosított csomópontokat és éleket piros szín, míg a párosítatlanokat fekete szín jelöli. (c) A maximális párosítás eredménye az irányított hálózatban.

Az eredményül kapott párosítatlan csomópontok az irányított hálózati ábrázolásban az érzékelő csomópontok, azaz azok a csomópontok, ahova a kimeneteket el kell helyezni a rendszer strukturális megfigyelhetőségének biztosítása érdekében. Mivel az irányíthatóság a megfigyelhetőség matematikai duálisa, az állapot-átmeneti mátrix transzponáltja alapján generált párosítatlan (vagyis az eredeti ábrázolás *out* halmazában lévő párosítatlan) csomópontok lesznek a beavatkozó csomópontok, ahova a bemeneteket el kell helyezni a rendszer strukturális irányíthatóságának biztosítása érdekében. Ez a módszer csak a rendszer strukturális elemzését biztosítja, azaz kizárólag a strukturális architektúrára vonatkozik, és figyelmen kívül hagyja még az élsúlyokat is. A meghatározott beavatkozó és érzékelő csomópontok szintén csak a rendszer strukturális pozíciói, a módszertan nem ad konkrét értékeket a $\mathbf{B}$ és $\mathbf{C}$ mátrixok elemeinek vagy a $\boldsymbol{u}$ és $\boldsymbol{y}$ vektoroknak. Az 1.3. ábra és az 1.4. ábra kapcsán jogos megjegyzés lehet, hogy a rendszernek összefüggőnek kell lennie. Ez a megjegyzés jól szemlélteti a hálózati alapú megközelítés előnyét, mivel a klasszikus módszerekkel az összefüggő komponensek meghatározása sokkal nehezebb feladatnak bizonyul. Ezenkívül a módszertan olyan rendszerek esetében is használható, amelyek több komponensből állnak. Ebben az esetben a maximális párosítás különkülön kezeli a komponenseket, ami a módszer működéséből adódik.

A hálózat-alapú irányíthatósági elemzés matematikai értelmezése a következő: a cél azt ellenőrizni, hogy $\dot{x}$ egyes elemeit közvetlenül befolyásolja-e legalább egy bemenet. Ha nem, akkor ugyanezt ellenőrzik a $\ddot{x}$ esetén is. Az értékelés folytatódik a harmadik, negyedik és további deriváltakig, amelyeket a Cayley-Hamilton tétele $N-1$ -re korlátoz. Tehát, ha egy állapotváltozó nincs befolyásolva az $N-1$. deriváltig, akkor a további deriváltak sem fogják befolyásolni azt [81, 30]. Strukturális értelemben az irányíthatósági mátrix útvonalakat keres a bemenetek és az állapotváltozók között. Ezen útvonalak maximális hosszát az állapotváltozók száma korlátozza. Megfigyelhetőség szempontjából az értelmezés hasonló, de ebben az esetben az út egy állapotváltozótól indul, és egy kimenettel zárul. A 3. fejezet foglalkozik részletesebben az utak problémájával, mivel az gondot tud okozni, ha ezek az utak túl hosszúvá válnak.

A módszertan statikus rendszerek esetén is alkalmazható. Ez esetben a legfontosabb tulajdonságok, pl. a szabadsági fok, a rang, a lineáris függetlenség, a független megoldások száma vagy a rendszer egyensúlyi helyzetéből elérhető állapotai szintén meghatározhatók.

Fontos megemlíteni, hogy a maximális párosítás eredménye nem egyedi, és ugyanarra a hálózatra létezhet több azonos méretű diszjunkt élhalmaz is. Ez különböző bemeneti és kimeneti konfigurációkat eredményez, amelyek egymástól eltérő dinamikus viselkedést produkálhat a komplex rendszerekben. Ezenfelül egy kivételes eset is ismeretes: tökéletes párosítás mellett a párosítatlan csomópontok száma nulla. Ebben az esetben egyetlen beavatkozó csomópont biztosítja a strukturális irányíthatóságot annak helyétől függetlenül. A irányítási mechanizmus megértése érdekében Liu és munkatársai bevezették a szár (stem) és kör (cycle) fogalmait [127]. A szár egy irányított útvonal a hálózatban, amely egy beavatkozó csomóponttal kezdődik. A köröket a kör egyik elemébe bemenő élen keresztül lehet vezérelni, ami maga után vonja, hogy legalább egy olyan csomóponttal rendelkeznie kell min-

den körnek, amelybe vezet él egy irányított csomópontból. Egy csomópont irányított, ha az tagja a szárnak vagy egy irányított körnek. Sajnos a hálózat csupán egy részén is előfordulhat tökéletes párosítás. Ezek a részhálózatban egy Hamilton kört alkotnak, amelyek magukat irányítják (önszabályozók). Így egyes helyzetekben a párosítatlan csomópontok irányítása nem elegendő az irányíthatóság biztosításához. Két megközelítés kezeli ezt a problémát. Az első az úgynevezett signal-sharing módszer, amely az erősen kapcsolt komponensek (strongly connected component, SCC) által okozott problémát kezeli [128], és a path finding módszer, amely azonosít egy másik, de már megfelelőt maximális párosítást, vagy további beavatkozó csomópontokat rendel a Hamilton körökhöz. Mindkét módszer mechanizmusát az Függelék A.1. fejezete ismerteti.

#### 1.2.1.1 Az irányításelmélet klasszikus megközelítései

Kijelenthető, hogy a lineáris rendszerek irányíthatóságának elmélete teljesen kimerített téma. Az 1960-as évek és Rudolf Kálmán munkája óta, a Laplace-transzformációkból és frekvenciatartományból a rendes differenciálegyenletekbe való kilépéssel a létrehozott *rendszerelmélet* tudományág és a dinamikus rendszerek mint megnevezés inkább a nemlináris eseteket jelenti, mintsem a lineárisakat [90]. Ennek eredményeként nagyon hatékony matematikai módszereket és megközelítéseket vezettek be a lineáris rendszerek elemzésére. Az 1.1. és 1.2. egyenletek az LTI rendszerek kanonikus formája. A jól ismert irányíthatósági kanonikus forma (CCF) [8] felhasználható az irányíthatóság meghatározására is: ha a rendszer átalakítható CCF-re, akkor az teljesen kontrollálható. A formula segíthet a pólus áthelyezésben vagy az elektronikus zaj technológiában. A megfigyelhetőség meghatározásához a megfigyelhetőségi kanonikus forma (OCF) használható. Nemlineáris esetben az irányíthatósági formát a Chen-Fliess sorozattal is meg lehet határozni [62, 93, 25].

Egy másik jól ismert forma a Jordan kanonikus forma [50]. Ez felfedi az LTI-rendszerek minden tipikus viselkedését. Ha a $\mathbf{A}$ összes sajátértékének valós része negatív, akkor a rendszer stabil. Ezenkívül, legyen $\lambda$ egy blokk diagonál forma, $\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{SAS^{-1}}$, egy blokkjának sajátértéke constanst $\mathbf{S}$ mátrix mellett. Ekkor ha $\Re(\lambda) > 0$, akkor az adott blokk exponenciálisan felrobban, míg ha $\Re(\lambda) = 0$, és a blokk mérete nem $1 \times 1$, akkor divergál.

A korábban bemutatott Kalman-féle rang kritérium szerint az irányíthatósági vagy megfigyelhetőségi mátrixnak a rangja nem folytonos, hanem ugrik. Munkámban ezt én is így feltételeztem. A gyakorlatban érdemes azonban a rangot folyamatos értékként kiszámítani, mivel az eredmény csak akkor megbízható, ha távol van egy ugrástól. Ehhez a normalizálás nélküli Gram-Schmidt algoritmust lehet felhasználni, amelyet Laplace talált fel [101], és Gram és Schmidt dolgozott ki, egymástól függetlenül [76, 171]. A kapott mátrixban az oszlopok normái információt tartalmaznak a rangról, vagyis hogy az közel áll-e egy ugráshoz vagy sem. Ha néhány oszlop szignifikánsan alacsonyabb normát mutat, mint a legmagasabb, akkor a rang közel van egy ugráshoz. Ha redundáns esetben kívánatos az optimális

megoldás, akkor az általánosított Moore-Penrose inverze alkalmazható [143, 156]. A probléma kezelésének más módszereit a 1.1. táblázat tartalmazza.

Egy másik klasszikus módszer az Singular Value Decomposition (SVD), amely erős pontot adhat a szabályozó tervezésében [73, 48]. Az SVD megmutatja, hogyan kell kitölteni a **B** mátrixot, egy megfelelően kitöltött **A** mátrix esetén (visszacsatolás). Bár a MATLAB és a Julia [19] ki tudja számítani az SVD-t, de a teljesítmény rosszabb ($O(N^3)$ bidiagonizálással és QR algoritmussal [7]), mint a Dulmage-Mendelsohn-féle dekompozíció [160], amelyet a maximális párosítás kiszámításához használtam ($O((2N)^{\frac{1}{2}}(|E| + 2N))$ [29, 65]), ahol $N$ az állapotváltozók száma, $E$ pedig az **A** mátrix nem nulla elemeinek száma. Így az SVD akkor nyújt jobb teljesítményt, ha a hálózat éleinek száma nagyobb, mint $-\frac{N(2\sqrt{2}-N^{\frac{3}{2}})}{\sqrt{2}}$, és ez akkor lehetséges, ha $N \in (0, 4.2958)$. Más szavakkal, a rendszerben a kapcsolatok száma szerkezetileg nem lehet olyan magas, hogy az SVD egyszerűbb módszer legyen.

A hálózat-alapú ábrázolás további érvei a következők. Rugalmasan képes kezelni a rendszer paramétereinek változásait, míg a klasszikus módszerekben az eredmények változásai nem triviálisak. A klasszikus transzformációkban feltételezzük, hogy minden állapotváltozó ismert, ám a gyakorlatban ez ritkán fordul elő. Ezenkívül a hálózat-alapú ábrázolás egyértelműen meghatározza az állapotváltozók, a bemenetek és a kimenetek szerepét, amelyeket az absztraktabb transzformációk elmosnak.

Mint már korábban említettem, 2011-ben Liu és munkatársai [126] közzétették cikküket, amely a dinamikus rendszerek hálózattudomány-alapú irányíthatósági és megfigyelhetőségi elemzéseknek katalizátora volt. Mindazonáltal, Lin 1974-ben már közzétette ezt a megközelítést [118], és a módszerhez kapcsolódó néhány klasszikus eredmény [164] már korábban is ismertetésre került. A több bemenetű lineáris rendszerek strukturális irányíthatóságához szükséges és elegendő algebrai körülményeket is megadták korábban [71]. A rekeszes modellek esetében az irányíthatóság és a megfigyelhetőség körülményei egyszerűbbé válnak, és az ökológiai, gazdasági, kémiai rendszerek tanulmányozására, valamint a folyamatmérnöki vagy szállítási folyamatokban használhatók fel. A fent említett módszereket alkalmazták struktúra gráfokon, amelyeket bővebben Murota könyvéből lehet megismerni [146], továbbá a lineáris rendszeranalízisről és a szerkezeti grafikonokról is megjelent már egy átfogó tanulmány [51].

#### 1.2.1.2 A módszertan nemlineárs értelmezhetősége

Az 1970-es évek eleje óta a nemlineáris rendszerek irányíthatóságát széles körben tanulmányozták [23, 56, 82, 84, 89, 129]. Fontos, hogy bár a munkám lineáris rendszerekkel foglalkozik, a hétköznapi rendszerek általában nemlineárisak. A nemlineáris rendszerek jellemző matematikai leírása a következő: $\dot{\boldsymbol{x}} = f(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u})$. Ez a leírás alkalmazható társadalmi, biológiai és fizikai viselkedés reprezentálására is [84]. Mivel nehéz eldönteni, hogy egy nemlineáris rendszer irányítható-e vagy sem, ezért megvizsgáljuk annak egy gyengébb változatát, nevezetesen a lokális elérhetőséget és az erős lokális elérhetőséget [125].

A rendszer lokálisan elérhető, ha az állapottérben a kezdeti állapotból az állapotok egy nyitott halmaza elérhető. Az erős lokális elérhetőség szűkíti a nyitott állapotok halmazát azokra, amelyek elérhetőek bármilyen rövid $t_1 > 0$ idő alatt. Az erős lokális elérhetőség magába foglalja a lokális elérhetőséget. Ha a nemlineáris rendszer az adott állapot környékén irányítható, akkor lokálisan irányíthatónak mondjuk. A lokális irányíthatóság magába foglalja mind a lokális elérhetőséget, mind az erős lokális elérhetőséget. Ha megengedjük, hogy a kiindulási állapotból a rendszer trajektóriái elvándoroljanak, akkor a globális irányíthatóságról beszélünk. A globális irányíthatóság algebrai meghatározása nehéznek bizonyul. Ezzel szemben a gyengébb feltételek könnyebben bebizonyíthatók, pl. néhány nemlineáris rendszer esetén az elérhetőség polinomiális időben igazolható, míg az irányíthatóság eldöntése NP-nehéz [178].

Annak következtében, hogy a nemlineáris irányíthatóság vizsgálata nagy kihívást jelent, széles körben elterjedt a rendszer irányíthatóságának tanulmányozása a trajektóriák egy pályája mentén vett, vagy az egyensúlyi pont körül vett linearizáció esetén, mivel ez hatékony módszer a nemlineáris rendszerek lokális irányíthatóságának meghatározására. Noha a linearizált rendszereket is lehet hálózati módszerekkel elemezni, ennek a megközelítésnek vannak bizonyos korlátai. A módszer az trajektória vagy az egyensúlyi állapot csupán egy szűk környezetéről közöl információt az irányíthatóságáról. Továbbá előfordulhat, hogy a linearizált rendszer nem irányítható, annak ellenére, hogy az eredeti nemlineáris rendszer irányítható [125]. Ezen korlátozások miatt is munkámban a lineáris rendszerekre összpontosítottam. A hálózat-alapú nemlineáris irányíthatósági elemzésekről további információkat a [125] cikkben talál.

### 1.2.2 Tudományos hatás a dinamikus rendszerek területén

A 1.2. ábra alapján és a fent bemutatott gondolatmenet alapján néhány intenzíven kutatott területet határoztam meg, amelyeket egysével fogok bemutatni a következőkben. Áttekintésem 2016-tól kezdődő publikációkat tartalmaz, mivel 2016-ban egy kellően kimerítő áttekintést tettek közzé a módszertanról [125].

Először azokat a cikkeket mutatom be, amelyek módszereket javasolnak a beavatkozó és az érzékelő csomópontok elhelyezésére, azaz ezekben a tanulmányokban a bemeneti és a kimeneti konfigurációt egy olyan algoritmus határozta meg, amely nem a maximális párosítás algoritmusát használja, de annak teljesítményéből és működéséből merítkezett. Ezekben a cikkekben általában a bemeneti és a kimeneti konfigurációkat egy célfüggvény alapján optimalizálják, így a tárgyalt összefüggésben a javasolt módszer jobb megoldást nyújtott mint a hálózat-alapú. A megközelítések a 1.1. táblázatban találhatók.

A módszertant olyan általános módon definiálták, hogy bármilyen topológiára alkalmazható, függetlenül annak eredetétől. Talán ez a módszer és annak sikerének esszenciája. A meghatározott konfigurációk azonban eltérő viselkedést eredményezhetnek, mint korábban említettem. A 1.2. táblázatban azokat az eredményeket mutatom

**Táblázat 1.1** Publikációk, amelyek alternatív módszereket javasolnak a bemeneti és kimeneti konfigurációk meghatározására.

| Leírás | Év | Hiv. |
|---|---|---|
| Bevezetésre került egy szabályozhatósági Gramian-alapú mérőszám, amelyet a beavatkozók és szenzorok mohó algoritmus alapján történő globálisan optimális vagy közel optimális elhelyezkedésének meghatározására használtak. | 2016 | [180] |
| Ebben a munkában bemutatásra került az elérhetetlen erősen kapcsolt komponensek (ISCC) fontossága, és egy branch-and-bound technikát javasoltak a minimális beavatkozó csúcshalmaz meghatározására. | 2016 | [219] |
| Egy nem maximális párosításon alapuló (bár annak ismerete egyértelműen deklarált) módszert javasoltak a véletlenszerű faszerkezetekből álló hálózatok irányíthatóságának tanulmányozására a irányíthatósági index alapján. | 2016 | [28] |
| Az irányíthatósági indexet bevezették hogy meghatározza az irányíthatóság és az irányíthatósági mátrix közötti kapcsolatot. | 2017 | [15] |
| Az flow-conversation hálózatok ellenőrizhetőségét a maximális párosításon alapuló módszertan alkalmazása nélkül elemezték. | 2017 | [230] |
| A beavatkozó csomópontokat egy domináns halmaz alapján határozták meg. A hierarchikus irányítás és a közösség dinamikája szintén elemzésre került. | 2017 | [182] |
| A Lyapunov stabilitáselmélet-alapú állapotbecslését egyfajta output-feedback visszajelző megfigyelővel végezték el. | 2017 | [205] |
| A teljes kiválasztási szabálykészletet hoztak létre egy általános eljárással, hogy előállítsuk a strukturális irányíthatóságot biztosító csúcsokat. | 2017 | [206] |
| Az elosztott helyi játék-illesztést felhasználták a strukturális irányíthatóság biztosításához. A leghosszabb irányítási út minimalizálásával az irányítás költsége jelentősen csökkenthető lett. | 2018 | [115] |
| Meghatározzák a strukturális, dinamikus és szimbolikus megfigyelhetőség lineáris, valamint a nemlineáris dinamikus rendszerekre és a dinamikus hálózatokra több különböző módszerrel. | 2018 | [1] |
| Bemutattak egy új, q-snapback névre keresztelt hálózati ábrázolást, és értelmezték a hálózatból származtatható mérőszámokat. Az új ábrázolásban meghatározták az irányíthatóságot, és megvizsgálták a robusztusságot a csomópontok és élek eltávolítása esetén. Az elemzés azt mutatta, hogy a robusztusság erősebb volt, mint más ábrázolások esetében. | 2018 | [131] |
| Bevezették a nagy méretű összekapcsolt rendszerek nem párosításon alapuló strukturális irányíthatósági elemzését. | 2018 | [192] |
| Nemlineáris rendszerek esetében egy nem párosításon alapuló megoldást javasoltak a megfigyelhetőség biztosítására, amely gyorsabb, mint a meglévő megoldások. | 2018 | [113] |

be, amelyek a módszertan további korlátozásokkal és célokkal való kibővítésével foglalkoznak.

A biztosított bemeneti és kimeneti konfigurációk minimális számú beavatkozó és érzékelő csomópont felhasználásával készültek. Ez kivételesen magas vagy akár fizikailag lehetetlen energiaigényt, magas relatív fokszámot vagy kedvezőtlen dinamikus viselkedést eredményezhet. Így számos cikk foglalkozott az eredeti módszertan fejlesztésével. Kvalitatív mérőszámokat és heurisztikus megközelítéseket alkalmaztak a tervezett konfigurációk további finomítására, amint az a 1.3. táblázatban látható.

Mivel elképzelhető, hogy az erősen összekapcsolt hálózatok esetében csupán egyetlen beavatkozó elegendő lehet a strukturális irányíthatóság biztosításához, ezért

**Táblázat 1.2** Publikációk, amelyek megszorításokkal és javaslatokkal bővítették ki a módszertant.

| Leírás | Év | Hiv. |
|---|---|---|
| Magasabb rendű MIMO LTI rendszerek többrétegű hálózatként voltak elemezve. | 2016 | [202] |
| Kimutattak hálózati motívumokat, és a szerzők rámutattak, hogy a struktúra-alapú elemzés nem alkalmas a logikai hálózatok irányíthatóságának jellemzésére, ha a dinamikát megadják, amit figyelembe kell venni. | 2016 | [68] |
| A hálózati mérőszámok alapján számszerűsítették annak a valószínűségét, hogy egy csomópont beavatkozó csomópont legyen. Majd a beavatkozó csomópontokat az alapján osztályozták, hogy mennyire kritikusak a vezérlés szempontjából. | 2016 | [116] |
| A temporális hálózatok irányíthatóságát egy irányíthatósági mérőszámmal jellemezték mint részgráfok és időrendezett gráfok (time-ordered graph, TOG) sorozata. | 2016 | [117] |
| Bevezették a minimális beavatkozó csomópontok halmazát, ami figyelembe vette, hogy meg kell irányítani bizonyos elérhetetlen csomópontok halmazát. | 2016 | [215] |
| Az LTI rendszerek irányíthatósági gráfjainak strukturális tulajdonságait elemezték s | 2016 | [6] |
| A cikk módszertant javasolt a komplex hálózatok különböző maximális illesztéseinek azonosítására. | 2016 | [217] |
| A hálózatokat kibővítették, miközben megőrizték a szerkezeti irányíthatóságot. A csomópontokat is osztályozták annak alapján, hogy egy újonnan csatolt csomópont hogyan változtatja meg az beavatkozó csomópontok számát. | 2016 | [198] |
| Az irányíthatóságot a fokszám korreláció alapján elemezték, és kimutatták, hogy a beavatkozó csomópontok száma erősen függ a fokszám korrelációtól mind a irányított, mind az irányítatlan hálózatokban. | 2016 | [148] |
| A cikk felhívta a figyelmet az állapotváltozók közötti kapcsolatok típusaira. Ezek a típusok jellemzőek a valódi dinamikus rendszerekben, de más valós hálózatokban nem, amik nem dinamikus rendszerek, például a közösségi hálózatok. | 2017 | [104] |
| Ez a munka rávilágított arra, hogy a strukturális irányíthatóság nem jelenti a fizikai irányíthatóságot, nevezetesen az energiaköltség fizikailag megvalósíthatatlan lehet a maximális párosítás által javasolt minimalizált beavatkozó csomópontok alapján. | 2017 | [199] |
| Megvizsgálták az erős strukturális irányíthatóságot, és az él irányíthatóság ki lett terjesztetve minden összetett hálózatra. Egy tetszőleges csomópont irányíthatósága annak helyi súlyozott struktúrája határozta meg. | 2017 | [152] |
| A komplex hálózatok irányíthatósági kanonikus formáit kidolgozták, ahol a beavatkozó csomópontok minimális száma egyenlő volt eggyel. | 2017 | [201] |
| A multidimenziós csomóponti dinamikával rendelkező rendszerekben a maximális párosításon alapuló beavatkozó csomópontok minimális számát elemezték. | 2017 | [207] |
| A szimulált hűtést használták az irányítatlan hálózatok újrahuzalozásnál, hogy elemezzék a fokszám korreláció hatását az irányíthatóságra. Az eredmények azt mutatták, hogy irányítatlan esetekben a hatás megfelel olyan speciális szabályoknak, amelyek nem világosak, és nem voltak jelen az irányított hálózatok esetében. | 2017 | [140] |
| Egy keretrendszert javasoltak a beavatkozó csomópontok meghatározására pinning vezérlése céljából. A keretrendszer a demencia diagnosztizálásának elősegítésére javasolták. | 2018 | [184] |
| Bizonyos irányítatlan hálózat csoportok strukturális és erős strukturális irányíthatóságát elemezték kombinációs konstruálások segítségével. | 2018 | [144] |
| Módszert javasoltak annak meghatározására, hogy mennyi élet kell hozzáadni a rendszerhez, hogy a strukturális irányíthatóság biztosítva legyen (**A** és **B** adott). | 2018 | [36] |

**Táblázat 1.3** Olyan publikációk, amelyek javították a módszertant a költségek-, az energia csökkentése vagy a kedvezőtlen dinamika szabályozása érdekében.

| Leírás | Év | Hiv. |
|---|---|---|
| A fizikai elmélet alapján javaslatot tettek a leghosszabb vezérlési láncra (longest control chain, LCC), és egy LCC-alapú stratégiát javasoltak az irányításhoz szükséges energia drasztikus csökkentése érdekében, amely divergál, ha a strukturális irányíthatóságot minimális beavatkozó csomópontok biztosítják. | 2016 | [39] |
| Ebben a cikkben meghatározták az irányítás hatékonyságát (egyetlen beavatkozóhoz tartozó mérőszám), valamint javaslatot tettek az beavatkozó csomópontok azonosítására szolgáló módszerre is. | 2016 | [67] |
| A szabályozási tartományt értelmezték, hogy számszerűsítse a beavatkozó csomópontok azon képességét, hogy a rendszert hogyan tudják szabályozni láncokon és gyűrűkön keresztül. | 2016 | [66] |
| Egy módszert javasoltak olyan teljes sémák azonosítására, ami kizárja a redundáns beavatkozó csomópontokat úgy, hogy a rendszer strukturálisan irányítható marad. | 2017 | [86] |
| A cikk egy centralitás mértékeken alapuló és egy halmazlefedés-alapú módszert javasol a további beavatkozó csomópontok hozzárendelésére a rendszerhez a rendszer relatív fokának csökkentése érdekében. | 2018 | [105] |
| A cikk két szimulált hűtés-alapú módszert javasol, amelyek további beavatkozó csomópontokat rendel a rendszerhez a rendszer relatív fokának csökkentése érdekében. | 2018 | [106] |
| Számos konstruktív algoritmust javasoltak az irányításhoz szükséges energia minimalizálására, és egy heurisztikus elvet javasoltak az irányítási költségek csökkentésére. | 2018 | [119] |
| A szimmetrikus strukturális irányíthatóság garantálása érdekében két módszert javasoltak a minimális költségű beavatkozó csomópont meghatározására. | 2018 | [167] |

a javasolt megoldások robusztussága megkérdőjelezhető. Így néhány munka elemezte az irányíthatóság és megfigyelhetőség robusztusságát a csomópontok és/vagy élek eltávolításával a hálózatból. Mások a robusztusságot kaszkád modellek segítségével elemezték. Ezeknek a cikkeknek a összefoglalása a 1.4. táblázatban található.

A hálózattudomány-alapú rendszerelemzés iránti érdeklődés az alkalmazhatóságra is kiterjedt, nemcsak az analitikai fejlesztésekre. A módszert már számos területen alkalmazták, például a biológiában, a hőcserélő hálózatokban, valamint a kvantum hálózatokban is. Egy másik alkalmazás a pinning irányítás megvalósítása, amely a módszertan fent említett robusztussági problémájával foglalkozik erősen összekapcsolt rendszerekben. A módszertan alkalmazhatóságát bemutató cikkeket a 1.5. táblázat foglalja össze.

**Táblázat 1.4** Azok a publikációk, amelyek a robusztussággal foglalkoztak, és módszert javasoltak a sebezhetőség csökkentésére.

| Leírás | Év | Hiv. |
|---|---|---|
| Az Erdős-Rényi (ER), a Kis Világ (SW) és a skálafüggetlen (BA) hálózatok irányíthatóságának sebezhetőségét fokszám- és köztesség-alapú támadási stratégiák alapján elemezték. A hálózatok gyenge pontjai: a maximális fokszámú csúcs az ER hálózatokban, a legnagyobb köztességű csúcs a SW hálózatokban és a hubok a BA hálózatokban. Azt is bemutatták, hogy a valódi hálózatok a támadásokra lényegesen eltérő módon reagálnak, mint a mesterségesen generált hálózatok. | 2016 | [132] |
| Az irányíthatóság él eltávolításával szembeni robusztusságát elemezték. | 2016 | [200] |
| Az irányítási költségeket úgy határozták meg, hogy a hálózatok robusztusságát fel lehessen mérni a kaszkád hibákkal szemben. Az eredmények azt mutatják, hogy a különbözőségek az élkapacitásokban és beavatkozókban erősítheti a rendszer robusztusságát. | 2017 | [34] |
| A csomópontokat és a beavatkozókat csoportosították, és a robusztusságban betöltött szerepeiket vizsgálták az újrahuzalozás és a további csúcs és él hozzáadás esetén.. Az Arabidopsis thaliana virág fejlődését szabályozó génhálózatban alkalmazták. | 2018 | [203] |
| Az élek irányíthatóságának robusztusságát az állapotváltozók közötti interakciók erőssége alapján elemezték. Az éleket az irányítás szempontjából betöltött szerepük alapján is kategorizálták. Ennek eredményeként a robusztusságot meghatározó tényezők a fokszám eloszlás és az interakció erőssége volt rendre az irányított és irányítatlan hálózatokban. | 2018 | [151] |
| A kínai villamosenergia-hálózat irányíthatóságának funkcionális robusztusságát a kaszkád hibákkal szemben olyan hálózati intézkedésekkel elemezték, mint a sebezhetőségi index, fokszám, fokszám eloszlás, átlagos úthossz, csoportosítási együttható és átmérő. | 2018 | [204] |
| Komplex hálózatokban elemezték az irányíthatóságban előforduló kaszkád hibák hatását csomóponttámadás esetén. | 2018 | [228] |

Világos, hogy ezt a módszertant széles körben alkalmazzák, és ennek a megközelítésnek számos aspektusát kijavították és kibővítették az elmúlt évtizedben. E rövid áttekintés alapján arra a következtetésre lehet jutni, hogy a módszertan leggyengébb pontja a rendszer megfelelő topológiájának alkalmazása, mivel ez képezi a beavatkozó csomópontok gyakorlatban is alkalmazható meghatározásának alapját. A kapott eredménynek megbízhatónak kell lennie, továbbá az ilyen irányú elemzések javaslatának elfogadhatónak kell lennie a módszertan használhatósága érdekében. A robusztusság mellett a művelet energiaigénye is elengedhetetlen a kiértékelés során. A megadott eredmények minősítése szintén érzékeny pont, mivel a rendszereknek pontosan le kell képezniük a valóságot.

## 1.3 A dolgozat motivációja és felépítése

A dolgozatom három célból áll: bevezetni a valós rendszerekben jellemző és a módszertan megfelelő felhasználása szempontjából nagyon fontos kapcsolattípusokat; bemutatni öt olyan megközelítést, amelyek javíthatják a tervezett rendszer dinamikus

**Táblázat 1.5** A módszertan alkalmazhatóságát bemutató publikációk.

| Leírás | Év | Hiv. |
|---|---|---|
| Megvizsgálták a beavatkozó csomópontok terápiás hatásait a betegség kezelésében az emberi rák jelző hálózatok (HCSN) alapján, és a korlátokat határoztak meg. | 2016 | [162] |
| Bemutatták a steering csomópont fogalmát, majd ezt a fajta csomópontot elemezték biomolekuláris hálózatokban, mint például a máj metabolikus hálózatában. | 2017 | [216] |
| A módszertant mind a SISO, mind a MIMO rendszerek pinning vezérlése szempontjából alkalmazták, amelyek lehetnek nem azonosak, nemlineárisak és lineárisak. Megvitatták a lineáris, időben változó rendszereket is. | 2017 | [33] |
| A biológiai hálózatokban, mint például a HCSN, a beavatkozó csomópontokat mint a legjobb kábítószer-célpontoknak határozták meg egy olyan rendszerben, amely hibásan működik vagy potenciálisan rendellenességeket okozhat. | 2017 | [163] |
| A synaptic plasticity modelljét javasolták és alkalmazták a C.elegans idegvezeték-térképén az optimális hosszú távú szinaptikus kapcsolatok meghatározására, amelyekre az irányítás kulcsfontosságú jellemzőjeként azonosították. | 2017 | [10] |
| A temporális és statikus funkcionális agy kontrollálhatóságát kontrollcentrikus mérésekkel értékelték. | 2017 | [218] |
| A irányíthatóság fokát az irányíthatósági Gramian alapján értékelték az ivó-játék eseményeken. | 2017 | [196] |
| Megvizsgálták a heterogén, egymástól függő csoportrendszerek irányíthatóságát mind irányított, mind irányítatlan esetekben. | 2018 | [155] |
| A kvantumhálózatokat elemezték, és mindegyikük strukturálisan irányítható egyetlen beavatkozó jel segítségével. | 2019 | [176] |

tulajdonságait; továbbá javaslatot tenni egy munkafolyamatra a dinamikus rendszerek szisztematikus hálózati tudományos alapú elemzéséhez.

**2. fejezet (A kapcsolattípusok hatása)**: bemutatok négy motívumot, amelyek jellemzőek a valós dinamikus rendszerekben. A publikációkban általánosan használt benchmark példákat szembeállítom valódi dinamikus rendszerekkel, és következtetéseket vonok le a módszertan megfelelő felhasználásáról. Ebből a célból egy munkafolyamatot is javaslok. Egy új és egy meglévő módszert mutatok be a maximális párosításon alapuló beavatkozó és érzékelő csomópontok meghatározását végző módszertan hiányosságának kijavítására.

**3. fejezet (A relatív fokszám csökkentése további beavatkozók és érzékelők által)**: öt módszert vezetek be a bemeneti és kimeneti konfigurációk tervezésére, úgy, hogy az eredetileg megadott relatív fokszámot ne léphesse túl a tervezett rendszer. A javasolt módszerek a closeness és a köztesség centralitás értékeken, a halmazlefedésen, szimulált hűtésen és a fuzzy c-medoid megközelítéseken alapulnak. Az egyes módszerek teljesítményét négy valódi példa alapján vizsgálom.

**4. fejezet (A hőcserélő hálózatok dinamikus komplexitásának strukturális elemzése)**: szisztematikusan elemzek több mint 600 hőcserélő hálózatot. Ez a hatalmas mennyiségű hálózat közel 50 hőintegrációs probléma felhasználásával, és több mint 20 különféle tervezési módszerrel lett előállítva. Ezután mindegyik hőcserélő hálózatot három különféle hálózati reprezentációval jelenítek meg, amelyeket 50 hálózat-alapú mérőszám előállításával elemzek annak érdekében, hogy meghatározzam azon a szerkezeti jellemzőket, amelyek képesek megjósolni a rend-

szer dinamikus jellemzőit. Kiemelem a hőcserélő hálózatokban megjelenő tipikus motívumokat is, amelyek egyben elemi építőelemek is, és bemutatok egy csoportosítás elemzést is.

A jelen dolgozat angol nyelvű, a javasolt Octave- és MATLAB-kompatibilis eszközkészlettel kibővített verziója szintén elérhető [107].

# Fejezet 2
# Az állapotváltozók közötti dinamikák, és azok hatása a strukturális irányíthatóságra és megfigyelhetőségre komplex hálózatokban

**Absztrakt** Rájöttem, hogy az új kutatási eredmények értékeléséhez használt benchmark hálózatok többsége nem kapcsolódik a dinamikus rendszerekhez, és a kutatások elsősorban a rendszerek fizikai topológiáit elemzik mélyebb dinamikai kiértékelés nélkül. Itt rámutatok az állapotváltozókon belüli és azok közötti dinamika fontosságára azáltal, hogy az eredeti topológiához hozzáadom a funkcionális kapcsolatok által meghatározott éleket.

## 2.1 A módszertan kiértékelése

A hálózatelmélet-alapú irányíthatósági és megfigyelhetőségi elemzés az elismerések mellett kritikákat is kapott. Müller & Schuppert megállapította, hogy a transzkripciós hálózatokban a maximális párosításon alapuló módszer drasztikusan túlbecsli a szükséges bemenetek számát [145]. Egy másik probléma, hogy bár a kutatások során megvizsgálták a korrelációt a maximális párosítás algoritmus által generált párosítatlan csomópontok száma és a szerkezeti tulajdonságok, például a fokszámeloszlás között, ám nem vették figyelembe, hogy a maximális párosítás algoritmus eredménye nem egyedi [226]. Noha a módszertan nemlineáris esetben is értelmezhető (lásd 1.2.1.2. fejezet), a nemlineáris esetben a metodikával kapcsolatos problémák is ismeretesek már [181, 68].

A hálózatelemzés leginkább megkérdőjelezhető pontja az, hogy az a rendszer csupán egy statikus, szerkezeti nézetén alapszik. Szeretnék megoldást kínálni a korábban említett problémákra azzal, hogy megvizsgálom, hogyan kell a rendszerdinamikákat reálisan ábrázolni. A helyes strukturális topológia használata fontos, kritikus és nélkülözhetetlen része a hálózatelemzésnek, mivel csak így lehet hangsúlyozni a rendszerben található dinamikákat a statikus ábrázoláson keresztül. Ezért, bemutatom a kapcsolattípusokat az állapotváltozók között található tipikus dinamikák alapján. Annak elemzéséhez, hogy a meghatározott kapcsolattípusok hogyan befolyásolják a dinamikus rendszerek irányíthatóságát és megfigyelhetőségét, kidolgoztam egy Octave- és MATLAB-kompatibilis eszközkészletet. Megvizsgáltam a

cikkekben alkalmazott 35 példahálózatot, és megállapítottam, hogy közülük 27 nem dinamikus rendszert reprezentál. Összehasonlítva őket 18 függetlenül választott dinamikus rendszerrel, szignifikáns különbségeket fedeztem fel. Míg a dinamikus rendszerekben a bemenetek és a kimenetek száma nem változik a modell módosított, immár helyes topológiájának vizsgálatakor, más hálózatok esetében a bemenetek és kimenetek számában több mint 95%-os csökkenés észlelhető a feltárt és értelmezett kapcsolattípusok miatt.

A következő alfejezetben bemutatom, hogy az állapotváltozók funkcionális kapcsolatai hogyan határozzák meg a különféle kapcsolattípusokat, és javaslatot teszek egy munkafolyamatra annak értékelésére, hogy ezek a kapcsolattípusok hogyan befolyásolják a szükséges beavatkozók és érzékelők számát, amelyek biztosítják a strukturális irányíthatóságot és megfigyelhetőséget. Ennek eredményeként arra a következtetésre jutottam, hogy a hálózattudomány-alapú irányíthatósággal és megfigyelhetőséggel foglalkozó cikkek többségében elsősorban a rendszerek felszínes, fizikai topológiáit vizsgálták, míg a valós állapot-átmeneti mátrix-alapú elemzések szignifikánsan eltérő eredményekhez vezet.

## 2.2 Az állapotváltozók közötti kapcsolatotípusok

A két állapotváltozó közötti kapcsolatot az $\mathbf{A}$ mátrix egy almátrixa adja, amely az $i$. és a $j$. csomópontokhoz tartozik:

$$\mathbf{A}^{(i,j)} = \begin{bmatrix} a_{ii} & a_{ij} \\ a_{ji} & a_{jj} \end{bmatrix}. \tag{2.1}$$

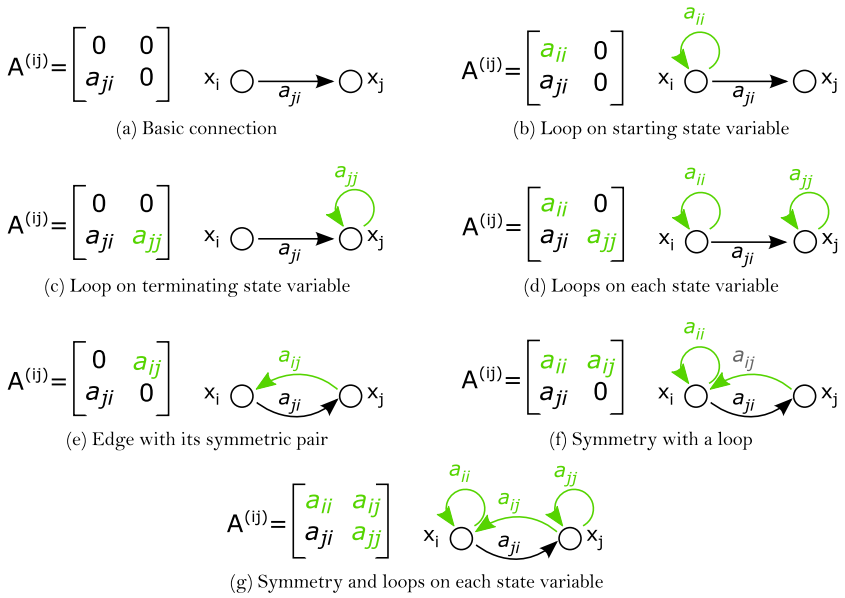
Ha kapcsolat van az $x_i$ és az $x_j$ állapotváltozók között, akkor $2^3 - 1$ különféle kombináció generálható a nullán kívüli elemeknek, amik az éleket adják (lásd: 2.1. ábra). Az ($a_{ii} \neq 0$) átlós elemek olyan hurkokat jelentenek, amelyek az állapotváltozó integráló karaszterikáját mutatja:

$$\frac{\mathrm{d}x_i}{\mathrm{d}t} = f_i(\boldsymbol{x}), \quad x_i \in \boldsymbol{x}. \tag{2.2}$$

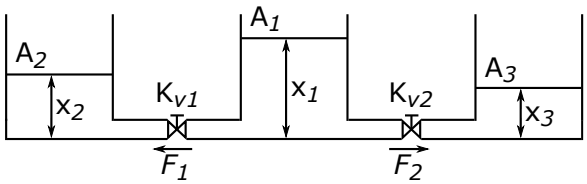
A energia, tömeg és lendületmegmaradás törvények értelmezésével felismerhető, hogy néhány kapcsolatnak hurkokat és szimmetrikus éleket kell tartalmaznia ($a_{ij} \neq 0 \rightarrow a_{ji} \neq 0$). Szimmetrikus kapcsolat esetén az interakció (az állapotváltozó változásának) erőssége mindkét változótól függ:

$$\frac{\mathrm{d}x_i}{\mathrm{d}t} = f_i(\boldsymbol{x}), \quad x_j \in \boldsymbol{x} \quad \wedge \quad \frac{\mathrm{d}x_j}{\mathrm{d}t} = f_j(\boldsymbol{x}), \quad x_i \in \boldsymbol{x}. \tag{2.3}$$

A kapcsolattípusok kézzelfoghatóbb szemléltetése érdekében bemutatom azokat egy egyszerű példa segítségével. Vegyünk három, két csővel összekapcsolt víztartályt (lásd 2.2. ábra).




**Ábra 2.1 Két állapotváltozó között definiálható dinamikák.** (a) Az alapkapcsolat további élek nélkül az elemek közötti „logikai” vagy „strukturális” kapcsolatot képviseli. (b) A forrás-állapotváltozó önmagát is befolyásolja, például olyan esetben, amikor a kapacitás is megváltozik a kapcsolat miatt. (c) A vég-állapotváltozó önmaga értékétől is függ, pl. felhalmozódás. (d) A (b) és (c) típust kombináló dinamika. (e) A szimmetrikus élpár azt mutatja, hogy a befolyás nem irányított, vagy a befolyás erőssége a másik állapotváltozótól is függ, ahogy a jelfolyam az Causal Bond gráfokban [24]. (f) A (b) és (e) típust kombináló dinamika. (g) A (d) és (e) típust kombináló dinamika.

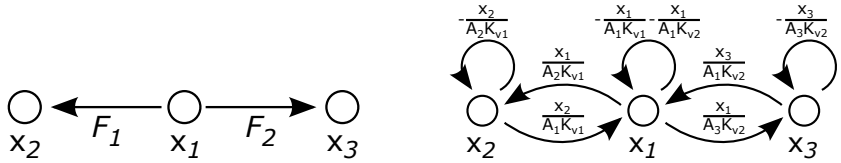



**Ábra 2.2 A víztartályok fizikai ábrázolása.** Az állapotváltozók a tartályok vízszintjét mutatják. Az $F_1$ és $F_2$ áramlási sebességek megmutatják, hogy a víz miként áramlik a csöveken az első tartályból a másik kettőbe.

A rendszer állapot-átmeneti mátrixa és fizikai topológiája (2.4. egyenlet) közti különbséget a 2.3. ábra mutatja. A vizsgálat során feltételezem, hogy az 1. tartályban a nyomás/vízszint magasabb, mint a 2. vagy a 3. tartályban. Így a víz csak egy irányba tud folyni, és a rendszer topológiája változatlan marad. Ezt a feltételezést használom a rendszer linearitásának biztosítására is. Bár a rendszer vizsgálható kapcsoló üzemű lineáris rendszerként is, mivel ennek irányíthatóságát is megvizsgálták már [96] és

ezen rendszerosztály túlmutat dolgozatomon, én így ezt jelen esetben nem tettem meg.

$$\begin{bmatrix} \dot{x_1} \\ \dot{x_2} \\ \dot{x_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{A_1K_{v1}} - \frac{1}{A_1K_{v2}} & \frac{1}{A_1K_{v1}} & \frac{1}{A_1K_{v2}} \\ \frac{1}{A_2K_{v1}} & -\frac{1}{A_2K_{v1}} & 0 \\ \frac{1}{A_3K_{v2}} & 0 & -\frac{1}{A_3K_{v2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \tag{2.4}$$

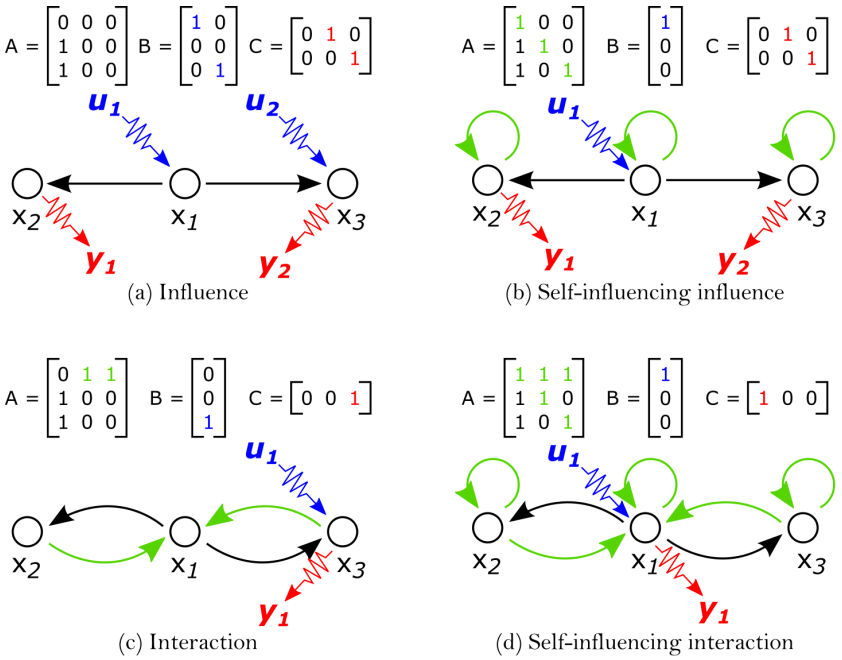



(a) Physical representation (b) State-transition matrix-based representation

**Ábra 2.3 A víztartályok fizikai és állapot-átmeneti mátrix-alapú ábrázolása.** A különbség a fizikai és a megfelelően modellezett állapot-átmeneti mátrix-alapú szerkezet között szignifikáns.

A kapcsolattípusok hatásának elemzéséhez négy hálózati típust határoztam meg a hurkok és az élek négy kombinációja alapján. Ez a négy típus a következő: hálózatok, amelyek egyszerűen csak a fizikai kapcsolatokat tükrözik; olyan hálózatok, amelyek csomópontjai olyan hurkokkal rendelkeznek, amelyek megmutatják az állapotváltozók kapacitását vagy önbefolyásoló hatását (a tartályok integráló viselkedése); hálózatok szimmetrikus élpárokkal, amelyek tükrözik az állapotváltozók közötti interakciókat (tömeg-egyensúly); végül az önbefolyásolást és az interakciót is tartalmazó hálózatok (2.4. ábra). Az első (önbefolyásoló) és az utolsó (önbefolyásoló interakció) típusokat a víztartályok példáján keresztül szisztematikusan vezettem be. A második típus (önálló befolyásolás) megjelenhet a víztartályokban, pl. ha az első tartály a másik kettő fölé helyezzük fizikailag, akkor a víz az első tartályból a második és a harmadik tartályba áramolhat, függetlenül a két tartály vízszintjétől/nyomásától. A harmadik típus (interakció) a nullad rendű kémiai reakciók, a radioaktív bomlás vagy az együttműködési hálózatban való együttműködés dinamikáját reprezentálja. Noha a csomópontok belső dinamikájának hatása a beavatkozó csomópontok számára megvizsgálásra került már [229], megközelítésem eltér, mivel én nem csak az első rendű dinamikát veszem figyelembe, tehát az eredmények is különbözni fognak.

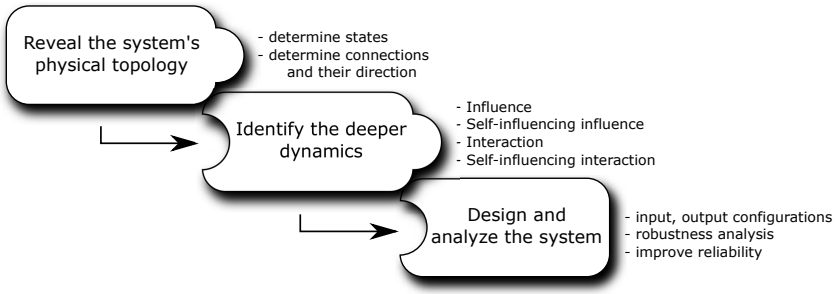
Ez a példa megerősíti, hogy a bemeneti és kimeneti konfigurációk előállítása előtt a rendszer dinamikus viselkedését alaposabban meg kell vizsgálni, és a hálózat topológiáját meg kell változtatni a kapcsolattípusoknak megfelelően amennyiben az szükséges. A 2.5. ábra a javasolt munkafolyamat folyamatábráját mutatja.




**Ábra 2.4 Az előállított víztartály-hálózati modellek négy típusához kapcsolódó bemenetek ($u$) és kimenetek ($y$).** (a) Fizikai kapcsolat az állapotváltozók között. (b) Az önbefolyásoló csomópont-dinamika. (c) Az interakció az egyensúlyi dinamikát (anyagmérleg) jelenti. (d) A rendszer részletes modellje. Már ez a kis példa is világosan mutatja, hogy a kapcsolattípusok mennyire megváltoztatják a beavatkozó és az érzékelő csomópontok számát és helyét. A beavatkozó és az érzékelő csomópontok előállításának módját a Függelék A.1. fejezetében bemutatott path-finding módszerrel határoztam meg. A módszertan csak a strukturális értelemben kezeli a problémát, azaz a **B** és **C** mátrixok csupán struktúra mátrixok, pontos értékeket, paramétereket nem határoz meg a módszer. Ennek ellenére a módszertan lehetőséget ad arra, hogy előállítsuk a **B** és **C** mátrixokat az **A** mátrix alapján, amire a klasszikus megközelítések ilyen egyszerű módot nem biztosítanak.

## 2.3 A benchmark hálózatok kiértékelése

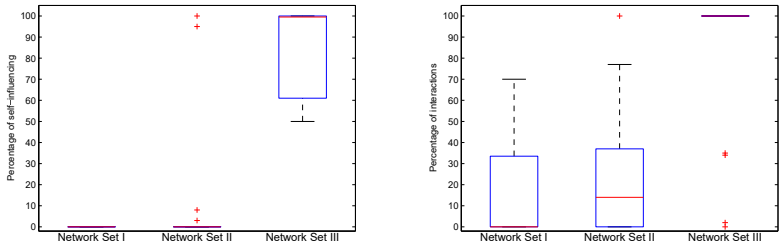
Az irodalomban többé-kevésbé ugyanazt a hálózathalmazt alkalmazzák a szerzők. Ezek többsége nem alkalmas a dinamikus rendszerek képviselésére, illetve a dinamikai tulajdonságok elemzésének hitelesítésére. A rendszerelmélet eszközeit figyelembe véve megállapítottam azokat a dinamikákat, amelyek jellemzőek a dinamikus rendszerekre, és ezzel az ismerettel megvizsgáltam, hogy ezek a dinamikák miként jelennek meg, és hogyan befolyásolják a hálózatok tulajdonságait. E kérdések megválaszolására a hálózatokat a bennük megtalálható dinamikák alapján három alcsoportba soroltam. A *Network Set I* olyan cikkekből származó hálózatokat tartalmaz, amelyek egyszerű dinamikus folyamatokat reprezentálhatnak. Ebbe a halmazba a topológiák általában a szabályozási, transzkripciós, neuronális, elektromos vagy vízgyűjtő hálózatok területéről származnak. Ezekben a hálózatokban a dinamika




**Ábra 2.5 Meghatározott folyamatábra a rendszer tervezéshez és elemzéshez.** Mivel a kapcsolattípusok a rendszerek topológiájának részeként határozhatók meg, határozottan javaslom a javasolt munkafolyamat követését és a dinamika mélyebb figyelembevételét a pontosabb és megbízhatóbb eredmények elérése érdekében.

értelmezhető (a dinamikus rendszerek értelmében), vagyis valamilyen kapacitás- vagy megőrzési törvény megfigyelhető az elemek között, például Kirchhoff áramköri törvényei, még akkor is, ha ez nem jelenik meg reprezentációban. A *Network Set II* olyan hálózatokat tartalmaz, ahol a dinamika nem jelenik meg, pl. közösségi vagy e-mail hálózatok, ahol az információ vagy az üzenetek korlátozások nélkül terjeszthetők. Ezen felül az internet, a hivatkozási hálózatok és az táplálékláncok hálózata is ebbe a halmazba tartoznak. A *Network Set III* valós dinamikus rendszereket tartalmaz, így biztos voltam abban, hogy ezen hálózatok fogják majd biztosítani a valóban dinamikus rendszerekre jellemző karakterisztikák feltárását. A hálózatok mérete és rövid leírása a Függelék A.2. fejezetében található. Meg kell említenem, hogy a *Network Set II* hálózataiban értelmezhetőek dinamikus folyamatok, pl. információcsere [210], vagy szállítás és tudás diffúzió [35, 46, 45]. Sajnos a hálózatok elemzése során ezeket a kapcsolatokat nem értelmezték, mint a dinamikus folyamat részei.

Először annak bizonyítására, hogy a meghatározott kapcsolattípusok a dinamikus rendszerek fontos elemei, és más hálózatokban nem jellemzőek, elemeztem, az önbefolyásolás és interakciók számát a topológiákban (2.6. ábra). Az eredmények egyértelműen azt mutatják, hogy ezek a kapcsolattípusok a dinamikus rendszerek alapvető részei, de a többi hálózatban ritkák. Megállapítom, hogy ez az irodalomban található hálózatokkal szembeni lényeges információ, mivel csak a fizikai topológiákat használták a bemenetek és a kimenetek azonosításához, a valódi állapottér-alapú topológia helyett. Következésképpen a beavatkozó és az érzékelő csomópontok számát erősen túlbecsülhetjük, amit már Müller & Schuppert [145] is kimutatott.




(a) Frequency of self-influence

(b) Frequency of interactions

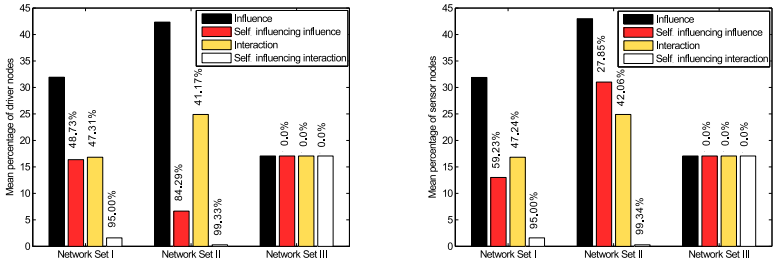
**Ábra 2.6 Az önbefolyásolás és az interakciók százalékos jelenléte az eredeti hálózatokban.** A valós hálózatok és a dinamikus rendszerek vizsgálatával egyértelmű eredmény született a strukturális különbségekre. (a) A Network Set I nem tartalmaz önbefolyásolást, a Network Set II esetében csupán négy hálózat tartalmaz, amiből csupán kettő esetben magasabb az érték 8 %-nál. Ezzel szemben a Network Set III esetében minden topológia több, mint 50%-ban tartalmaz hurokéleket. A medián majdnem 100%, tehát ezek a dinamikák általánosak a dinamikus rendszerek esetében. (b) A Network Set I esetében az interakció típusú élek kevesebb, mint 35%-ban jellemzőek. A Network Set II esetében az eredmények valamivel magasabbak, de itt is 40% alatt marad. A Network Set III esetében viszont csupán négy rendszer van, ami 100%-nál kevesebb interakciót tartalmaz, tehát a dinamikus rendszerekben ez a dinamika is szinte kivétel nélkül jelen van.

## 2.4 A kapcsolattípusok hatása a működtetésre

A hálózatok kibővítése új élekkel az önbefolyásnak és az interakciónak megfelelően megváltoztatta a szükséges beavatkozó és érzékelő csomópontok számát. Az eredmények a 2.7. ábrán láthatóak. Érdekes tény, hogy a Network Set I hálózatai eltérően reagáltak az önbefolyásoló dinamikára, mint a Network Set II hálózatai. Részletesebben, ha az önbefolyásoló dinamika megjelenik a Network Set I hálózataiban, akkor nagyobb hajlandóságot mutatnak az érzékelő csomópontok csökkentésére, míg a Network Set II esetén a beavatkozó csomópontok számában tapasztalható meglehetősen jelentős csökkenés.

Ennek ellenére a fontosabb eredmény az, hogy a Network Set III-ból származó hálózatok nem mutattak változást az újonnan hozzáadott élek következtében, azaz feltételezem, hogy a meghatározott csomópont- és éldinamika a dinamikus rendszerek alapvető része. Ezzel szemben más topológiák a beavatkozó és az érzékelő csomópontok csökkenésének több mint 95%-át mutatják, amennyiben mindkét dinamikát értelmezzük a hálózatban. Ez a drasztikus különbség megmutatja a csomópont- és éldinamika jelenlétének fontosságát a topológiákban. Ezenkívül megjegyzem, hogy a fentiek következtében a Network Set I és Network Set II hálózatai hibás eredményeket adhatnak ezen a kutatási területen, ha a vizsgált terület érzékeny a dinamika hiányára. A részletes eredmények a Függelék A.3. fejezetében találhatók.

A meghajtó és az érzékelő csomópontok csökkentését az újonnan létrehozott erősen kapcsolódó komponensekkel lehet magyarázni (SCC). Az önbefolyásoló él létrehoz egy egy csomópontból álló SCCt, míg az interakció létrehoz egy



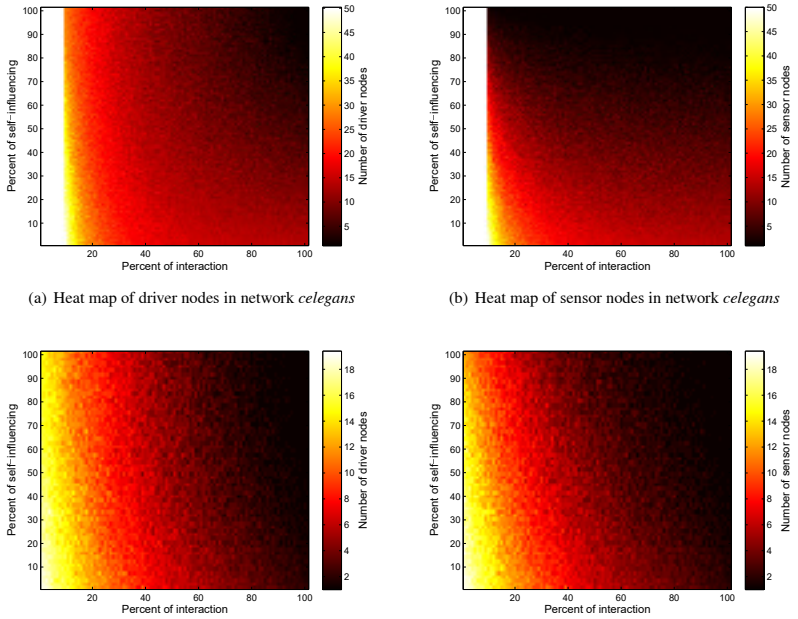

(a) Reduction of driver nodes (b) Reduction of sensor nodes

**Ábra 2.7 A beavatkozó és az érzékelő csomópontok aránya a különféle kapcsolattípusú hálózatokban.** Oszlopdiagramok, amelyek tartalmazzák a (a) beavatkozó vagy az (b) érzékelő csomópontok átlagos arányát, hálózattípusok szerint csoportosítva. Az oszlopok tetején lévő számok mutatják a beavatkozó és az érzékelő csomópontok csökkentésének mértékét az eredetihez képest.

két csomópontból álló SCCt. Ez megegyezik az egyhosszúságú és kéthosszúságú körökkel, amelyeket egy szár könnyen vezérelhet (részleteket lásd a 1.2.1. fejezetben). Ez a jelenség egyértelműen azt mutatja, hogy az egyes becsléseknél az önbefolyásolás és az interakció értelmezése minden egyes kapcsolódó csomóponton nem túlzott: a beavatkozó vagy az érzékelő csomópontok száma fokozatosan csökkent a módosított csomópontok és élek számának növelésével. Az állításom megerősítéséhez előállítottam egy hőtérképet a *celegans* hálózathoz a Network Set I-ből, illetve a *dolphins* hálózathoz a Network Set II-ből, amely a 2.8. ábrán látható. Ezenkívül, ha mindkét kapcsolattípus megjelenik a hálózatban, akkor a hálózat minden egyes összefüggő komponensét már egyetlen beavatkozó csomóponttal lehet vezérelni, és egyetlen érzékelő csomóponttal már meg lehet figyelni. Így a 2.7. ábra segítségével azt is megállapíthatom, hogy a Network Set III hálózatai több komponenst tartalmaznak, mint a többi. Mint már korábban említettem, a path-finding módszert használtam a beavatkozó és az érzékelő csomópontok előállítására. Ha alkalmazzuk a signal-sharing módszert, akkor az eredmények azonosak, csak három eset különbözik kissé. Az eredeti hálózatok esetében, a Network Set I hálózatokban a módszer 0,17605% -kal több érzékelő csomópontot jelölt ki, míg a Network Set II esetében 0,00356%-kal több beavatkozó és 0,01046%-kal több érzékelő csomópontot határozott meg a path-finding módszerhez képest.

## 2.5 Konklúzió

Bár a rendszer irányíthatóságának és megfigyelhetőségének hálózattudomány-alapú vizsgálata nagyon népszerű és gyümölcsöző, a módszertan még mindig gyerekcipőben jár. A pozitív eredmények mellett néhány negatív megjegyzést is közöltek.




(a) Heat map of driver nodes in network *celegans*

(b) Heat map of sensor nodes in network *celegans*

(c) Heat map of driver nodes in network *dolphins*

(d) Heat map of sensor nodes in network *dolphins*

**Ábra 2.8 A beavatkozó és az érzékelő csomópontok száma az önbefolyásolás és interakciók jelenlétének függvényében.** A hőtérkép egyértelműen azt mutatja, hogy az önbefolyásoló élek és az interakció élek növekedésével a beavatkozó és az érzékelő csomópontok száma fokozatosan csökken. A *celegans* hálózat hőtérképének fehér sávjai az interakció típusú kapcsolatok kezdeti létezése okozza.

Itt válaszokat adok a kritikákra a definiált kapcsolattípusok felhasználásával. Egy új munkafolyamat segítségével bemutattam, hogy a hálózat-alapú elemzés gyakorlatiasabb eredményeket hozhat, ha az állapotváltozók közötti kapcsolatok mélyebb értelmezés alapján kerülnek meghatározásra. Rájöttem továbbá, hogy az irodalomban vizsgált hálózatok többsége nem mutat dinamikus viselkedést, amelyet (lineáris) állapottérmodellként lehet értelmezni. A vizsgált hálózatok esetében, amikor az állapotváltozók közötti integráló viselkedést és egyensúlyi egyenletekhez kapcsolódó összefüggéseket is figyelembe vettem, a szükséges beavatkozó és érzékelők száma drasztikusan csökkent a túlzottan egyszerűsített strukturális hálózatok elemzéséhez képest. Bár a bemenetek és kimenetek száma jelentősen csökkent, az eredményezett rendszer magas relatív fokszámú lett, amely megakadályozza a gyors és robusztus folyamatfigyelést és vezérlést.

## 2.6 Kapcsolódó tézisek

Meghatároztam a dinamikus rendszerek állapotváltozói között értelmezhető dinamikákat és kifejlesztettem egy munkafolyamatot a rendszerek megfelelő hálózatalapú reprezentálására és elemzésére.

1. Azonosítottam a tipikus kapcsolati típusokat az állapotváltozók között és kimutattam a hatásukat az újraértelmezett topológián keresztül a be- és kimenetek számosságára.
2. Egy új módszert javasoltam a minimális be- és kimeneti konfigurációk előállítására, amely javítja a maximális párosítás hiányosságát.
3. Rávilágítottam, hogy a módszertant javasló irodalomban [126] alkalmazott példahálózatok többsége (több mint fele) nem rendelkeznek olyan dinamikákkal, amelyek (lineáris) állapottér modellként értelmezhetők lennének.

## 2.7 Kapcsolódó publikációk

### Nemzetközi monográfia

**Dániel Leitold**, Ágnes Vathy-Fogarassy, and János Abonyi. *Network-Based Analysis of Dynamical Systems–Methods for Controllability and Observability Analysis, and Optimal Sensor Placement.* Springer Nature, 2020.

### Nemzetközi, az SCI-ben nyilvántartott folyóiratban megjelent publikációk

**Dániel Leitold**, Ágnes Vathy-Fogarassy, and János Abonyi. Controllability and observability in complex networks–the effect of connection types. *Scientific reports*, 7(1):151, 2017.

**IF**: 4.122 (2017), **Független hivatkozások**: 21

### Nemzetközi folyóiratban megjelent publikációk

**Dániel Leitold**, Ágnes Vathy-Fogarassy, and János Abonyi. Network-based observability and controllability analysis of dynamical systems: the nocad toolbox. *F1000Research*, 8, 2019.

### Nemzetközi konferencia-kiadványban megjelent publikációk

**Dániel Leitold**, Ágnes Vathy-Fogarassy, Zoltán Süle, Róbert Manchin, and János Abonyi. Measuring sustainability–network science based analysis of water resources models. In *7th EDSI Conference*, page 189, 2016.

**Dániel Leitold**, Ágnes Vathy-Fogarassy, and János Abonyi. Observability and controllability based reliability analysis of complex networks and dynamical systems-the cond matlab toolbox. *ASCONIKK 2014*, page 38, 2014.

**Nemzetközi konferencia előadások**

**Dániel Leitold**, Ágnes Vathy-Fogarassy, Zoltán Süle, Robert Manchin, and János Abonyi. Measuring sustainability–network science based analysis of water resources models. In *7th Annual Conference of the European Decision Sciences Institute (EDSI 2016)*, Helsinki, Finnland, May 24-27, 2016.

**Dániel Leitold**, Ágnes Vathy-Fogarassy, and János Abonyi. Observability and controllability based reliability analysis of complex networks and dynamical systems-the cond matlab toolbox. *6th Veszprém Optimization Conference: Advanced Algorithms (VOCAL2014)*, Veszprém, Hungary, 14-17 December, 2014.

# Fejezet 3
# A relatív fokszám csökkentése további beavatkozók és érzékelők optimális elhelyezésével

**Absztrakt** Annak ellenére, hogy a strukturális irányíthatóság és megfigyelhetőség biztosíttott a korábban bemutatott path-finding módszer által, a meghatározott beavatkozók és az érzékelő csomópontok aránya a rendszer méretéhez képest alacsony, így a rendszer további meghajtókat és érzékelőket igényel a relatív fokszám alacsonyan tartása érdekében, ami a gyors és robusztus folyamatmonitorozáshoz és irányításhoz szükséges. Ebben a fejezetben javaslatot teszek egy centralitás mértékek-alapú, két halmazlefedés-alapú, és két csoportosítás és szimulált hűtés-alapú módszerre a további beavatkozók és szenzorok optimális elhelyezése érdekében.

## 3.1 A szenzorelhelyezési probléma

Az érzékelők vagy szenzorok elhelyezése jelentősen befolyásolja az azonosítás, az állapotbecslés, valamint a hibadetektálás és -izolálás (FDI) algoritmusainak teljesítményét. A dinamikus rendszerek érzékelőinek célorientált elhelyezése kihívást jelentő feladat [40]. A paraméterbecslés-orientált információs entrópia-alapú optimális érzékelő elhelyezést már vizsgálták [153]. A robusztus információ entrópia alapján egy Bayes szekvenciális érzékelő-elhelyezési algoritmust javasoltak a többtípusú érzékelőhöz is [222]. A széláram előrejelzésére számítógépes folyadékdinamikai (CFD) modelleket hoztak létre, amelyek egy előrejelzés értékű közös entrópiát használt az érzékelők elhelyezésére [154]. A hibadetektáláshoz és izolációhoz egy inkrementális analitikus redundancia-reláció (ARR) alapú algoritmust vezettek be [168]. A strukturális elemzésen alapuló érzékelő-elhelyezési stratégiák további érzékelőket helyeznek el az egyébként nem elkülöníthető hibák detektálására [55]. A kiinduló szenzor-korlátozott problémák esetén az érzékelők számát megadják, és az észlelési időt kell minimalizálni [18], míg az időkorlátozott problémák esetén a cél az, hogy minimalizálják a szükséges érzékelők számát, amelyek biztosítják az előre meghatározott időn belüli észlelést. Dinamikus rendszerek esetében a korábban említett detektálási idő függ a rendszer relatív fokszámától [87]. A jó

FDI teljesítmény mellett az érzékelők elhelyezésének biztosítania kell a rendszer megfigyelhetőségét is [22].

Hőcserélő hálózatok esetén, ha a megfigyelhetőségi elemzést egy megfelelően feltárt hálózaton hajtják végre, akkor a megfigyelhetőségi probléma elérhetőségi problémára redukálódik [195]. Egyes kaszkádos rendszerekben ez rámutat arra, hogy a szükséges érzékelők száma lényegesen kisebb, mint az állapotváltozók száma, ami a megfigyelést sebezhetővé teszi és nagyon magas relatív fokszámot eredményez, ami a deriváltak minimális száma, amely szükséges legalább egy bemenet megfigyeléséhez. A sebezhetőség kezelésére Liu és munkatársai javasoltak egy módszertant az irányítatlan hálózatként reprezentált rendszer robusztusságának biztosítására [124].

Szinte végtelen számú célfüggvény definiálható az érzékelőelhelyezési problémához [173]. Az esetek többségében az optimalizálási problémát úgy fogalmazzák meg, hogy a fizikai eszközök költségét minimalizálni kell, és megbízható, rugalmas és robusztus módon biztosítani kell az összehangolt értékek pontosságát [11]. Mivel a probléma NP-nehéz, így a vegyes egész programozásalapú megközelítések csak a kis és közepes méretű hálózatokra alkalmasak [208]. A probléma összetettségének kezelése érdekében általában heurisztikus megközelítést követnek. Például, a biokémiai reakció rendszerek belső állapotának rekonstruálására egy grafikus módszert fejlesztettek ki minimális számú érzékelővel [128]. A populációalapú optimalizálási algoritmusok közül a genetikai algoritmust (GA) alkalmazzák a leggyakrabban, pl. a GAt olyan szenzorkonfiguráció megtalálására használták, amely minimalizálja a költségeket, és maximalizálja a rendszer megbízhatóságát és biztosítja annak megfigyelhetőségét [27]. Ezeknek a gradiensmentes heurisztikus optimalizálási módszereknek az a fő előnye, hogy széleskörű modelleken alkalmazhatók [2]. A szimulált hűtés (SA) szintén széles körben alkalmazott az érzékelők elhelyezésének optimalizálására. Az SA más keresési algoritmusokkal együtt alkalmazható, pl. helyi keresési heurisztikával [135] vagy egy belső SA ciklussal, ami duális reprezentációjú szimulált hűtést eredményez (DRSA) [187]. Ezeket a technikákat gyakran kombinálják az érzékelők elhelyezésekor is, például a GA és az SA integrálásával [214]. Nemrégiben a Particle Swarm Optimization-t (PSO) alkalmazták az optimális szenzorelhelyezésre (OSLP) [161] és az ultrahangos Strukturális Egészségügyi Monitorozó (SHM) rendszer megtervezésére [20]. Ezen publikációk szerint a heurisztikus optimalizálási technikák hatékonyan alkalmazhatók kis számú érzékelő megtalálására alacsony időigényű számításokkal [227].

Ebben a fejezetben négy módszert mutatok be a dinamikus rendszerek relatív fokszámának minimalizálására a megfigyelhetőség biztosítása mellett. Továbbá bemutatok egy módszert, amely bár a relatív fokszám minimalizálását elvégzi, a rendszer strukturális megfigyelhetőségét nem garantálja. A bemutatott módszerek közül egy a closeness és a betweenness centralitás értékeket alkalmazza, kettő halmazlefedési problémát old meg, kettő pedig kombinálja a meta-heurisztikus SA módszert a klaszterezéssel. Az SAt azért választottam, mivel kiváló teljesítményszintet mutat a gráf által ábrázolt kombinatorikus optimalizálás (CO) szempontjából. A szimulált hűtés használatát megerősíti az a tény, hogy a rendszer relatív fokszáma értelmezhető útvonalként egy hálózatban, és a szimulált hűtés a véletlenszerű sétát szimulálja a

keresési gráfban. Ezen koncepció alapján használták az SAt a micro-hydropowerek elhelyezésére vízellátó hálózatokban [170] és a hálózatelrendezésre biológiai rendszerekben [134].

Mivel az érzékelők gyakorlatilag csoportosítják a megfigyelt állapotváltozókat, az érzékelők elhelyezése speciális $k$-medoid klaszterezési problémának tekinthető. Ezt a fogalmat már korábban is alkalmazták, ahol fuzzy c-mean klaszterezési algoritmust használtak az érzékelők elhelyezési problémájának térbeli eloszlásának jellemzésére [225].

A Clustering Large Applications (CLASA) algoritmus [42] gyorsan és robusztusan oldja meg a jól ismert $k$-medoid klaszterezési problémát. Ennek a fejezetnek alapvető gondolata, hogy a klaszterközpontok és a csoportosított objektumok közötti távolság figyelembevétele helyett egy célorientált érzékelő-elhelyezési algoritmus származtatható a probléma szempontjából egy releváns célfüggvény bevezetésével a CLASA algoritmusába. A fejezet második újdonsága, hogy a kapott algoritmus véletlenszerű keresését finomhangolom úgy, hogy a hálózati távolsággal kapcsolatos fuzzy tagsági függvények alapján számolom ki a kiválasztás valószínűségét.

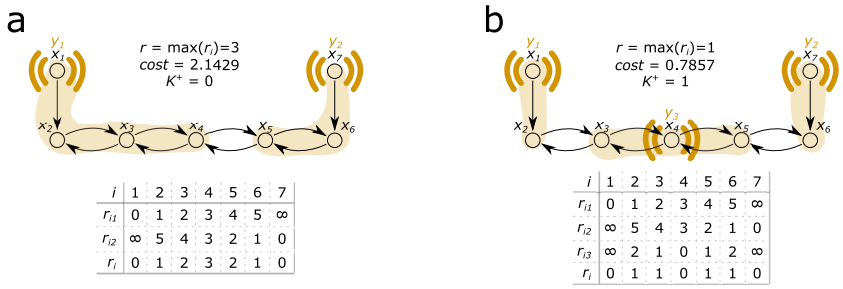
Az alábbiakban bemutatom a több bemeneti és több kimeneti (MIMO) dinamikus rendszerek relatív fokszámának elméleti alapjait és jelölésjegyzékét. Ezután bevezetem a javasolt optimalizálási algoritmusokat, és példákat adok az alkalmazásra. Végül az eredményeket ismertetem.

## 3.2 Relatív fokszám-alapú költségfüggvény

A bemeneti konfiguráció "fizikai közelségének" vagy "direkt hatásának" megadására egy $\dot{\boldsymbol{x}} = f(\boldsymbol{x}) + \sum_{j=1}^{m} g_j(\boldsymbol{x})u_j + \sum_{\kappa=1}^{p} w_\kappa(\boldsymbol{x})d_\kappa$ állapotegyenlettel és $y_i = h_i(\boldsymbol{x})$ kimeneti egyenlettel meghatározott nemlineáris rendszerre a relatív fokszámot vezették be mint egy strukturális mérték, hogy mérjék a válasz kezdeti lomhaságát [47]. A relatív fokszám általános Lie deritváltakkal adható meg. Ez a $h_i(\boldsymbol{x})$ skalár és $f(\boldsymbol{x})$ vektor mezőre a $\mathcal{L}_f h_i(\boldsymbol{x}) = \sum_{l=1}^{n}(\partial h(\boldsymbol{x})/\partial x_l)(f_l(\boldsymbol{x}))$ módon definiált, ahol $f_l(\boldsymbol{x})$ adja az $f(\boldsymbol{x})$ $l$. sorát. Magasabb rendű deriváltakat a $\mathcal{L}_f^k h_i(\boldsymbol{x}) = \mathcal{L}_f \mathcal{L}_f^{k-1} h_i(\boldsymbol{x})$, míg a kevert Lie deriváltakat a $\mathcal{L}_{gj}\mathcal{L}_f^{k-1} h_i(\boldsymbol{x})$ hagyományos módokon adhatók meg [47]. Ekkor, az $r_i$ relatív fokszám definiálható az $y_i$ kimenethez, mint a legkisebb egész, amire igaz, hogy $[\mathcal{L}_{g1}\mathcal{L}_f^{r_i-1} h_i(\boldsymbol{x}) \cdots \mathcal{L}_{gm}\mathcal{L}_f^{r_i-1} h_i(\boldsymbol{x})] \not\equiv [0 \cdots 0]$ adott $\mathbf{u}$ bemeneti vektorra, amennyiben létezik. Ha nem, akkor $r_i = \infty$. Az $r_{ij}$ relatív fokszám $y_i$ kimenet és $u_j$bemenethez tartozó legkisebb egész, amire $\mathcal{L}_{gj}\mathcal{L}_f^{r_{ij}-1} h_i(\boldsymbol{x}) \not\equiv 0$, amennyiben létezik, különben $r_{ij} = \infty$. A kapcsolat $r_i$ és $r_{ij}$ között úgy definiálható, hogy $r_i = min(r_{i1}, r_{i2}, \ldots, r_{im})$. Analóg módon $r_{ij}$-hez, a relatív fokszám $\rho_{i\kappa}$ az $y_i$ kimenethez megadható a $d_\kappa$ zavaráshoz úgy, mint a legkisebb egész $\mathcal{L}_{w_\kappa}\mathcal{L}_f^{\rho_{i\kappa}} h_i(\boldsymbol{x}) \not\equiv 0$ amennyiben létezik, különben $\rho_{i\kappa} = \infty$.

Lineáris rendszerekre, amik a 1.1. és 1.2. egyenletekkel vannak definiálva, $r_{ij}$-t úgy lehet definiálni, mint a legkisebb egész, amire $\boldsymbol{c}_i \mathbf{A}^{r_{ij}-1} \boldsymbol{b}^j \neq 0$, ahol $\boldsymbol{c}_i$ a $\mathbf{C}$ mátrix $i$. sora és $\boldsymbol{b}^j$ a $\mathbf{B}$ mátrix $j$. oszlopa. A relatív fokszám $\rho_{i\kappa}$ a $\boldsymbol{d}$ zavaráshoz

tartozó legkisebb egész amire $\boldsymbol{c}_i \mathbf{A}^{\rho_{i\kappa}-1} \boldsymbol{e}^{\kappa} \neq 0$, ahol $\boldsymbol{e}^{\kappa}$ adja a $\mathbf{E}$ mátrix $\kappa$. oszlopát. A hálózati reprezentáció értelmezésével bármely lineáris vagy linearizált rendszer $r_{ij}$ fokszáma úgy definiálható, mint az $\ell_{ij}$ legrövidebb út hossza az $y_i$ érzékelőtől a $u_j$ beavatkozóig, $r_{ij} = \ell_{ij}$. Analóg módon a $\rho_{i\kappa}$ relatív fokszám az $\ell_{i\kappa}$ legrövidebb út hossza az $y_i$ érzékelőtől a $d_{\kappa}$ zavarásig ($\rho_{i\kappa} = \ell_{i\kappa}$). A relatív fokszám vizuális reprezentációja a 3.1. ábrán látható.




| $i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $r_{i1}$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | ∞ |
| $r_{i2}$ | ∞ | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |
| $r_i$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 2 | 1 | 0 |

| $i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $r_{i1}$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | ∞ |
| $r_{i2}$ | ∞ | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |
| $r_{i3}$ | ∞ | 2 | 1 | 0 | 1 | 2 | ∞ |
| $r_i$ | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |

**Ábra 3.1** A relatív fokszám fogalmának bemutatása és az, hogy egy további érzékelő miként csökkenti a rendszer relatív fokszámát. (**a**) Relatív fokszámok két érzékelő esetében, amelyekre a megfigyelhetőség biztosítása miatt van szükség. (**b**) Relatív fokszám egy további érzékelő esetén.

Ha a megfigyelés célja a $\boldsymbol{d}(t) \in \Re^N$ zavar hatásának becslése, amely függetlenül befolyásolja az összes állapotváltozót, akkor $\mathbf{E}$ egy egységmátrix, $\mathbf{I}_N$, és a rendszer relatív fokszáma $r = max_{i=1}^{K} r_i$. Az alábbiakban feltételezzük, hogy minden állapotváltozó befolyásolt, így a relatív fokszámot a kimenetek és az összes állapotváltozó között kerül kiértékelésre.

Mivel az érzékelők kiegyensúlyozott elhelyezése fontos, az $S$ érzékelő csomópontok halmazát úgy kell meghatározni, hogy minimalizáljuk a költségfüggvényt a következő lineáris programozási feladattal:

$$
\begin{aligned}
\min_{S} \quad & cost(G,S,\beta) = \beta \max_{i=1}^{K} r_i + (1-\beta)\frac{\sum_{i=1}^{K} r_i}{N} \\
\text{subject to} \quad & G = G(\boldsymbol{x}, \mathbf{A}) \\
& S = S_f \cup S_c \\
& \beta \in [0,1] \\
& S \subseteq \boldsymbol{x} \\
& S_f = \overline{V(MM)} \\
& K = |S_f| + K^+ \\
& |S_f| = \max(1, |\overline{V(MM)}|) \\
& K^+ = |S_c| \\
& r_i = \min_{j=1..N} \ell_{ij}
\end{aligned}
\tag{3.1}
$$

$G$ a rendszer hálózati ábrázolása, a $\beta = [0, 1]$ paraméter súlyoz a rendszer relatív fokszámának maximuma és egyensúlya között, ami a relatív fokszámok átlaga. A relatív fokszám minimalizálása mellett a rendszer megfigyelhetőségét is biztosítani kell. A megfelelő $\mathbf{C}$ kimeneti mátrix létrehozásához először az $S_f$ párosítatlan csomópontok halmazát állítja elő a path-finding módszer, majd a jelölt érzékelő csomópontok halmazát, $S_c$, kell meghatározni. A jelölt érzékelő csomópontok számossága, $K^+$ ($K^+ = |S_c|$) a további érzékelők száma. Ezután a $\mathbf{C}$ mátrixot az eredményül kapott érzékelő csomópontok $S = S_f \cup S_c$ alapján készítem úgy, hogy minden $x_i \in S$, $K = |S|$, $\boldsymbol{c}_j$ egy one-hot sorvektor, amelynek $i$. eleme nem nulla, $j = 1, \ldots, K$, tehát $\mathbf{C} = [\boldsymbol{c}_1^T, \ldots, \boldsymbol{c}_K^T]^T$.

Mivel korlátozások nélkül a kiosztható érzékelők száma $K^+$, az érzékelők lehetséges elhelyezésének kombinációinak száma $\frac{K^+!}{|V \setminus S_f|!(|V \setminus S_f| - K^+!)}$. Az NP-nehéz probléma megoldása érdekében egy centralitás mértékek-alapú , egy halmazlefedés-alapú és két szimulált hűtés-alapú heurisztikus optimalizálási algoritmust mutatok be a következő fejezetben.

## 3.3 Gyors és robusztus kimeneti konfiguráció tervezése

A rendszer relatív fokszámának és lustaságának optimalizálása érdekében meghatároztam egy célfüggvényt (3.1. egyenlet), amelyet az érzékelők és állapotváltozók közti maximális és átlagos távolságának lineáris kombinációjának alapszik. Az alábbiakban bemutatom a három egyszerű heurisztikán alapuló módszert, nevezetesen a centralitás mértékek-alapú és a halmazlefedés-alapú grassroot és retrofit módszereket, amelyek egy megengedett maximális $r_{max}$ relatív fokszámot használnak az optimalizálás során, majd bemutatom a két szimulált hűtést és fuzzy klaszterezést alkalmazó módszert, amelyek az optimalizálás során a $cost$ célfüggvényt (3.1. egyenlet) használják.

### 3.3.1 Centralitás mértékek- és halmazlefedés-alapú módszerek

Három módszert javaslok az egyszerű heurisztikát használó minimális bemeneti és kimeneti konfigurációk kiterjesztéséhez [105]. Az első megközelítés két hálózatspecifikus mérőszámot használ, nevezetesen a closeness és a betweenness centralitást. Első lépésként meg kell adni a megengedett maximális relatív fokszámot, $r_{max}$, és meg kell határozni a minimálisan szükséges érzékelők (vagy beavatkozók) halmazát a path-finding módszerrel: $O$ (vagy $C$). Ezután az $i$. csomópont closeness értékét (3.2. egyenlet) kell kiszámítani, ahol $N_R(i)$ az $i$. csomópontból elérhető állapotváltozók száma (amibe nem tartozik bele az $i$. csomópont). Ha a $j$. állapotváltozó nem érhető el az $i$. csomópontból, akkor a közöttük lévő távolság nulla, $\ell_{i,j} = 0$.

Ha az $i$. csomópont egyetlen állapotváltozót sem ér el, ($N_R(i) = 0$), akkor annak távolsága a többi állapotváltozótól végtelennek tekintendő, $\sum_{j \neq i} \ell_{i,j} = \infty$.

$$Cc(i) = \frac{N_R(i)^2}{(N-1) * \sum_{j \neq i} \ell_{i,j}} \tag{3.2}$$

A köztesség kiszámításához meg kell számolni azon legrövidebb utak számát, amely tartalmazza az $i$. csomópontot, $\sigma_{st}(i)$, majd ezt osztani kell az összes legrövidebb útvonal számával, $\sigma_{st}$, minden egyes $s$ kiindulási és $t$ cél csomóponthoz úgy, hogy $s \neq i \neq t$. Az $i$. csomópont köztesség értékét a 3.3. egyenlet mutatja.

$$Bc(i) = \sum_{s \neq i \neq t} \frac{\sigma_{st}(i)}{\sigma_{st}} \tag{3.3}$$

Ezután minden szenzorhoz, pl. az $i$. érzékelőhöz előállítjuk a $Z_i$ állapotváltozók halmazát úgy, hogy a halmazba tartozó összes állapotváltozóhoz a legközelebbi érzékelő az $i$. érzékelő. Minden egyes $Z_i$ esetén létrejön a $G_{Z_i}$ részgráf, amely a $Z_i$ csomópontokat tartalmazza és a közöttük megtalálható összes élet $G$-ből. Ha a $G_{Z_i}$ relatív fokszáma meghaladja az $r_{max}$-ot, akkor a legmagasabb kombinált centralitású csomópontot választom további szenzornak (vagy beavatkozónak), azaz: $O = O \cup \{i : \max(Cc(i)Bc(i)), i \notin O\}$ a kimeneti konfiguráció esetén, és $C = C \cup \{i : \max(Cc(i)Bc(i)), i \notin C\}$ a bemeneti konfiguráció esetén. Ezt a lépést addig kell ismételni, amíg az összes $G_{Z_i}$ relatív fokszáma nem lesz kisebb vagy egyenlő $r_{max}$ értékénél. Az algoritmus pszeudokódját a 1. algoritmus mutatja.

**Algorithm 1** A centralitás mértékekek-alapú módszer pszeudokódja.

```
procedure cenMeasures(A, O, r_max)
    for i = 1 to |O| do
        Let Z_i be the set of state variables closest for sensor i
        if r_max < r_i then
            O = O ∪ {i : max(Cc(i)Bc(i)), i ∉ O}
            O = O ∪ cenMeasures(Z_i, O, r_max)
        end if
    end for
    return O
end procedure
```

A második és a harmadik megközelítés a halmazlefedési problémán alapszik. A megközelítés értelmezhető grassroot és retrofit tervezésként is. Első lépésként meg kell határozni az $W_i$ csomópontok halmazát, amelyek elérhetőek az $i$. csomópontból legfeljebb $r_{max}$ lépésen belül. Az algoritmus megfogalmazásakor a $\mathcal{U}$ az összes állapotváltozó halmazát jelöli, $O$ (vagy $C$) a minimális érzékelők (vagy beavatkozók) halmaza, amelyek a strukturális megfigyelhetőséget (vagy irányíthatóságot) biztosítják. Kimeneti (vagy bemeneti) konfiguráció esetén $J$ a szükséges érzékelő (vagy beavatkozó) csomópontok halmazát képviseli, úgy, hogy $P$ azon állapotváltozók halmaza, amelyet $J$ lefed, azaz $P = \cup_{j \in J} W_j$. A cél $J$ minimálisra csökkentése úgy, hogy

$P = \mathcal{U}$ és $O \subset J$ (vagy $C \subset J$), továbbá $r_u \leq r_{max}$, $\forall u \in \mathcal{U}$. Grassroot tervezés esetén a kezdeti kimeneti (vagy bemeneti) konfiguráció nincs megadva, és a módszer a relatív fokszám tekintetében egy globális optimumot ad, de ebben az esetben a strukturális megfigyelhetőség (vagy irányíthatóság) nem biztosított. Retrofit tervezés esetén a minimális érzékelő (vagy beavatkozó) csomópontokból elérhető állapotváltozók eltávolításra kerülnek a $W_i$-ből, mivel azok a strukturális megfigyelhetőség (vagy irányíthatóság) miatt már eleve elérhetők a megadott $r_{max}$ határértéken belül. A halmazok előállítása után mohó algoritmust alkalmaztam a halmazfedési probléma megoldására [74]. Az algoritmus pszeudokódja a 2. algoritmusban látható.

**Algorithm 2** A halmazlefedés-alapú módszer pszeudokódja.

```
procedure setCovering(A, r_max, O)
    for i = 1 to N do
        Let W_i be the set of state variables reachable from node i in r_max steps
    end for
    if O ≠ ∅ then
        P = ∪_{o∈O} W_o
        for i = 1 to N do
            W_i = W_i \ P
        end for
    end if
    J = O ∪ greedyScp(W_i)                                  ▹ lásd [74]
    return J
end procedure
```

### 3.3.2 Szimulált hűtés és fuzzy csoportosítás-alapú módszerek

A fenti értelmezés alapján a minimalizálási probléma $k$-medoid klaszterezési problémának is tekinthető, ahol a centroid elemek az érzékelő csomópontok és a klaszterek tagjai a megfigyelt állapotváltozók.

A további érzékelők helyének meghatározásához két megközelítést javasolok, amelyek alapját a Clustering Large Applications based on Simulated Annealing algorithm (CLASA) [42] és a Geodesic Distance-based Fuzzy $c$-Medoid Clustering method (GDFCM) [95] adja. Az első algoritmusban a CLASA algoritmus a következőképpen módosul. A CLASA eredeti célfüggvénye, amely kiszámítja az objektumok és a medoidok közötti távolságot, ami itt az állapotváltozók és az érzékelők közötti távolságot jelentené, lecserélésre kerül a 3.1. egyenletben láthatóra. Az új célfüggvénnyel nemcsak a minimális relatív fokszámot lehet biztosítani, hanem az érzékelők terhelésének kiegyensúlyozása érdekében meg lehet különböztetni az azonos számú érzékelővel és relatív fokszámmal rendelkező konfigurációkat. A keresési mechanizmust finomítani kell, mivel a rögzített medoid-érzékelők ($S_f$) nem elmozdíthatók a rendszer megfigyelhetőségének biztosítása érdekében. A második

algoritmus javítja a kapott mCLASA algoritmus véletlenszerű keresését azáltal, hogy bevezeti a távolságfüggő szelekciós valószínűséget, amelyet a Geodesic Distance-based Fuzzy $c$-Medoid Clustering method (GDFCM) alapján számítok ki [95].

Mindkét algoritmusban először az $S_f$ rögzített érzékelő csomópontok kerülnek meghatározásra, hogy a megfigyelhetőség biztosítva legyen a párosítatlan csomópontok alapján. Ezután a jelölt érzékelő csomópontok ($S_c$) véletlenszerűen generálódnak, és kiszámolom a költségfüggvény értékét. Ezt követően minden iterációban véletlenszerűen megváltoztatom az egyik jelölt érzékelő csomópontot ($s^-$) és kiszámításra kerül a költségfüggvény új értéke. Ebből kiszámolom az új és a régi költségfüggvény értéke közti különbséget ($\Delta$). Az érzékelő új elhelyezését akkor lehet elfogadni, ha $\Delta < 0$.

Ha $\Delta \geq 0$, akkor a rosszabb elhelyezést csak $\exp(\frac{-\Delta}{T^i})$ valószínűséggel fogadom el, ahol $T^i$ az SA hőmérséklete az $i$. iterációban, amelynek dinamikája a 3.4. egyenletben látható, illetve $\alpha$ a hőmérséklet hűtési együtthatója, amely kezdetben egy meghatározott érték lehet, vagy megadható bizonyos számú iterációval ($maxiter$), valamint a maximális és minimális hőmérsékletekkel ($T_{max}$ és $T_{min}$). A keresés véletlenszerűsítése lehetővé teszi az algoritmus számára, hogy bejárja a keresési teret, és konvergáljon az iterációk számának növekedésével.

$$T^{i+1} = \alpha T^i, \qquad \alpha = \left(\frac{T_{min}}{T_{max}}\right)^{1/maxiter} \tag{3.4}$$

A javasolt modified Clustering Large Applications based on Simulated Annealing (mCLASA) pszeudokódja a 3. algoritmusban látható. Az algoritmus a következő bemeneteket és paramétereket várja: $G$ a rendszer hálózati ábrázolása az 1.1. egyenletből, $\beta \in (0, 1)$ a költségfüggvény paraméterét jelenti a 3.1. egyenletből, a $K^+$ a további érzékelők számát jelöli, a $maxiter$ a szimulált hűtés iterációinak száma, $T_{max}$ pedig a maximum hőmérséklet, azaz a kezdeti hőmérsékletet jelöli, míg $T_{min}$ a minimum hőmérsékletet jelenti. A következő értékeket adtam a paramétereknek: $\beta = 0.5$, $maxiter = 500$, $T_{max} = 10$ és $T_{min} = 10^{-2}$.

A második módszer a GDFCM [95] megközelítéssel bővíti a korábban bevezetett mCLASA módszert. Ez a kiterjesztés növeli annak valószínűségét, hogy minden iterációban potenciálisan jobb szomszédos érzékelőket válasszunk az előző iterációs lépésekben elhelyezett érzékelőkhöz ($s^-$) képest. Az algoritmus az érzékelőket klaszterközpontoknak (medoidoknak) tekinti, meghatározza az állapotváltozók klaszterhez tartozásának valószínűségeit, és a medoidot (az érzékelőt) véletlenszerűen kiválasztott állapotváltozóval cseréli. A véletlenszerű kiválasztás a távolságon alapuló fuzzy tagsági értéket használja. Az $R(s_j)$ állapotváltozók $\mu_{i,j}$ klaszter tagságát a fuzzy tagsági függvény határozza meg (lásd 3.5. egyenletet a 4. algoritmusban), ahol a távolságokat a gráf irányítatlan változatában kell kiszámítani ($G^u$). A rulettkerék-alapú kiválasztás [72] megadja az új medoidot a tagsági értékek alapján. Az algoritmus keresési terét a fuzzy exponens $m$ is irányítja, amelyet minden iterációban $\alpha_m$-mel csökken, hasonlóan az $\alpha$-hoz a 3.4. egyenletben.

A javasolt, geodéziai távolságon alapuló fuzzy $c$-medoid klaszterezési módszer szimulált hűtéssel algoritmus (GDFCMSA) pszeudokódját a 4. algoritmus mutatja.

**Algorithm 3** A módosított CLASA (mCLASA) algoritmus pszeudokódja.

```
1: procedure mCLASA(G, β, K⁺, maxiter, T_max, T_min)
2:     α = (T_min / T_max)^(1/maxiter), T^1 = T_max
3:     S_f = getSensors(G)                          ▹ a path-finding módszerrel: [104]
4:     Let S_c be the set of the K⁺ randomly chosen elements from V\S_f
5:     cost = cost(G, S_f ∪ S_c, β)                 ▹ 3.1. egyenlet
6:     for i = 1 to maxiter do
7:         Let s⁻ be a randomly selected element from S_c
8:         S'_c = S_c \ {s⁻}
9:         Let s⁺ be a randomly chosen node from V\(S_f ∪ S'_c)
10:        S'_c = S'_c ∪ {s⁺}
11:        newcost = cost(G, S_f ∪ S'_c, β)
12:        Δ = newcost − cost
13:        if Δ < 0 then
14:            cost = newcost
15:            S_c = S'_c
16:        else
17:            if random() < exp(−Δ/T^i) then
18:                cost = newcost
19:                S_c = S'_c
20:            end if
21:        end if
22:        T^(i+1) = αT^i
23:    end for
24:    return cost
25: end procedure
```

Az algoritmus a következő bemenetekkel és paraméterekkel rendelkezik: $G$ a rendszer hálózati ábrázolását jelöli, $\beta \in (0, 1)$ a költségfüggvény egyensúlyi paraméterét jelenti, a $K^+$ a további érzékelők számát jelöli, a $maxiter$ a szimulált hűtés iterációinak száma, $T_{max}$ a maximum hőmérséklet, míg a $T_{min}$ a minimum hőmérséklet, $m_{max}$ a maximális fuzzy komponens értéke, és $m_{min}$ a minimális fuzzy komponensérték. A következő értékeket adtam a paramétereknek: $\beta = 0.5$, $maxiter = 500$, $T_{max} = 10$, $T_{min} = 10^{-2}$, $m_{max} = 10$ és $m_{min} = 2$.

Mind az mCLASA, mind a GDFCMSA módszert lehet úgy paraméterezni, hogy a maximálisan megengedett relatív fokszám, $r_{max}$, legyen megadva a további csomópontok száma, $K^+$ helyett. Ebben az esetben egy új ciklusba kell beágyazni a 3. és/vagy 4. algoritmusban bemutatott teljes algoritmust, ahol a külső ciklus addig ismétlődik, amíg a kapott maximális relatív fokszám nem lesz kisebb vagy egyenlő, mint $r_{max}$. Ekkor minden iterációban a $K^+$ értéke eggyel növekszik.

**Algorithm 4** A geodéziai távolság alapú fuzzy $c$-medodid csoportosítás szimulált hűtéssel algoritmus (GDFCMSA) pszeudokódja.

**procedure** GDFCMSA($G, \beta, K^+, maxiter, T_{max}, T_{min}, m_{max}, m_{min}$)
  $\alpha = \left(\frac{T_{min}}{T_{max}}\right)^{1/maxiter}, T^1 = T_{max}, \alpha_m = \left(\frac{m_{min}}{m_{max}}\right)^{1/maxiter}, m^1 = m_{max}$
  $S_f = getSensors(G)$ ▹ a path-finding módszerrel: [104]
  Let $S_c$ be the set of the $K^+$ randomly chosen state elements from $V \backslash S_f$
  $cost = cost(G, S_f \cup S_c, \beta)$ ▹ 3.1. egyenlet
  **for** $i = 1$ to $maxiter$ **do**
    Calculate the fuzzy membership values for $G^u$, $1 \leq i \leq K$ and $1 \leq j \leq N$:

$$\mu_{i,j} = \frac{1}{\sum_{k=1}^{K} \left(\frac{r_{i,j}}{r_{k,j}}\right)^{\frac{2}{m^i - 1}}} \tag{3.5}$$

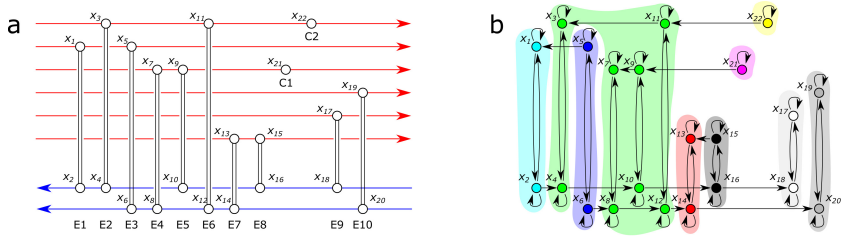
    Let $s^-$ be a randomly selected sensor node from $S_c$
    $S'_c = S_c \backslash \{s^-\}$
    $R(s^-) = \{x_j | x_j \in V, s^- = \arg\max_{k=1}^{K} \mu_{k,j}\}$
    **for all** $s_j \in R(s^-)$ **do**
      $P(s_j) = \mu_{s^-,s_j}$
    **end for**
    $s^+ = \{x_j | x_j = roulette_wheel_selection(P)\}$
    $S'_c = S'_c \cup \{s^+\}$
    $newcost = cost(G, S_f \cup S'_c, \beta)$
    $\Delta = newcost - cost$
    **if** $\Delta < 0$ **then**
      $cost = newcost$
      $S_c = S'_c$
    **else**
      **if** $random() < \exp(\frac{-\Delta}{T^i})$ **then**
        $cost = newcost$
        $S_c = S'_c$
      **end if**
    **end if**
    $T^{i+1} = \alpha T^i, m^{i+1} = \alpha_m m^i$
  **end for**
  **return** $cost$
**end procedure**

## 3.4 Adaptálhatóság ellenőrzése

Ebben a részben négy esettanulmányt mutatok be a korábban ismertetett módszerek alkalmazhatóságának vizsgálata érdekében. Az esettanulmányok rövid bemutatása után három szempontból értékelem a javasolt módszereket. Először a módszerek teljesítményét elemzem annak alapján, hogy miként tudják biztosítani a kezdetben megadott maximális relatív fokszámot, másodszor, a kiegészítő érzékelő csomópontok hatását a költségfüggvényre és a rendszer relatív fokszámára, harmadszor pedig az SA alapú módszerek konvergenciájának sebességét vizsgálom.

### 3.4.1 Az esettanulmányok leírása

Az első esettanulmány a hőcserélő hálózatok (HEN) irányíthatóságával kapcsolatos. A HEN-ek széles körben tanulmányozott dinamikus rendszerek mivel ezek kellően komplex és összetettek, amik jó alapot nyújtanak a rendszerekhez szükséges fejlett folyamatmonitorozó és vezérlő algoritmusok kifejlesztéséhez. A vizsgált HEN hálózati topológiáját a 3.2. ábra mutatja. A hálózat hat meleg áramból, két hideg áramból, tíz hőcserélőből és két kiegészítő hűtőből áll [211]. A probléma **A** állapotátmeneti mátrixa könnyen meghatározható a folyamat struktúrája alapján [195], amely 22 állapotváltozót eredményez.




**Ábra 3.2 A hőcserélő hálózat esettanulmány.** (a) A vizsgált hőcserélő hálózat felépítése, és a hideg és meleg áramok kapcsolata. (b) Az állapotváltozók hálózati ábrázolása a 3.2.(a) ábrán látható hőmérsékletekhez és folyamokhoz. A színek az erősen kapcsolódó komponenseket jelölik.

Az érzékelők HEN-be történő elhelyezésével kapcsolatos probléma részletes elemzését követően három másik dinamikus rendszert vizsgálok annak érdekében, hogy szemléltessem a módszerek alkalmazhatóságát nagyobb hálózatokon. Ezek a példák nem általánosak az irányíthatósági elemzések szempontjából, mivel inkább a model-redukciós algoritmusok tanulmányozására használták őket [31]. Az első két példa a módosított csomópont-elemzésen (Modified Nodal Analysis, MNA) [150] alapul, és 578, illetve 980 állapotváltozót tartalmaz. Az utolsó esettanulmány egy patch-antenna szerkezetének parciális elem-ekvivalens áramkörének (PEEC) állapottér modelljén alapszik, 172 induktivitással, 6990 kölcsönös induktivitással és

2100 kapacitással, amelyek 480 állapotváltozót definiál [83]. Az esettanulmányokkal kapcsolatos további információk a Függelék B.1. fejezetében találhatók.

Az esettanulmányok teljesítményelemzése három forgatókönyvet tartalmaz. Először, egy kezdetben meghatározott $r_{max}$ relatív fokszám esetén a négy javasolt módszer által szolgáltatott költségfüggvény értékeket, a relatív fokszámok kiegyensúlyozottságát és a hozzárendelt szenzorok számát elemeztem. Másodjára, mivel az mCLASA és a GDFCMSA módszer paraméterezhető $K^+$-al az $r_{max}$ helyett, a két módszer esetében elemeztem a további szenzorok hatását a költségfüggvényre és a relatív fokszámra. Harmadjára, a két szimulált hűtés-alapú módszer konvergenciáját vizsgáltam. Az esettanulmányokhoz rendelt paramétereket a 3.1. táblázat foglalja össze. Az esettanulmányok hálózati ábrázolásait és az azok eredményeként létrejött érzékelő elhelyezéseket a Függelék B.2. fejezete mutatja be.

**Táblázat 3.1** A példákban vizsgált hálózatok fő paraméterei. $|V|$ az állapotváltozók számát jelzi, $|E|$ az állapotváltozók közötti kapcsolatok számát jelenti. $|S_f|$ a rögzített érzékelő csomópontok számát jelzi, $K^+$ pedig a további csúcsok száma és $r_{max}$ a paraméterként használt maximálisan megengedett relatív fokszámot jelenti.

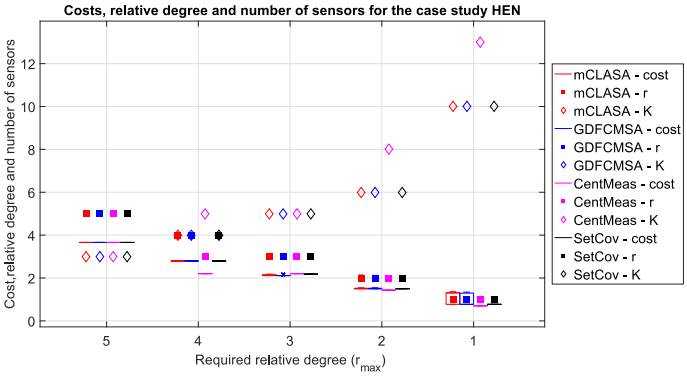
| Network | Description | $\|V\|$ | $\|E\|$ | $\|S_f\|$ | $K^+$ | $r_{max}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| HEN | Egyszerű hőcserélő hálózat. | 22 | 56 | 3 | $0, \ldots, 15$ | {5,4,3,2,1} |
| MNA_1 | Többportos, feszültségforrások módosított csomóponteleme-zése. | 578 | 1,694 | 3 | $0, \ldots, 35$ | {60,50,40,30,20} |
| MNA_4 | Többportos, feszültségforrások módosított csomóponteleme-zése. | 980 | 2,872 | 2 | $0, \ldots, 35$ | {89,75,60,45,30} |
| PEEC | Részleges elem-ekvivalens áramköri modell. | 480 | 1,346 | 1 | $0, \ldots, 35$ | {54,40,30,20,10} |

Az mCLASA és GDFCMSA módszerek alkalmazása során, mivel random keresés-alapú technikák, minden eredmény 100 független futtatásson alapszik. Az algoritmusok paraméterei minden futás során megegyezetek, és a következők voltak: $\beta = 0.5, T_{max} = 10, T_{min} = 10^{-2}, m_{max} = 10, m_{min} = 2$. Az $\alpha$ és $\alpha_m$ csökkentését a 3.4. egyenlet alapján határoztam meg, ahogy az a 3. és a 4. algoritmusban is látható.

### 3.4.2 Az optimalizáló algoritmusok teljesítménye

Az első szcenárióban először meghatároztam az $S_f$ rögzített érzékelők halmazát, amelyek szükségesek a rendszer megfigyelhetőségének biztosításához. Ezután minden iterációban további érzékelőt adtam a rendszerhez a relatív fokszámának ($r$) csökkentése érdekében. A véletlenszerű keresésen alapuló algoritmusok robusztusságának kiértékeléséhez 100 független futtatás eredményét jelenítettem meg egy dobozdiagramon, hogy megmutassam az optimalizált költségfüggvényt eloszlását. Minden eredmény első oszlopa (3.3.,3.4.,3.5. és 3.6. ábra) a maximális párosítás eredménye, azaz $r_{max}$ a minimális konfiguráció által garantált relatív fokszám.

Az mCLASA és a GDFCMSA módszer nagyjából ugyanazokat a konfigurációkat javasolta. Bár a centralitás mértékek-alapú módszer jobb eredményt nyújthat az $r$ és $cost$ alapján, ehhez további érzékelők szükségesek, vagyis $K^+$ nagyobb. A szimulált hűtés előnye az mCLASA és a GDFCMSA módszereknél jól látható, mivel a halmazlefedés-alapú módszerhez hasonló mennyiségű érzékelőt azonosított a rendszerhez, de jobb eredmény nyújtanak egyéb paraméterekben($r$, $cost$).

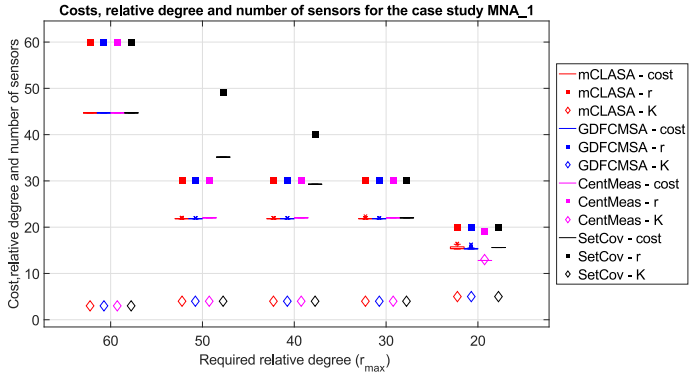



**Ábra 3.3 A költségfüggvény értéke, a relatív fokszám és a kimenetek száma a maximálisan megengedett relatív fokhoz ($r_{max}$) viszonyítva a HEN esettanulmányban.** A dobozdiagram a költségfüggvény interkvartilis terjedelmét és mediánjait mutatják, míg a négyzet alakú pontdiagram a kapott relatív fokszámot ábrázolja. A gyémánt alakú pontdiagram jelzi a rendszerbe helyezett érzékelők számát. Az mCLASA, GDFCMSA, a centralitás mértékek-alapú és halmazlefedés-alapú retrofit tervezés eredményeit rendre a piros, kék, bíbor és fekete színek jelölik. A doboz diagramokhoz tartozó outliereket a plusz jelek mutatják.

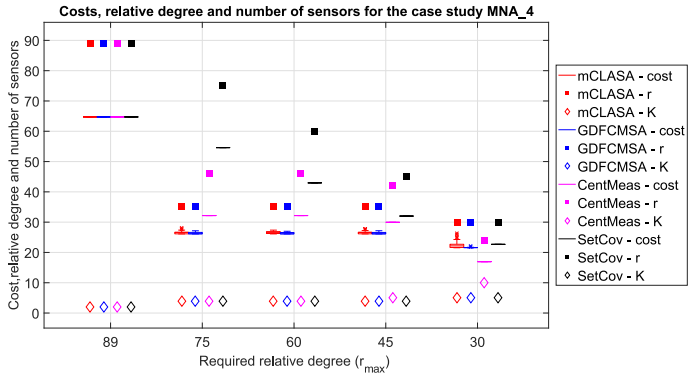
A módszerek teljesítményének összehasonlításához nagyobb adatkészletet is használtam, amelyet a 4.3. fejezetben mutatok be részletesen. Az adatkészlet több mint 600 hőcserélő hálózatot tartalmaz. Minden hálózathoz az $r_{max}$-ot a hálózat átmérőjének negyed részére állítottam be. Ezután elemeztem, hogy egy adott módszer hány hálózat esetében ad jobb megoldást egy másik módszerhez képest az azonosított szenzorok száma alapján. Az eredmény a 3.2. táblázatban látható.

**Táblázat 3.2** A módszerek összehasonlításának eredménye. Az $i$. sor, $j$. oszlop tartalmazza a hőcserélő hálózatok számát, ahol az $i$. módszer kevesebb érzékelővel biztosította $r_{max}$ relatív fokszámot, mint a $j$. módszer.

| | **CentMeas** | **SetCov** | **mCLASA** | **GDFCMSA** |
|---|---|---|---|---|
| **CentMeas** | 0 | 0 | 2 | 1 |
| **SetCov** | 523 | 0 | 69 | 45 |
| **mCLASA** | 528 | 43 | 0 | 17 |
| **GDFCMSA** | 531 | 61 | 66 | 0 |



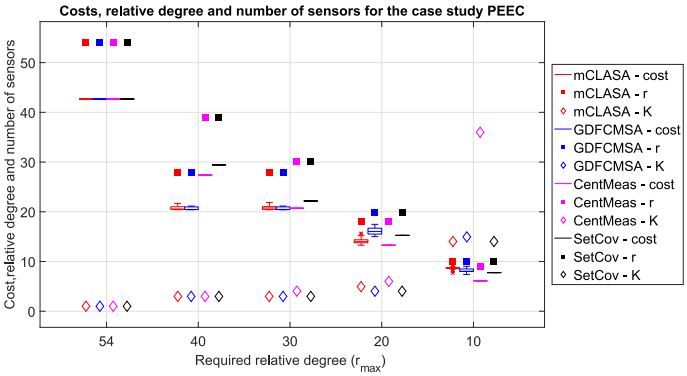

**Ábra 3.4 A költségfüggvény értéke, a relatív fokszám és a kimenetek száma a maximálisan megengedett relatív fokhoz ($r_{max}$) viszonyítva a MNA_1 esettanulmányban.** A dobozdiagram a költségfüggvény interkvartilis terjedelmét és mediánjait mutatják, míg a négyzet alakú pontdiagram a kapott relatív fokszámot ábrázolja. A gyémánt alakú pontdiagram jelzi a rendszerbe helyezett érzékelők számát. Az mCLASA, GDFCMSA, a centralitás mértékek-alapú és halmazlefedés-alapú retrofit tervezés eredményeit rendre a piros, kék, bíbor és fekete színek jelölik. A doboz diagramokhoz tartozó outliereket a plusz jelek mutatják.




**Ábra 3.5 A költségfüggvény értéke, a relatív fokszám és a kimenetek száma a maximálisan megengedett relatív fokhoz ($r_{max}$) viszonyítva a MNA_4 esettanulmányban.** A dobozdiagram a költségfüggvény interkvartilis terjedelmét és mediánjait mutatják, míg a négyzet alakú pontdiagram a kapott relatív fokszámot ábrázolja. A gyémánt alakú pontdiagram jelzi a rendszerbe helyezett érzékelők számát. Az mCLASA, GDFCMSA, a centralitás mértékek-alapú és halmazlefedés-alapú retrofit tervezés eredményeit rendre a piros, kék, bíbor és fekete színek jelölik. A doboz diagramokhoz tartozó outliereket a plusz jelek mutatják.

A jobb megoldás mellett az ugyanolyan jó megoldásokat is megvizsgáltam, azaz ahol a két módszer azonos teljesítményszinttel rendelkezik a hozzárendelt szenzorok száma szerint. A HEN-ek számát, ahol az eredmények megegyeznek, a 3.3. táblázat tartalmazza.

Végül, de nem utolsósorban az első szcenárióban a Pareto frontot állítottam elő. Két esetet határoztam meg. Először úgy értékeltem a módszereket, hogy mennyire




**Ábra 3.6 A költségfüggvény értéke, a relatív fokszám és a kimenetek száma a maximálisan megengedett relatív fokhoz ($r_{max}$) viszonyítva a PEEC esettanulmányban.** A dobozdiagram a költségfüggvény interkvartilis terjedelmét és mediánjait mutatják, míg a négyzet alakú pontdiagram a kapott relatív fokszámot ábrázolja. A gyémánt alakú pontdiagram jelzi a rendszerbe helyezett érzékelők számát. Az mCLASA, GDFCMSA, a centralitás mértékek-alapú és halmazlefedés-alapú retrofit tervezés eredményeit rendre a piros, kék, bíbor és fekete színek jelölik. A doboz diagramokhoz tartozó outliereket a plusz jelek mutatják.

**Táblázat 3.3** A módszerek összehasonlításának eredménye. Az $i$. sor, $j$. oszlop tartalmazza a hőcserélő hálózatok számát, ahol az $i$. módszer ugyanannyi érzékelővel biztosította $r_{max}$ relatív fokszámot, mint a $j$. módszer.

| | **CentMeas** | **SetCov** | **mCLASA** | **GDFCMSA** |
|---|---|---|---|---|
| **CentMeas** | 0 | 116 | 109 | 107 |
| **SetCov** | 116 | 0 | 527 | 533 |
| **mCLASA** | 109 | 527 | 0 | 556 |
| **GDFCMSA** | 107 | 533 | 556 | 0 |

jó a javasolt megoldás a megadott költségfüggvény és a relatív fokszám egyensúlya alapján. Ebben az esetben egy kétdimenziós síkot határoztam meg a módszerekkel. Másodszor, harmadik dimenzióként, hozzáadtam a meghatározott szenzorok számát is az értékeléshez. Ez több módszert eredményez a fronton, de ezek az eredmények is értékesek, amint az a 3.4. táblázatban látható. A centralitás mértékek-alapú módszer magasan a legjobb a 2-dimenziós Pareto fronton, de a hozzárendelt szenzorok számának figyelembevételével már nem ez a helyzet. A 3.2. és 3.3. táblázatok alapján azonban a szimulált hűtés előnye még mindig egyértelmű.

A második szcenárióban először meghatároztam az $S_f$ rögzített érzékelők halmazát, amelyek szükségesek a rendszer megfigyelhetőségének biztosításához. A rendszer dinamikus tulajdonságainak javítása érdekében hozzáadott érzékelők számát a $K^+$ módon jelölöm.

A véletlenszerű keresésen alapuló algoritmusok robusztusságának felmérése érdekében 100 független futtatás eredményét egy dobozdiagramon jelenítem meg, ami megmutatja az optimalizált költségfüggvény értékének eloszlását. Amint az a

**Táblázat 3.4** A 639 HEN-hez generált Pareto front eredménye. Minden módszerhez a szám azt mutatja, hogy hány hálózat esetében volt az eredmény része a frontnak. A 2-dimenziós esetben a front a $cost$ és a relatív fokszámok egyensúlya alapján lett meghatározva, míg 3-dimenziós esetben a felhasznált érzékelők számát is figyelembe vettem a korábbi kettőn felül.

| | **CentMeas** | **SetCov** | **mCLASA** | **GDFCMSA** |
|---|---|---|---|---|
| **2-dimenziós** | 622 | 605 | 614 | 612 |
| **3-dimenziós** | 631 | 638 | 638 | 639 |

3.7. és a 3.8 ábrákon látható, az algoritmusok a legtöbb esetben konzisztensek; azonban a kiugró értékek jelenléte azt mutatja, hogy az algoritmusok megragadhatnak a helyi optimumokban.

Látható, hogy minden esetben mind a költségfüggvény, mind a relatív fokszám jelentősen csökken az érzékelők számának növekedésével, tehát egy viszonylag kevés további érzékelő észrevehető javulást okozhat a relatív fokszámban a megfigyelhetőséget biztosító minimális megfigyelők által szolgáltatotthoz képest. Azt is hangsúlyozni kell, hogy a további érzékelők egy idő után ($K^+ = 25$ vagy 35) már nem csökkentik jelentősen a rendszer relatív fokszámát.

A dobozdiagramok magasságai az optimalizált költségfüggvény interkvartilis tartományát mutatják. A magasabb dobozdiagramok a megoldások nagyobb bizonytalanságát tükrözik, ami jelzi az érzékelőelhelyezési probléma fokozott nehézségét. Például, a 3.7. ábrán a $K^+ = 7$ esetén a dobozdiagram sokkal szélesebb eloszlást mutat, mint a többi $K^+$ esetében, ami úgy magyarázható, hogy a megoldások szerkezete tranziens jellegű.

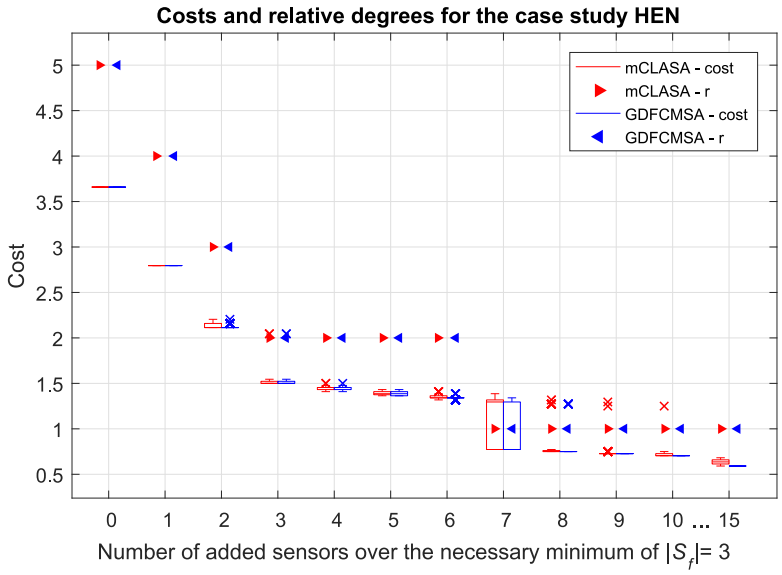
### 3.4.3 Konvergencia elemzés

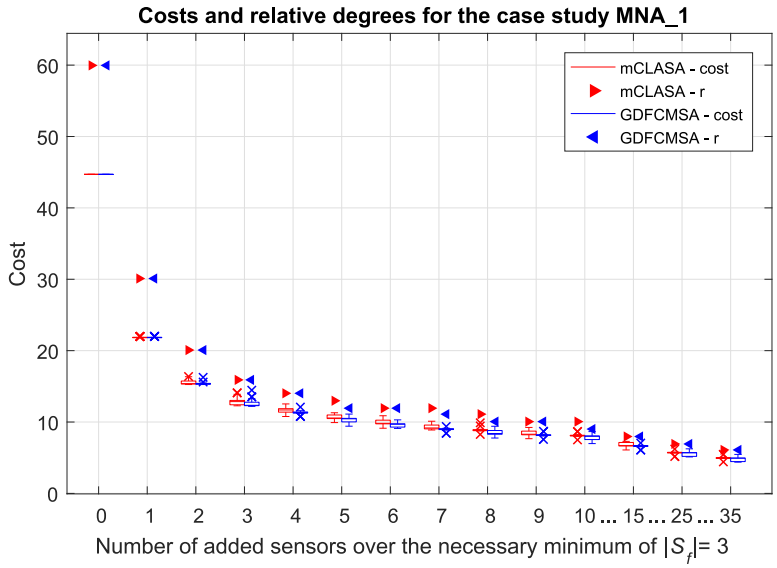
A harmadik szcenárióban a javasolt módszerek konvergenciáját teszteltem. A 3.9. ábrán látható a módszerek konvergenciájának elemzése a HEN esettanulmány, $K^+ = 3$ paraméter esetében. A többi esettanulmány eredményeit és hálózati ábrázolásait a Függelék B.3. fejezete tartalmazza. Az ábrán látható, hogy milyen gyorsan konvergálnak a módszerek az iterációk száma szempontjából. Három érzékelő hozzáadásával a költségfüggvény több mint 50%-kal csökkent az 500 iteráció során, ami jól szemlélteti a javasolt módszerek előnyeit.

Ebben az ábrában azt is láthatjuk, hogy érdemes a $maxiter$ paraméternek magas értéket választani, mert még az 500. iteráció során a költségfüggvény továbbra is csökkenést mutat.

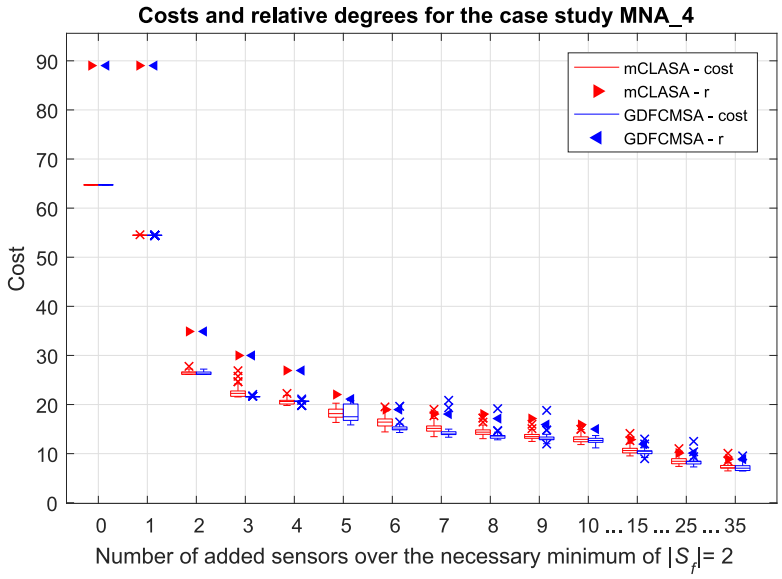
Ebből az ábrából nyilvánvaló, hogy az algoritmus fuzzy kiterjesztése javítja a konvergencia sebességét, ami tükröződik a 3.7. és a 3.8. ábrán megjelenő jobb teljesítményből is.

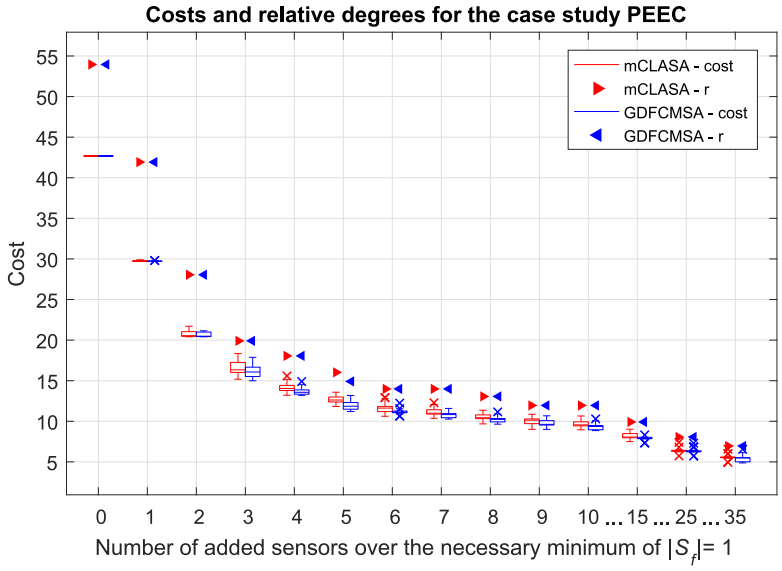
A számítások időszükségét is megvizsgáltam a $maxiter = 500$ értékkel, hogy szemléltető összehasonlítást adjak az algoritmus sebessége és a probléma



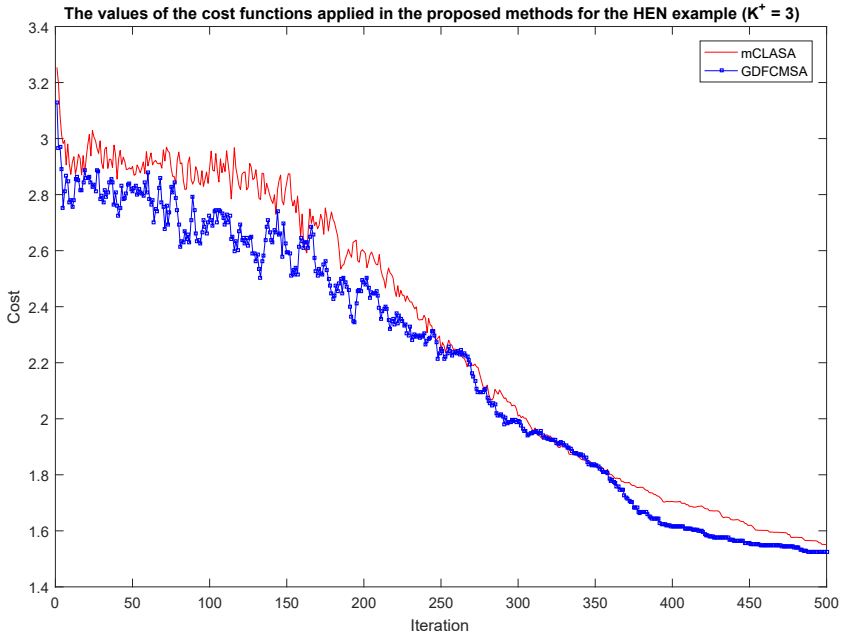




**Ábra 3.7 A költségfüggvények értékei és a relatív fokszámok a hozzáadott érzékelők száma alapján a HEN és az MNA_1 esettanulmányokban.** A dobozdiagramok az interkvartilis tartományokat és a költségfüggvények mediánjait mutatja, míg a pont diagramok a független futtatások relatív fokszámainak minimumát jelenítik meg. Az $x$ tengely minden egyes értékére az mCLASA által biztosított eredmények a bal oldalon, a GDFCMSA algoritmus által biztosított eredmények pedig a jobb oldalon jelennek meg. A háromszögek a relatív fokszámokat, míg a pluszjelek a dobozdiagram outliereit jelölik.




**Ábra 3.8 A költségfüggvények értékei és a relatív fokszámok a hozzáadott érzékelők száma alapján a MNA_4 és PEEC esettanulmányokban.** A dobozdiagramok az interkvartilis tartományokat és a költségfüggvények mediánjait mutatja, míg a pont diagramok a független futtatások relatív fokszámainak minimumát jelenítik meg. Az $x$ tengely minden egyes értékére az mCLASA által biztosított eredmények a bal oldalon, a GDFCMSA algoritmus által biztosított eredmények pedig a jobb oldalon jelennek meg. A háromszögek a relatív fokszámokat, míg a pluszjelek a dobozdiagram outliereit jelölik.




**Ábra 3.9 A javasolt módszerek konvergenciájának elemzése a HEN esetében.** A piros szín az mCLASA módszert, míg a kék szín a GDFCMSA módszert jelöli. Világosan látható, hogy a $maxiter$ értékének magas számot kell adni, mivel a módszerek még konvergálnak 500 iteráció környékén is. A GDFCMSA valamivel jobb megoldást kínál.

összetettsége között. Az eredményeket a 3.5. táblázat tartalmazza. A számításokat egy Windows 10-t, Intel Core i7-6600U processzort, 16 GB RAMot és MATLAB R2016a-t használó notebookos környezetben végeztem. Ezek az eredmények akkor érhetők el, ha a MatlabBGL[70] csomag került alkalmazásra a legrövidebb utak keresésének megvalósítására a NOCAD csomagban. Ezzel a módosítással az Octave kompatibilitás sajnos elveszik.

A 3.5. táblázatban bemutatott rövid futási időket látva jogosan merül fel a kérdés, vajon a megoldások kimerítő felsorolása nem képes-e kezelni a problémát, szükséges-e a heurisztikus keresés alkalmazása? A probléma kombinatorikusan összetett, minden egyes $K^+$-ra $\binom{N-|S_f|}{K^+}$ megoldás előállítása lehetséges, amit meg kell vizsgálni. A $K^+ = 9$ esetben a HEN-es esettanulmányban az SA csak 500 megoldást vizsgál a lehetséges 92 378 helyett. Nagyobb probléma esetén a különbség jelentősebb, pl. Az MNA_4 példájára $K^+ = 35$ esetében $\binom{978}{35} \approx 2.4 \times 10^{64}$ függvénykiértékelésre lenne szükség az 500 helyett, bár ez a probléma sem tekinthető hatalmasnak.

**Táblázat 3.5** A számítások időtartama másodpercben, a $K^+$ érzékelők optimális elhelyezése szempontjából. A bemutatott eredmények 100 független futás átlagát jelentik.

| $K^+$ | HEN | | MNA_1 | | MNA_4 | | PEEC | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **mCLASA** | **GDFCMSA** | **mCLASA** | **GDFCMSA** | **mCLASA** | **GDFCMSA** | **mCLASA** | **GDFCMSA** |
| 1 | 0.0158 s | 0.0164 s | 0.1311 s | 0.1396 s | 0.1795 s | 0.1892 s | 0.0704 s | 0.0715 s |
| 2 | 0.0173 s | 0.0183 s | 0.1752 s | 0.1689 s | 0.2240 s | 0.2306 s | 0.0945 s | 0.0955 s |
| 3 | 0.0205 s | 0.0227 s | 0.2230 s | 0.2120 s | 0.2676 s | 0.2922 s | 0.1176 s | 0.1179 s |
| 5 | 0.0233 s | 0.0280 s | 0.2638 s | 0.2999 s | 0.3724 s | 0.3749 s | 0.1602 s | 0.1614 s |
| 10 | 0.0310 s | 0.0315 s | 0.3965 s | 0.4106 s | 0.6353 s | 0.7106 s | 0.2829 s | 0.2850 s |
| 15 | 0.0427 s | 0.0428 s | 0.5984 s | 0.6721 s | 0.9049 s | 0.9176 s | 0.4631 s | 0.4237 s |
| 25 | n.a. | n.a. | 0.8052 s | 0.8170 s | 1.5417 s | 1.4754 s | 0.6385 s | 0.6862 s |
| 35 | n.a. | n.a. | 1.3258 s | 1.3404 s | 2.1008 s | 2.0255 s | 0.9229 s | 1.0077 s |

## 3.5 Konklúzió

A strukturális megfigyelhetőség biztosítása és a gyors és robusztus megfigyelői válasz érdekében három egyszerű heurisztikus és két klaszterező és szimulált hűtés-alapú módszert javasoltam.

A tervezett rendszer relatív fokszámának csökkentése érdekében javaslatot tettem egy centralitás mértékek-alapú módszerre, ami a closeness és a betweenness centralitást alkalmazza a további érzékelők meghatározása a kimeneti konfigurációkhoz. A centralitás mértékek mellett egy halmazlefedés-alapú módszert is javasoltam a szükséges további szenzorok meghatározására.

További érzékelőket helyeztem a rendszerbe a módosított CLASA (mCLASA) algoritmus alapján. Továbbfejlesztettem a további szenzorok elhelyezését a geodéziai távolság alapú fuzzy $c$-Medoid klaszterezés szimulált hűtéssel kiegészített algoritmusával (GDFCMSA). Mindkét algoritmusban szimulált hűtést alkalmaztam a költségfüggvény minimalizálására, ami minimalizálja a rendszer relatív fokszámának maximumát és átlagát, hogy az érzékelők terhelése kiegyensúlyozott legyen.

Eredményeim azt mutatják, hogy a GDFCMSA algoritmus valamivel jobb megoldást kínál, mint az mCLASA módszer a további számítási erőforrás révén ami a tagsági érték megadásához szükséges, viszont mindkettő jobb megoldást kínál, mint a centralitás mértékek-alapú és a halmazlefedés-alapú módszerek. Mindkét módszerrel rövid időn belül lehet megoldást generálni akár hatalmas problémákra, amely szemlélteti ezen módszerek alkalmazhatóságát ipari környezetben is.

Bár ebben a fejezetben az érzékelők elhelyezésével foglalkoztam, a javasolt módszerek alkalmazhatók a irányíthatósági konfigurációk tervezésére is, mivel ez a kimeneti konfiguráció tervezésének duális problémája. Bár a 2. fejezetben bemutatott benchmark példák megkérdőjelezhetők, az itt bemutatott HEN-ek jól definiált, valós dinamikus rendszerek, amely értékes alapot jelentenek a hálózattudomány-alapú elemzésekhez. Így, a következő fejezetben elemzem az irodalomban található HEN-eket, hogy kijelentéseket tegyek arról, hogy a szerkezeti elemzés miként alkalmazható a dinamikus viselkedés előrejelzésében.

## 3.6 Kapcsolódó tézisek

Új módszereket fejlesztettem a folyamatok megfigyelésének és irányításának hatékonyságának növelése érdekében a relatív fokszám csökkentésén keresztül.

1. Kimutattam, hogy a legtöbb dinamikus rendszer igényel további ki- és bemeneteket a gyors és robusztus folyamat monitorozás és irányítás érdekében.
2. Egy centralítás mértékeken, kettő halmaz lefedésen és kettő csoportosításon és szimulált hűtésen alapuló módszert javasoltam a relatív fokszám csökkentése érdekében.
3. Bemutattam, hogy a relatív fokszám exponenciálisan csökken a kimenetek számának növelésével.

## 3.7 Kapcsolódó publikációk

### Nemzetközi monográfia

**Dániel Leitold**, Ágnes Vathy-Fogarassy, and János Abonyi. *Network-Based Analysis of Dynamical Systems–Methods for Controllability and Observability Analysis, and Optimal Sensor Placement.* Springer Nature, 2020.

### Nemzetközi, az SCI-ben nyilvántartott folyóiratban megjelent publikációk

**Dániel Leitold**, Ágnes Vathy-Fogarassy, and János Abonyi. Network distance-based simulated annealing and fuzzy clustering for sensor placement ensuring observability and minimal relative degree. *Sensors*, 18(9):3096, 2018.

**IF**: 3.031 (2018), **Független hivatkozások**: 3

### Nemzetközi folyóiratban megjelent publikációk

**Dániel Leitold**, Ágnes Vathy-Fogarassy, and János Abonyi. Design-oriented structural controllability and observability analysis of heat exchanger networks. *Chemical Engineering Transactions*, 70:595–600, 2018.

**Független hivatkozások**: 3

**Dániel Leitold**, Ágnes Vathy-Fogarassy, and János Abonyi. Network-based observability and controllability analysis of dynamical systems: the nocad toolbox. *F1000Research*, 8, 2019.

**Nemzetközi konferencia előadások**

**Dániel Leitold**, Ágnes Vathy-Fogarassy, and János Abonyi. Systematic analysis of heuristic network partitioning algorithms and their applicability in sensor and controller placement. *Pannonian Conference on Advances in Information Technology (PCIT'2019)*, Veszprém, Hungary, May 31 - June 1, 2019.

**Dániel Leitold**, Ágnes Vathy-Fogarassy, and János Abonyi. Controllability, observability and robustness improvement of heat exchanger networks. *21st Conference on Process Integration, Modelling and Optimisation for Energy Saving and Pollution Reduction (PRES 2018)*, Prague, Czech Republic, August 25-29, 2018.

# Fejezet 4
# A hőcserélő hálózatok (HEN) dinamikai komplexitásának strukturális elemzése

**Absztrakt** Ebben a fejezetben egy hálózattudomány-alapú elemző eszközt javaslok a HEN-k irányíthatóságának és megfigyelhetőségének minősítéséhez. A javasolt módszertannal meghatároztam a HEN tervezési módszereknek fő jellemzőit, feltárom a HEN-k strukturális tulajdonságainak dinamikus viselkedésre gyakorolt hatását, és kimutatom a HEN-k hálózat-alapú reprezentációinak lehetőségeit. Megállapításaim több mint 20 különböző tervezési módszertannal megoldott közel 50 hőintegrációs benchmark probléma szisztematikus elemzésén alapulnak.

## 4.1 A folyamatintegráció fontossága

Az ipari folyamatok manapság a hatékonyság növelése érdekében integrálódtak [41]. A folyamatintegráció (PI) 1970-re nyúlik vissza, amikor a PI reagált az olajválságra, és azóta ez a téma aktívan kutatott területté vált, mivel jelentősen tudja minimalizálni az energia és vízfelhasználást [193], vagy a hulladék és káros anyag kibocsátást [97]. Azóta a hő- és energiaintegrációra kifejlesztett eszközök a folyamattervezés lényeges elemeivé váltak [98], beleértve az energiatároló rendszereket is [88]. Miközben a PI növelte a technológiák hatékonyságát, a műveletek komplexitása és bonyolúltsága szintén megnövekedett. A hőintegráció gyakran bonyolultabb, de kevésbé működőképes technológiákat eredményez [94]. Ezért az integrált rendszer kialakítását támogató módszertanoknak jó minőségű és kvantitatív modellel kell rendelkeznie, amely kiemeli a folyamatok jellemzőit [223].

Amint azt a 1. fejezetben bemutattam, sok munka foglalkozik a komplex rendszerek irányíthatóságával [126] és megfigyelhetőségével [128], de a rendszer komplexitása és a működtetés nehézsége közötti kapcsolat eddig nem volt részletesen megvizsgálva. A bonyolult rendszerek építőelemeinek és azok strukturális motívumainak elemzése azonban felhívhatja a figyelmet a potenciálisan hasznos információkra, amelyek támogathatják a tervezést és a működést. A hőcserélő hálózatok (HEN) struktúra-releváns elemzésének előnyei már bebizonyosodtak, pl. a rugalmassági index (RI) számszerűsíti egy HEN azon képességét, hogy mennyire képes

megbírkózni a zavarokkal [169], az irányíthatósági index méri a hőcserélő hálózatok irányíthatóságát [211], és strukturális elemzéssel meghatározhatóak azok a pozíciók, ahova a további érzékelőket kell helyezni, hogy egyébként nem megfigyelhető hibákat feltárjon [55].

A különféle módszerekkel tervezett HEN-ek strukturális tulajdonságai és a rendszer működtethetősége közötti kapcsolatot még részletesebben meg kell vizsgálni. A HEN-ek optimalizálása többféle módon formalizálható. Az algoritmusok összpontosíthatnak az hőcsere minimális számára [114], a maximális energia visszanyerésre (Maximum Energy Recovery, MER) [120], a minimális energia-tőkeköltségre [4], minimális teljes évesített költségre (Total Annualised Cost, TAC) [13], a hőcserélők minimális számára [142], vagy retrofit tervezés esetén minimalizálni a további hőcserélők számát vagy a hőcserélő felület növelésének méretét vagy a csövezési költségeket [43]. A fent felsorolt célokat különféle algoritmusokkal lehet biztosítani, mint például a Pinch módszer [122], a kettős hőmérsékleti megközelítési módszer [188], pszeudo-pinch [212], supertargeting [120], állapottér alapú megközelítés [13], branch and bound algoritmusok [158], vagy a genetikai algoritmus és a szimulált hűtés alkalmazása (genetic algorithm, GA és simulated annealing, SA) [221].

Noha nincs szisztematikus tanulmány arról, hogy az optimalizálási algoritmusok hogyan befolyásolják a HEN-ek strukturális tulajdonságait, a működtetés szempontjából van néhány jól ismert kapcsolat. A pinch módszertan meghatározza a minimális hőmérsékleti különbséget, $\Delta T_{min}$, amely a HEN-t két vagy több alhálózatra osztja: a Pinch pont fölött és alatt [122]. A módszer lehetővé teszi a MER tervezést, azaz minimalizálja a szükséges energiát. A MER tervezés ára a hőcserélők megnövekedett száma/területe és beépítési költsége. Ezzel szemben a minimális egyezésen alapuló optimalizálás csökkenti a hőcserélők számát és a telepítési költséget [103], és megkönnyíti a működtetést [142]. Mivel ez a megközelítés negatív hatással van a TAC-ra és a közüzemi költségekre, a többi megközelítés célja ezek minimalizálása. A célok közötti különbségek tanulmányokról tanulmányokra folyamatosan változnak, és egyértelmű, hogy ezeknek a céloknak jelentős hatása van a tervezett HEN struktúrájára, valamint a rendszer irányíthatóságára és megfigyelhetőségére.

A HEN dinamikus tulajdonságai egyre inkább a figyelem középpontjába kerülnek, mint például az irányíthatóság [141, 183], megfigyelhetőség [194], rugalmasság [58] vagy működtethetőség [26, 231]. A fent említett tendenciák kiemelik, hogy kritikus a HEN-ek működtetési szempontjából, a dinamikus tulajdonságok automatikus strukturális információk alapján történő minősítése. Ebből a célból a HEN-eket átalakítom az állapotváltozók [106], az áramok és párosítások [123], és az állapottér-alapú reprezentációk [12] hálózataiba.

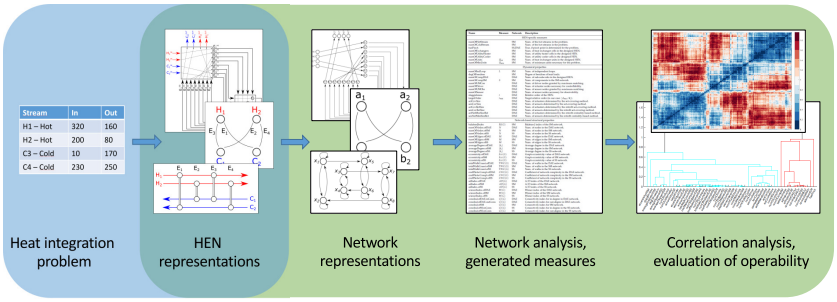
Ezek az ígéretes ábrázolások hasznosak lehetnek a hálózattudomány-alapú módszertan felhasználása során a HEN-ek összetettségének felfedésére a működtetésük szempontjából és annak kérdésének a megválaszolására, hogy milyen centralitás mutatók alkalmazhatók a komplexitás összehasonlítására a különböző tervezési módszerekkel kapott HEN-ek esetén.

A 4.2. alfejezetben bemutatom a HEN-ek három különféle, hálózat-alapú reprezentációját, hogy feltárjam a motívumokat, amelyek jelentősen befolyásolják a strukturális irányíthatóságot és a megfigyelhetőséget. Ebben a szakaszban bemutatom

a használt hálózat-alapú mérőszámokat is. A 4.3. alfejezetben bemutatom, hogy hogyan lehet a javasolt megközelítést felhasználni egy közel 50 tervezési probléma szisztematikus elemzésére, és bemutatom, hogy a kidolgozott mérőszámok hogyan használhatók a különféle tervezési módszerek összehasonlítására.

## 4.2 A hőcserélő hálózatok komplexitásának és működtetésének hálózat-alapú elemzése

A javasolt munkafolyamat a 4.1. ábrán látható. A módszer a HEN-ek több, célorientált reprezentációját kezeli azok specifikus tulajdonságainak elemzése céljából. Mivel a munkám a gráf-alapú megközelítésekre összpontosít, a temperature-enthalpy, heat-content vagy temperature-interval diagramokon alapuló megközelítéseket [149] nem tárgyalom. A célom a dinamikus strukturális jellemzők tanulmányozása, így ebben a részben bemutatom a három legfontosabb modellt, amelyeket erre a célra lehet használni. A hálózat-alapú reprezentációk bevezetése után bemutatom a hálózatok szisztematikus elemzését (lásd: 4.1. ábra). Ennek elvégzésére kifejlesztettem egy Octave- és MATLAB-kompatibilis eszközkészletet.




**Ábra 4.1 A javasolt munkafolyamat folyamatábrája.**

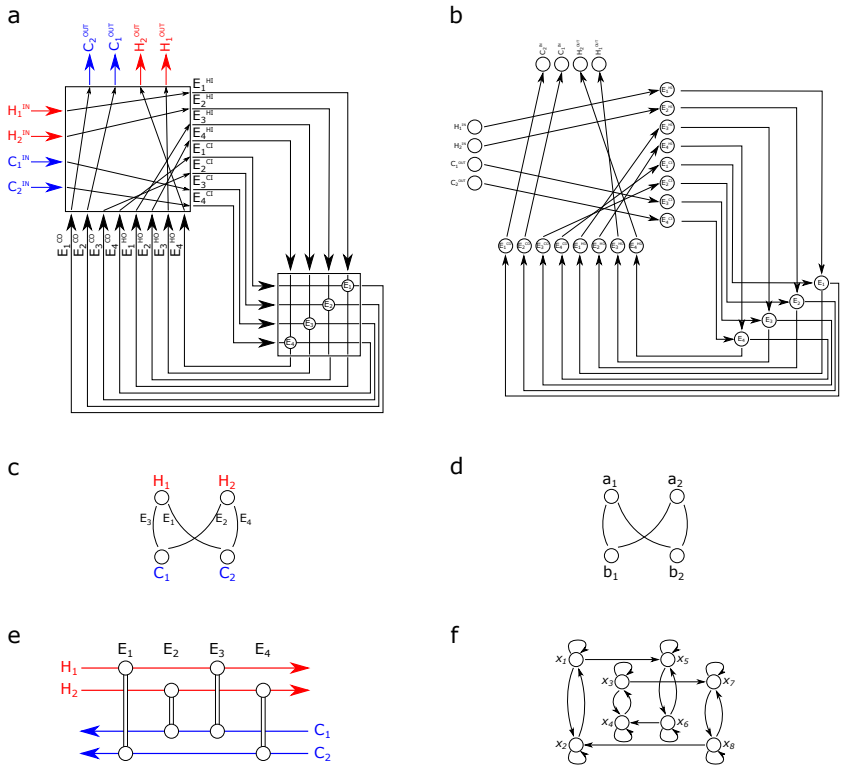
### 4.2.1 A hőcserélő hálózatok hálózati reprezentációi

A széles körben elterjedt Process Flow Diagram (PFDs) mellett a hideg és melegáramból álló HEN-eket három egyéb módon is szokás megjeleníteni, ahogy az a 4.2. ábrán látható.

Az első klasszikus reprezentáció az állapottér-alapú (state-space, SS) megközelítés (4.2.(a) ábra), ami a Distribution Networkből (DN) és a superstructure operatorból áll [12]. A DN meghatározza, hogy a hőcserélők hogyan helyezkednek el az áramokon, míg a superstructure operátor megadja az áramok interakcióját. Az SS-alapú hálózati

reprezentáció (4.2.(b) ábra) definiállható $G_{SS}(V_{SS}, E_{SS})$-ként, ahol $V_{SS}$ csúcsok a ki és bemenő áramok és $E_{SS}$ a hőcserélők közötti élek.

A második klasszikus reprezentáció az áramok párosítását mutatja a hőcserélők, fűtők és hűtőkön keresztül (4.2.(c) ábra) [123]. A második, SM-alapú (streams and matches) hálózati reprezentáció majdnem ugyanaz, mint az eredeti (4.2.(d) ábra), formálisan $G_{SM}(V_{SM}, E_{SM})$, ahol ($V_{SM} = \{V_{hs}, V_{cs}, V_{hp}, V_{cw}\}$) csúcsok adják a meleg áramokat ($V_{hs}$) és hideg áramokat ($V_{cs}$), a magasnyomású gőzt a fűtéshez ($V_{hp}$) és a hideg vizet a hűtéshez ($V_{cw}$). Az élek ($E_{SM} = \{E_{he}, E_{uh}, E_{uc}\} \subseteq V_{SM} \times V_{SM}$) adják a hőcserélőket ($E_{he} \subseteq V_{hs} \times V_{cs}$), a fűtőket ($E_{uh} \subseteq V_{hp} \times V_{cs}$) és a hűtőket ($E_{uc} \subseteq V_{hs} \times V_{cw}$). A csúcsok két partíciója a meleg áramhoz tartozók ($\{V_{hs} \cup V_{hp}\}$) és a hideg áramhoz tartozók ($\{V_{cs} \cup V_{cw}\}$). A csúcsok súlyai az áramok hőkapacitásai, míg az élek súlyai az egységek hőterhelései.




**Ábra 4.2 A HEN-ek klasszikus ábrázolásai és gráf-alapú megfelelői.** A reprezentációk a következők: (a) állapottér-alapú megközelítés (SS); (b) állapottér-alapú hálózat; (c) áramok és párosítások (SM); (d) áramok és párosítások páros hálózata; (e) Grid Diagram; and (f) Grid Digaram hálózati reprezentációja.

A harmadik és egyben leggyakoribb reprezentáció a Grid Diagram (GD) [94, 121], ahol az áramok a hőcserélőket összekötő kapcsolattokként jelennek meg, és

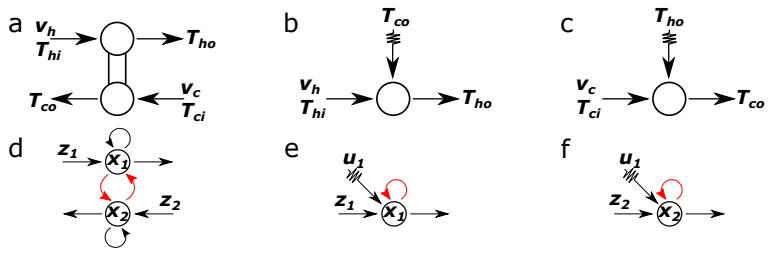
kisegítő fűtőkkel vagy hűtőkkel vannak befolyásolva (4.2.(e) ábra). Az egységek dinamikája, vagyis a hőcserélők, fűtők és hűtők dinamikája differenciál-algebrai egyenletrendszerekkel adható meg (differential-algebraic equations, DAE) [195]:

$$\frac{dT_{ho}}{dt} = \frac{v_h}{V_h}(T_{hi} - T_{ho}) + \frac{UA}{c_{ph}\rho_h V_h}(T_{co} - T_{ho}), \tag{4.1}$$

$$\frac{dT_{co}}{dt} = \frac{v_c}{V_c}(T_{ci} - T_{co}) + \frac{UA}{c_{pc}\rho_c V_c}(T_{ho} - T_{co}), \tag{4.2}$$

ahol $T_{hi}, T_{ci}, T_{ho}$ és $T_{co}$ rendre a meleg bemeneti, hideg bemeneti, meleg kimeneti és hideg kimeneti áram, $v_h$ és $v_c$ a meleg és hideg áram áramlási sebessége, $V_h$ és $V_c$ a hőcserélő tartály meleg és hideg oldali felülete, $U$ a hőátadási együttható, $A$ a hőcserélő térfogata, és $c_p$ és $\rho$ az áram fajhője és sűrűsége. Az LTI természet biztosításának érdekében a $c_p$ fajhő és $\rho$ sűrűség az áramok esetében konstansok, vagyis a fizikai állapotváltozás esetét nem vizsgálom, és leginkább a folyadék állapot van jelen. Továbbá, annak ellenére, hogy a 4.1. és 4.2. egyenletek közönséges differenciál egyenletek (ordinary differential equation, ODE), jelen esetben DAE-ént hivatkozom rájuk, hogy kihangsúlyozzam a módszer általánosságát, és hogy kihangsúlyozzam, hogy a módszer nem korlátozódik az ODE-re.

A fenti reprezentációban az állapotváltozók a hőcserélő kimeneti áramának hőmérsékletei $\boldsymbol{x}(t) = [T_{ho}, T_{co}]^T$, a bemenő áramok hőmérsékletét zavarnak tekinti $\boldsymbol{d}(t) = [T_{hi}, T_{ci}]^T$, valamint a $v_c(t)$ és $v_h(t)$ időben változó paraméterek [195]. A fűtő és hűtő egységek dinamikája hasonló. A hűtők leírhatók a 4.1. egyenlettel, ha a hideg vízáram hőmérsékletét $T_{co}$-nek tekintjük, mint szabályozott bemeneti változót. Hasonlóan, a fűtőket a 4.2. egyenlet modellezi, ahol a $T_{ho}$ a vezérelt bemenetet jelöli. Az eredményül kapott hálózat leírható $G_{DAE} = (V_{DAE}, E_{DAE})$ gráfként, ahol a csúcsok az $\boldsymbol{x}$ állapotváltozók, míg az élek a $\mathbf{A}$ állapot-átmeneti struktúra mátrixból származnak úgy, hogy ha $\mathbf{A}_{ij} \neq 0$, akkor egy él tart $x_j$-től $x_i$-ig. A 4.1. és 4.2. egyenletek eredményeként a HEN legegyszerűbb építőelemei az elemi hőcserélő, a hűtő és a fűtő. A Grid Diagram és az állapottér-alapú hálózati ábrázolások a 4.3. ábrán láthatók.




**Ábra 4.3 A Grid Diagram és az állapottér-alapú reprezentációk.** Az elemi hőcserélők (a,d); a hűtők (b,e); és a fűtők (c,f) ábrázolásai. A piros élek a köröket mutatják a hálózati ábrázolásban, amik erősen kapcsolódó komponenseket alkotnak minden egyes építőelemben. Az elemi hőcserélőben a hőcserélő meleg és a hideg oldala egyetlen SCC-hez tartozik annak ellenére, hogy mindkettőnek megvan a saját belső dinamikája, ahogy az a hűtőnél és fűtőnél is látható.

Az SS-alapú hálózati ábrázolás könnyen alkalmazható a HEN-ekre, még akkor is, ha az áramok keverednek vagy szét vannak választva. A másik két hálózati ábrázolásnál a keveredés és szétválasztás kezelése nehézkesebb.

Az SM-alapú hálózati ábrázolás csúcsainak száma és élei közvetlenül reprezentálják a folyamok, illetve az egységek számát. A hurkok és útvonalak könnyebben azonosíthatók ebben a hálózati ábrázolásban, mint bármely más ábrázolásban. Ez a tulajdonság elengedhetetlen, ha a cél nem a MER kialakítása, hanem az $U_{un} = N_s + LS$ egyenlettel könnyen meghatározható egységek számának minimalizálása, ahol $U_{un}$ az egységek minimális számát, $N_s$ a folyamok számát ($|V_{GD}|$), $L$ a független hurkok számát és $S$ a különálló komponensek számát jelenti [123]. A hurkokat és útvonalakat ki kell zárni a hálózatból, ha a cél az egységek számának minimalizálása. A szétválasztás és a keverés jelenléte nem befolyásolja a $U_{un} = N_s+L-S$ tulajdonságot, ha a Pinch particionálás ki van zárva [213]. Ezenkívül ezen ábrázolás segítségével a hőterhelés szabadsági foka is meghatározható, mint $H - N_s + S$, ahol a $H$ a hőcserélők számát ($|E_{he}|$) jelöli.

A DAE–alapú hálózati reprezentáció alkalmas a hőcserélő hálózatok működtethetőségének elemzésére.

Mivel a DAE-alapú hálózati ábrázolásban szereplő minden motívum hurkot tartalmaz (lásd piros színnel a 4.3. ábrán), azaz az átlós elemek nullán kívüli értékek az állapot-átmeneti mátrixban, a maximális párosítás előszeretettel választja ki ezeket az éleket, és nem hagy párosítatlan csomópontot, amely beavatkozó (vagy érzékelő) csomópont lehetne. Mivel minden HEN ezekből a motívumokból épül fel, a pathfinding módszerre van szükség a kielégítő bemeneti és kimeneti konfigurációk meghatározásához [104].

A korábban bevezetett hálózati reprezentációk elemzése rávilágíthat a HEN-ek strukturális tulajdonságaira. A kifejlesztett hálózati alapú mérőszámokat a 4.1. és a 4.2. táblázatok foglalják össze. Az összes bemutatott HEN esetében a rendszer $r_{max}$ relatív fokszámát biztosító további működtetőket és érzékelőket a halmazlefedés-alapú (globális optimum), a retrofit halmazlefedés-alapú (meglévő konfiguráció felhasználásával) és retrofit centralitás mértékek-alapú (meglévő konfiguráció felhasználásával) módszerekkel állítottam elő. Az elemzésem során a maximálisan engedélyezett relatív fokszámot az $r_{max} = \lfloor d_{max}/4 \rfloor$ módon határoztam meg, ahol $d_{max}$ a hálózat átmérője.

**Táblázat 4.1** A vizsgált HEN-ek hálózat-alapú reprezentációinak építőelemei

| Tulajdonság | SS | SM | DAE |
|---|---|---|---|
| csúcs ($V_i$) | Áramok kapcsolata. | Áram. | Állapotváltozó. |
| él ($E_i$) | Áram. | Párosítás: egy egység. | Két állapotváltozó közötti dinamikus hatás. |
| csúcs súly ($n_i$) | A csúcsok nem súlyozottak. | Egy áram hőterhelése. | A hőcserélő kimeneti hőmérséklete. |
| élsúly ($w_i$) | Az élek nem súlyozottak. | A hőmennyiség ami a két áram között átadódik. | A dinamikus hatás mértéke, amit az állapotátmeneti mátrix határoz meg. |
| irányítottság | A hálózat irányított, a irányt az áramok határozzák meg [12]. A hálózat átláthatóbb, ha - a Grid Diagramhoz hasonlóan - a meleg áramok balról jobbra, míg a hideg áramok jobbról balra tartanak a kompozit görbét követve. | A hálózat irányítatlan. | A hálózat irányított, az irányt az **A** mátrix határozza meg [126], ami tükrözi az áram és a hőáramlás irányát. |
| hurkok | A hurkok felesleges egységeket jelentenek. | Hurok jelenik meg, ha több egység van jelen a szükségesnél. | A hurkok erősen kapcsolódó komponensek amik egy beavatkozóval (érzékelővel) irányíthatók (megfigyelhetők). |
| maximális párosítás [126] | n/a | n/a | A párosítatlan csúcsok adják a beavatkozókat és megfigyelőket. |
| relatív fokszám [47] | n/a | n/a | A működtetés komplexitása, nehézsége. |
| komponensek száma ($S$) | A komponensek a nem kapcsolódó részhálózatok a hőcserélő hálózatban. | | |

**Táblázat 4.2** A hőcserélő hálózatok SS, SM és DAE-alapú reprezentációinak strukturális tulajdonságai. Az $|X|$ operátor az $X$ halmaz kardinalitását, míg a $\langle X \rangle$ operátor az $X$ halmaz átlagát jelöli.

| Tulajdonság | Kiszámítás | SS | SM | DAE |
|---|---|---|---|---|
| csúcsok száma | $N = \|V\|$ | Az áramok kezdő- és végpontjai. | Az áramok száma. | Az állapotváltozók száma, amik leírják a HEN dinamikáját. |
| élek száma | $M = \|E\|$ | Áramintervallumok száma. | Egységek száma. | Az állapotátviteli mátrix nem nulla elemei. |
| fokszám | $k_i^{out} = \sum_{j \in V} A_{ij}$, $k_i^{in} = \sum_{j \in V} A_{ji}$, $k_i = k_i^{out} + k_i^{in}$ | Rögzített, $k_i = 1$ az áram forrásnak és nyelőnek, $k_i = 2$ az áramintervallumok végpontjainak és $k_i = 4$ a hőcserélő egységeknek. | $k_i$ az egységek száma az áramon. | Rögzített, $k_i$ 2 és 4 közötti a hőcserélők esetében, és 1 és 2 közötti a fűtők és hűtők esetében (a hurkok kizárásával). |
| legrövidebb út | $\ell_{i,j}$ | Az $i$. csúcstól a $j$. csúcsig vezető legrövidebb út. | | |
| távolság mátrix | $\mathcal{D}$ | A távolság mátrix tartalmazza a legrövidebb távolságot az $i$ és $j$ csúcsok között, $\mathcal{D}_{i,j}$. A $j$ csúcs távolsága $\mathcal{D}_i = \sum_j \mathcal{D}_{ij}$. | | |
| ciklikus rang [197] | $L$ | A független körök száma a hálózatban. | | |
| total walk count (TWC) [21] | $TWC(G) = \sum_{l=1}^{N-1} \sum_i \sum_j A^l$ | A séták száma arányos a komplexitással, mivel a séta a bemenet hatását szimulálja. Több séta nagyobb komplexitást/hatást jelent a HEN-ben. | | |
| coefficient of network complexity (CNC) [102] | $CNC(G) = M^2/N$ | A rögzített fokszámok miatt a CNC korlátozott. | Az egységek és az áramok aránya. | A rögzített fokszámok miatt a CNC korlátozott. |
| eccentricity [21] | $Ecc(i) = \max_{j \in V}(\ell_{i,j})$ $Ecc(G) = \max_{i \in V}(Ecc(i))$ | A hőterhelés maximális hossza. | n/a. | A rendszer relatív fokszáma. |
| Wiener index [49] | $W(G) = \sum_{(v,w) \in E} \ell_{v,w}$ | Tükrözi a HEN méretét, és a komplexitást az út $W(G)$ növekedésével. | Irányítatlan esetben a $W(G)$-t 2-vel osztani kell, ekkor $W(G)$ a rendszer méretét becsli. | A legrövidebb út növekedése nagyobb relatív fokszámot jelent. |
| A/D index [21] | $AD(G) = \langle k_i \rangle / \langle d_i \rangle$ | Mivel a fokszám rögzített, az A/D index az egységek közelségét becsli. | Mivel a hőcserélők sorrendje nincs megadva, az A/D index nem tudja minősíteni a HEN hőterheléseit. | Mivel a fokszám rögzített, az A/D index az egységek közelségét becsli. |
| Balaban-J index [16] | $BJ(G) = \frac{M}{L+1} \sum_{(v,w) \in E} \sqrt{\mathcal{D}_v \mathcal{D}_w}$ | Balaban-J index csak irányítatlan hálózatban alkalmazható. | A Balaban-J index a rendszer méretét becsli. | Balaban-J index csak irányítatlan hálózatban alkalmazható. |
| connectivity index [49] | $CI(G) = \sum_{(v,w) \in E} 1/\sqrt{k_v k_w}$ | Mivel a fokszámok rögzítettek, így az index nem tudja minősíteni a HEN-t. | Megmutatja, hogy az áramok hogyan kapcsolódnak egymáshoz. | Mivel a fokszámok rögzítettek, így az index nem tudja minősíteni a HEN-t. |

## 4.3 Tanulmányozott benchmark problémák

Munkámban a jól ismert Furman and Sahinidis (2004) [114, 64], Chen et al. (2015) [37, 38] és Grossmann (2017) [114] benchmark példahalmazokat használtam, hogy tanulmányozzam a javasolt mérőszámok alkalmazhatóságát a hőcserélő hálózatokban, és hogy összehasonlítsam a hőcserélő hálózatokat tervező módszerket. A benchmark problémák és az alkalmazott módszerek a 4.3. táblázatban találhatók, míg az alkalmazott módszerek rövid leírása és célfüggvénye a 4.4. táblázatban látható. A problémák halmaza 48 hőintegrációs problémát tartalmaz amit 23 különböző módszerrel megoldva 639 különböző hőcserélő hálózatot eredményezett, amelyből 539 különböző. Minden egyes hálózathoz 53 különböző mérőszám került legenerálásra amit a 4.5. táblázat foglal össze.

**Táblázat 4.3** Benchmark hőcserélő problémák és az optimalizációs módszerek, amelyekkel a hőcserélő hálózatok tervezve lettek az elemzés során. A CP, CRR, CSH, FLPR, GP, GSH, LFM, LHM, LHM-LP, LRR, SS, WFG és WFM heurisztikus módszerek minden esetben alkalmazásra kerültek, ezért a módszerek ezen halmazát HEU-val jelöltem és az előbb felsorolt összes módszert magába foglalja. A módszerek a 4.4. táblázatban kerülnek bemutatásra a rövidítésekkel együtt.

| Probléma neve | Meleg áramok | Hideg áramok | Módszerek | Hiv. |
|---|---|---|---|---|
| | | Furman and Sahinidis (2004) | | |
| 4sp1 | 2 | 2 | HEU, BB | [103] |
| 6sp-cf1 | 3 | 3 | HEU, RET | [43] |
| 6sp-gg1 | 3 | 3 | HEU | [79] |
| 6sp1 | 3 | 3 | HEU, BB | [103] |
| 7sp-cm1 | 3 | 4 | HEU | [44] |
| 7sp-s1 | 6 | 1 | HEU | [175] |
| 7sp-torw1 | 4 | 3 | HEU | [189] |
| 7sp1 | 3 | 4 | HEU, SYN | [136] |
| 7sp2 | 3 | 3 | HEU, SYN | [136] |
| 7sp4 | 6 | 1 | HEU | [52] |
| 8sp-fs1 | 5 | 3 | HEU, E | [60] |
| 8sp1 | 4 | 4 | HEU | [77] |
| 9sp-al1 | 4 | 5 | HEU, E, MER, EC, ECR, ST | [4] |
| 9sp-has1 | 5 | 4 | HEU | [80] |
| 10sp-la1 | 4 | 5 | HEU | [120] |
| 10sp-ol1 | 4 | 6 | HEU | [175] |
| 10sp1 | 5 | 5 | HEU, BB | [158] |
| 12sp1 | 9 | 3 | HEU | [77] |
| 14sp1 | 7 | 7 | HEU | [77] |
| 15sp-tkm | 9 | 6 | HEU, E | [186] |
| 20sp1 | 10 | 10 | HEU | [77] |
| 22sp-ph | 11 | 11 | HEU | [159] |
| 22sp1 | 11 | 11 | HEU | [13] |
| 23sp1 | 11 | 12 | HEU, DS | [142] |
| 28sp-as1 | 16 | 12 | HEU | [3] |
| 37sp-yfyv | 21 | 16 | HEU, GASA | [221] |
| | | Chen et al. (2015a,b) | | |
| balanced5 | 5 | 5 | HEU | [37, 38] |
| balanced8 | 8 | 8 | HEU | [37, 38] |
| balanced10 | 10 | 10 | HEU | [37, 38] |
| balanced12 | 12 | 12 | HEU | [37, 38] |
| balanced15 | 15 | 15 | HEU | [37, 38] |
| unbalanced5 | 5 | 5 | HEU | [37, 38] |
| unbalanced10 | 10 | 10 | HEU | [37, 38] |
| unbalanced15 | 15 | 15 | HEU | [37, 38] |
| unbalanced17 | 17 | 17 | HEU | [37, 38] |
| unbalanced20 | 20 | 20 | HEU | [37, 38] |
| | | Grossmann (2017) | | |
| balanced12_random0 | 12 | 12 | HEU | [114] |
| balanced12_random1 | 12 | 12 | HEU | [114] |
| balanced12_random2 | 12 | 12 | HEU | [114] |
| balanced15_random0 | 15 | 15 | HEU | [114] |
| balanced15_random1 | 15 | 15 | HEU | [114] |
| balanced15_random2 | 15 | 15 | HEU | [114] |
| unbalanced17_random0 | 17 | 17 | HEU | [114] |
| unbalanced17_random1 | 17 | 17 | HEU | [114] |
| unbalanced17_random2 | 17 | 17 | HEU | [114] |
| unbalanced20_random0 | 20 | 20 | HEU | [114] |
| unbalanced20_random1 | 20 | 20 | HEU | [114] |
| unbalanced20_random2 | 20 | 20 | HEU | [114] |

**Táblázat 4.4** Alkalmazott módszerek és célfüggvényeik.

| Rövidítés | Módszer neve | Célfüggvény | Hiv. |
|---|---|---|---|
| BB | Branch and bound | Minimalizálja a hőcserélők, fűtők és hűtők költségét. | [103] |
| CP | CPLEX-solved transportation model. | Minimalizálja a párosítások számát. | [114] |
| CRR | Covering Relaxation Rounding | Minimalizálja a párosítások számát. | [114] |
| CSH | CPLEX-solved transshipment model. | Minimalizálja a párosítások számát. | [114] |
| DS | Decomposition Strategy | Minimalizálja a hőcserélők számát. | [142] |
| E | No method declared | Létező megoldás, nem optimalizált. | |
| EC | Pinch methodology | Energia és tőkeköltség minimalizálása. | [120, 4] |
| ECR | Pinch methodology | Energia és tőkeköltség retrofit minimalizálása. | [120, 4] |
| FLPR | Fractional LP Rounding | Minimalizálja a párosítások számát. | [114] |
| GASA | Genetic Algorithm with Simulated Annealing | Minimalizálja az éves költséget. | [221] |
| GP | Gurobi-solved transportation model. | Minimalizálja a párosítások számát. | [114] |
| GSH | Gurobi-solved transshipment model. | Minimalizálja a párosítások számát. | [114] |
| LFM | Largest Fraction Match | Minimalizálja a párosítások számát. | [114] |
| LHM | Largest Heat Match Greedy | Minimalizálja a párosítások számát. | [114] |
| LHM-LP | Largest Heat Match LP-based | Minimalizálja a párosítások számát. | [114] |
| LRR | Lagrangian Relaxation Rounding | Minimalizálja a párosítások számát. | [114] |
| MER | Pinch methodology | MER (Maximum Energy Recovery, Minimum Energy Requirement) tervezés. | [120, 4] |
| RET | Structural modifications by categories | Minimalizálja az új hőcserélők számát, a felületeket és a vezetékezési költséget. | [43] |
| SS | Shortest Stream | Minimalizálja a párosítások számát. | [114] |
| ST | Pinch methodology | Supertargeting. | [120, 4] |
| SYN | Heuristic stage-by-stage structuring synthesis | Minimalizálja az éves költséget. | [136] |
| WFG | Water Filling Greedy | Minimalizálja a párosítások számát. | [114] |
| WFM | Water Filling MILP | Minimalizálja a párosítások számát. | [114] |

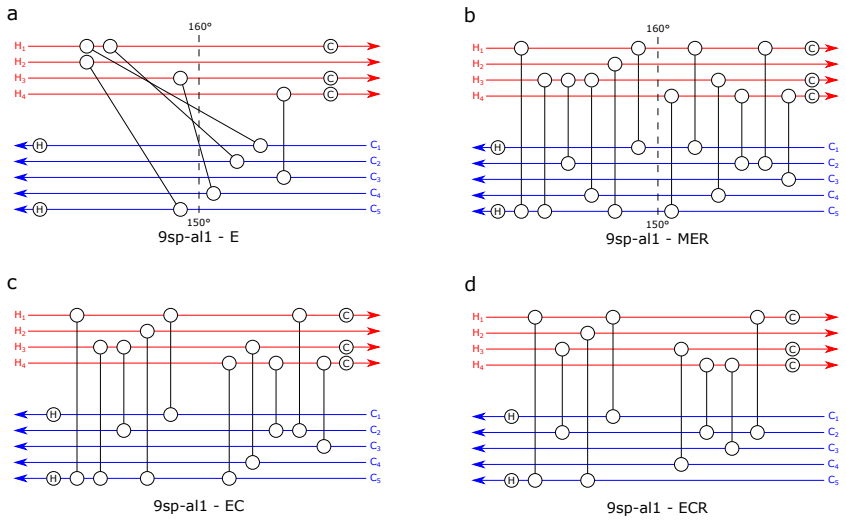
**Táblázat 4.5** Kiszámol mértékek és rövid bemutatásuk.

| Név | Jelölés | Hálózat | Leírás |
|---|---|---|---|
| | | | HEN specifikus mértékek |
| numOfHotStream | | SM | Meleg áramok száma. |
| numOfColdStream | | SM | Hideg áramok száma. |
| hasPinch | | SS,DAE | Igaz, ha tartozik Pinch pont a feladathoz. |
| numOfExchangers | | SM | Hőcserélők száma a HEN-ben. |
| numOfUtilityHeater | | SM | Fűtők száma a HEN-ben. |
| numOfUtilityCooler | | SM | Hűtők száma a HEN-ben. |
| numOfUnits | $U_{un}$ | SM | Egységek száma a HEN-ben. |
| numOfMinUnits | $U_{min}$ | SM | Egységes minimális száma a problémához. |
| | | | Dinamikus tulajdonságok |
| numOfIndLoop | $L$ | SM | Független körök száma. |
| degOfFreedom | | SM | Hőterhelés szabadsági foka. |
| numOfCompDAE | | DAE | Komponensek száma a DAE hálózatban. |
| numOfCompSM | $S$ | SM | Komponensek száma a SM hálózatban. |
| numOfUMCon | | DAE | Párosítatlan csúcsok száma beavatkozók esetén. |
| numOfDriver | | DAE | Beavatkozók száma a path-finding alapján. |
| numOfUMObs | | DAE | Párosítatlan csúcsok száma megfigyelők esetén. |
| numOfSensor | | DAE | Megfigyelők száma a path-finding alapján. |
| sluggishness | $r$ | DAE | A HEN relatív fokszáma. |
| targetDegree | $r_{max}$ | DAE | Cél relatív fokszám (esetemben: $\lfloor d_{max}/4 \rfloor$). |
| actCovSize | | DAE | Beavatkozók száma a halmazlefedés-alapú módszerrel. |
| senCovSize | | DAE | Megfigyelők száma a halmazlefedés-alapú módszerrel. |
| actCovRetSize | | DAE | Beavatkozók száma a retrofit halmazlefedés-alapú módszerrel. |
| senCovRetSize | | DAE | Megfigyelők száma a retrofit halmazlefedés-alapú módszerrel. |
| actNetMesSizeRet | | DAE | Beavatkozók száma a retrofit centralitás mértékek-alapú módszerrel. |
| senNetMesSizeRet | | DAE | Megfigyelők száma a retrofit centralitás mértékek-alapú módszerrel. |
| | | | Hálózat-alapú strukturális tulajdonságok |
| balabanJIndex | $BJ(G)$ | SM | Balaban-J index az SM hálózat esetében. |
| numOfNodes.ofDAE | $N$ | DAE | Csúcsok száma a DAE-alapú reprezentációban. |
| numOfNodes.ofSM | $N$ | SM | Csúcsok száma az SM-alapú reprezentációban. |
| numOfNodes.ofSS | $N$ | SS | Csúcsok száma az SS-alapú reprezentációban. |
| numOfEdges.ofDAE | $M$ | DAE | Élek száma a DAE-alapú reprezentációban. |
| numOfEdges.ofSM | $M$ | SM | Élek száma az SM-alapú reprezentációban. |
| numOfEdges.ofSS | $M$ | SS | Élek száma az SS-alapú reprezentációban. |
| averageDegree.ofDAE | $\langle k_i \rangle$ | DAE | Átlagos fokszám a DAE-alapú reprezentációban. |
| averageDegree.ofSM | $\langle k_i \rangle$ | SM | Átlagos fokszám az SM-alapú reprezentációban. |
| averageDegree.ofSS | $\langle k_i \rangle$ | SS | Átlagos fokszám az SS-alapú reprezentációban. |
| eccentricity.ofDAE | $Ecc(G)$ | DAE | Eccentricitás a DAE-alapú reprezentációban. |
| eccentricity.ofSM | $Ecc(G)$ | SM | Eccentricitás az SM-alapú reprezentációban. |
| eccentricity.ofSS | $Ecc(G)$ | SS | Eccentricitás az SS-alapú reprezentációban. |
| totalWalkCount.ofDAE | $TWC(G)$ | DAE | Séták száma a DAE-alapú reprezentációban. |
| totalWalkCount.ofSM | $TWC(G)$ | SM | Séták száma az SM-alapú reprezentációban. |
| totalWalkCount.ofSS | $TWC(G)$ | SS | Séták száma az SS-alapú reprezentációban. |
| coeffNetwCompl.ofDAE | $CNC(G)$ | DAE | Coefficient of network complexity a DAE-alapú reprezentációban. |
| coeffNetwCompl.ofSM | $CNC(G)$ | SM | Coefficient of network complexity az SM-alapú reprezentációban. |
| coeffNetwCompl.ofSS | $CNC(G)$ | SS | Coefficient of network complexity az SS-alapú reprezentációban. |
| adIndex.ofDAE | $AD(G)$ | DAE | A/D index a DAE-alapú reprezentációban. |
| adIndex.ofSM | $AD(G)$ | SM | A/D index az SM-alapú reprezentációban. |
| adIndex.ofSS | $AD(G)$ | SS | A/D index az SS-alapú reprezentációban. |
| wienerIndex.ofDAE | $W(G)$ | DAE | Wiener index a DAE-alapú reprezentációban. |
| wienerIndex.ofSM | $W(G)$ | SM | Wiener index az SM-alapú reprezentációban. |
| wienerIndex.ofSS | $W(G)$ | SS | Wiener index az SS-alapú reprezentációban. |
| connInd.ofDAE.inConn | $CJ(G)$ | DAE | A be-fokszám connectivity indexe a DAE-alapú reprezentációban. |
| connInd.ofDAE.outConn | $CJ(G)$ | DAE | A ki-fokszám connectivity indexe a DAE-alapú reprezentációban. |
| connInd.ofSM | $CJ(G)$ | SM | Connectivity index az SM-alapú reprezentációban. |
| connInd.ofSS.inConn | $CJ(G)$ | SS | A be-fokszám connectivity indexe az SS-alapú reprezentációban. |
| connInd.ofSS.inConn | $CJ(G)$ | SS | A ki-fokszám connectivity indexe az SS-alapú reprezentációban. |

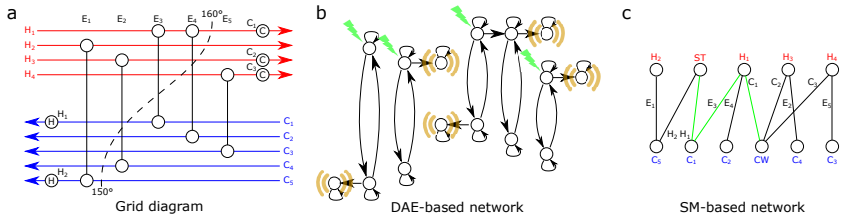
### 4.3.1 A 9sp-al1 probléma elemzése

Részletesen tanulmányoztam a 9sp-al1 benchmark problémát a javasolt módszertan alkalmazhatóságának bemutatására. Amint az a 4.4. ábrából látható, az E, MER, EC és ECR módszerek által generált probléma megoldásai szignifikánsan különböznek egymástól [120]. Az első két megoldás a MER-tervezés biztosítása érdekében a Pinch pont elemzésen alapult, míg a második két megoldást az energia- és tőkeköltségek minimalizálásával hozták létre mint grassroot(EC) és retrofit (ECR) tervezés.

A 9sp-al1-E (4.4.(a) ábra) HEN és a belőle képzett három hálózati reprezentáció a 4.5. ábrán láthatók. A DAE-alapú hálózati ábrázolásban (4.5.(b) ábra) a beavatkozó és az érzékelő csomópontokat zöld és narancs színű szimbólumok jelzik, míg az SM-alapú hálózati ábrázolásban a kritikus útvonalat zöld szín jelöli (4.5.(c) ábra).

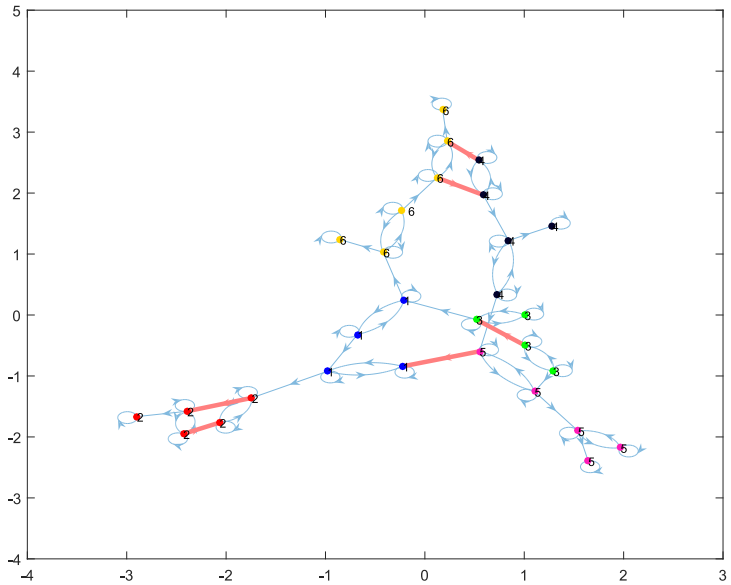



**Ábra 4.4 Négy tervezett HEN a 9sp-al1 problémára [120].** (a) egy aroma komplexum meglévő hálózata Európában; (b) az aroma komplexum maximális energia-visszanyerési (MER) terve; (c) grassroot (új) kialakítás az energia-tőkeköltség kompromisszumának optimalizálásával; és (d) a retrofit kialakítás az energia-tőkeköltség kompromisszum optimalizálásával.




**Ábra 4.5 A 9sp-al1-E HEN-hez létrehozott hálózati reprezentációk.** (a) Grid Diagram a 4.4.(a) ábrán látott HEN-hez; (b) DAE-alapú hálózat, amiben a zöld szimbólumok jelzik a csomópontokat, ahova a beavatkozókat kell elhelyezni, míg a narancssárga szimbólum mutatja az érzékelők pozícióját, hogy a strukturális irányíthatóság és megfigyelhetőség biztosított legyen; és (c) SM-alapú reprezentáció ahol a zöld élek mutatják az utat a fűtő és hűtő között, vagyis amit fel kell bontani annak érdekében, hogy minimális egységgel legyen megoldva a probléma. Ebben a HEN-ben nincs független kör.

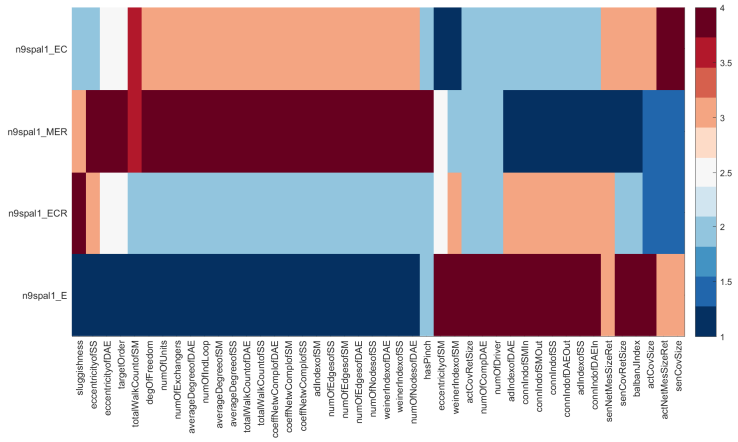
Továbbá elemeztem a csoportokat (communities) is a DAE-alapú hálózati reprezentációban a meglévő csoportosító algoritmusokkal [9]. A 4.6. ábrán a9sp-al1-MER HEN csoportjai láthatók. Ezek a csoportok fontos információt tartalmazhatnak, például megmutatja, hogy mennyire integrált a HEN, vagy hogy a Pinch izolálja-e a csoportokat. Az eredmények alapján megállapíthatom, hogy a Pinch okozhat olyan tipikus struktúrákat, ami miatt csoportosulnak az állapotváltozók, azonban ez nem általános.




**Ábra 4.6 A 9sp-al1-MER DAE-alapú hálózatban azonosított csoportok.** A csomópontok színei és a címkék jelölik a csoportok azonosítóit. A kiemelt élek haladnak keresztül a Pinchen. Az elemzés célja annak feltárása volt, hogy Pinch elválasztott közösségeket hoz-e létre a hálózati ábrázolásban, vagy sem.

Kiszámoltam a 4.5. táblázatban bevezetett összes mérőszámot az összes HEN-re. Az elemzés eredményeit a 4.6. táblázat tartalmazza.

Mivel az elemzésem célja a HEN-ek dinamikus tulajdonságait befolyásoló szerkezeti paraméterek meghatározása, először a négy példában javasolt mérőszámok közötti összefüggést vizsgáltam (lásd: 4.7. ábra). Az eredményeket a következő szakaszban tárgyalom, az összes 639 HEN elemzésével együtt.




**Ábra 4.7 Összefüggések a javasolt hálózati mérőszámok között a 9sp-al1 probléma négy HEN-je szerint.** A sorokat és oszlopokat a Spearman-féle rangkorreláció alapján kiszámított hasonlóság szerint rendeztem. A térkép színei a rangsorértékeket képviselik.

**Táblázat 4.6** Kiszámolt mérőszámok a 9sp-al1 problémára.

| **Mérték** | **9sp-al1 - E** | **9sp-al1 - MER** | **9sp-al1 - EC** | **9sp-al1 - ECR** |
|---|---|---|---|---|
| HEN specifikus mérőszámok | | | | |
| numOfHotStream | 4 | 4 | 4 | 4 |
| numOfColdStream | 5 | 5 | 5 | 5 |
| hasPinch | 0 | 1 | 0 | 0 |
| numOfExchangers | 5 | 12 | 10 | 8 |
| numOfUtilityHeater | 2 | 2 | 2 | 2 |
| numOfUtilityCooler | 3 | 3 | 3 | 3 |
| numOfUnits | 10 | 17 | 15 | 13 |
| numOfMinUnits | 10 | 10 | 10 | 10 |
| Dinamikus tulajdonságok | | | | |
| numOfIndLoop | 0 | 7 | 5 | 3 |
| degOfFreedom | −5 | 2 | 0 | −2 |
| numOfCompDAE | 4 | 1 | 1 | 1 |
| numOfCompSM | 1 | 1 | 1 | 1 |
| numOfUMCon | 0 | 0 | 0 | 0 |
| numOfDriver | 4 | 1 | 1 | 1 |
| numOfUMObs | 0 | 0 | 0 | 0 |
| numOfSensor | 5 | 5 | 5 | 5 |
| sluggishness | 2 | 9 | 8 | 11 |
| targetDegree | 1 | 3 | 2 | 2 |
| actCovSize | 9 | 7 | 8 | 7 |
| senCovSize | 5 | 4 | 6 | 4 |
| actCovRetSize | 9 | 7 | 7 | 7 |
| senCovRetSize | 7 | 4 | 6 | 5 |
| actNetMesSizeRet | 9 | 8 | 10 | 8 |
| senNetMesSizeRet | 7 | 4 | 7 | 7 |
| Hálózat-alapú strukturális tulajdonságok | | | | |
| balabanJIndex | 9.9212 | 4.3990 | 5.6234 | 5.2789 |
| numOfNodesofDAE | 15 | 29 | 25 | 21 |
| numOfNodesofSM | 11 | 11 | 11 | 11 |
| numOfNodesofSS | 72 | 107 | 97 | 87 |
| numOfEdgesofDAE | 31 | 73 | 61 | 49 |
| numOfEdgesofSM | 10 | 17 | 15 | 13 |
| numOfEdgesofSS | 71 | 113 | 101 | 89 |
| averageDegreeofDAE | 2.1333 | 3.0345 | 2.8800 | 2.6667 |
| averageDegreeofSM | 1.8182 | 3.0909 | 2.7273 | 2.3636 |
| averageDegreeofSS | 1.9722 | 2.1121 | 2.0825 | 2.0460 |
| eccentricityofDAE | 3 | 12 | 11 | 11 |
| eccentricityofSM | 7 | 5 | 4 | 5 |
| eccentricityofSS | 13 | 28 | 22 | 25 |
| totalWalkCountofDAE | 802,788 | 1.02127E+13 | 92,080,948,186 | 1,364,370,909 |
| totalWalkCountofSM | 34,258 | 2,114,490 | 2,114,490 | 410,032 |
| totalWalkCountofSS | 646 | 9138 | 3274 | 1977 |
| coeffNetwComplofDAE | 64.0667 | 183.7586 | 148.8400 | 114.3333 |
| coeffNetwComplofSM | 9.0909 | 26.2727 | 20.4545 | 15.3636 |
| coeffNetwComplofSS | 70.0139 | 119.3364 | 105.1649 | 91.0460 |
| adIndexofDAE | 0.8421 | 0.0522 | 0.0661 | 0.0787 |
| adIndexofSM | 0.1136 | 0.2636 | 0.2586 | 0.1857 |
| adIndexofSS | 0.0446 | 0.0067 | 0.0089 | 0.0107 |
| wienerIndexofDAE | 38 | 1687 | 1090 | 712 |
| wienerIndexofSM | 176 | 129 | 116 | 140 |
| wienerIndexofSS | 3,181 | 33,524 | 22,586 | 16,582 |
| connIndofDAEIn | 0.0154 | 0.0053 | 0.0065 | 0.0085 |
| connIndofDAEOut | 0.0147 | 0.0052 | 0.0063 | 0.0082 |
| connIndofSS | 0.0246 | 0.0082 | 0.0103 | 0.0143 |
| connIndofSMIn | 0.0131 | 0.0077 | 0.0087 | 0.0100 |
| connIndofSMOut | 0.0131 | 0.0077 | 0.0087 | 0.0100 |

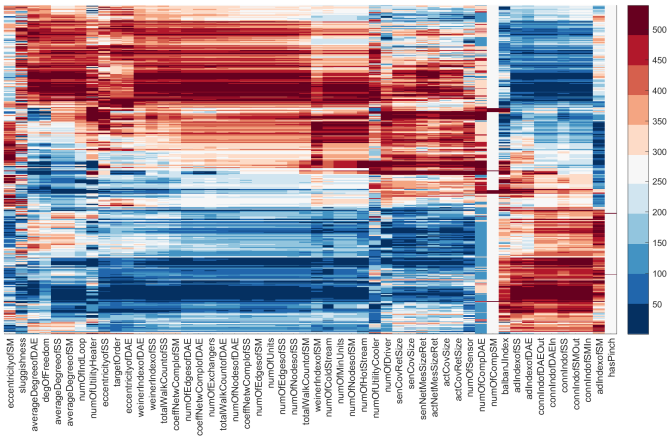
### 4.3.2 A strukturális és dinamikus tulajdonságok közötti korreláció

A 4.8. ábra az 539 egyedi hálózat (a sorokban) és a generált mérőszám (az oszlopokban) hasonlóságán alapuló rendezését mutatja. A diagram színei a hálózatok rangsorolását mutatják az adott mérőszám alapján. Mint látható, a diagram csoportosul, és a jobb oldalon olyan mérőszámok szerepelnek, amelyek negatívan korrelálnak a bal oldali mérőszámokkal. Ez a jelenség az mérőszámok kiszámítási módjából származik (ezek közül néhányat elsősorban a bal oldali mérőszám reciprokaként számolnak). A mérőszámok hasonlóságait a 4.9. ábrán látható dendrogram szemlélteti.

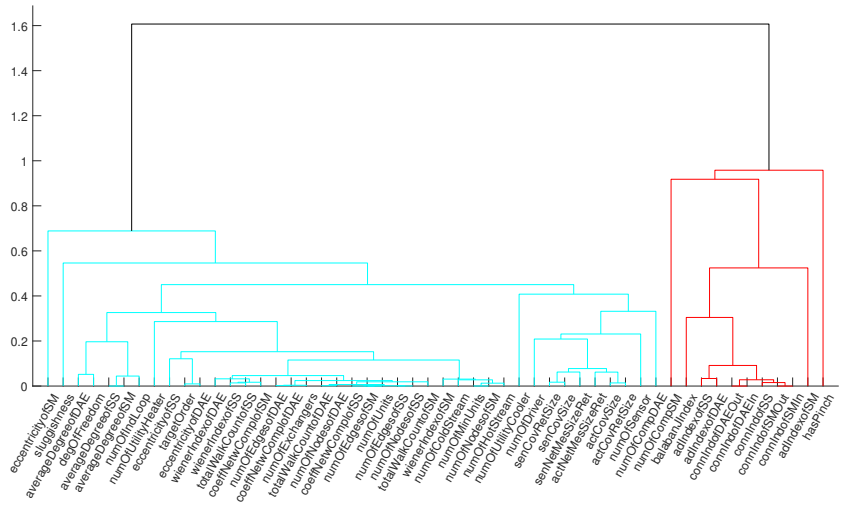
Az eredmények elemzése alapján a következőket lehet összefoglalni:

Először is látható, hogy a vizsgált HEN-ek csoportosultak és az ilyen klaszterek tagjai hasonló dinamikus tulajdonságokkal rendelkeznek. Ennek megerősítéséhez előállítottam a hálózatok közötti Spearman-féle rangkorrelációt a mérések alapján, és hőtérképen ábrázoltam, ami a 4.10. ábrán látható. A hőtérképen három csoport könnyen megkülönböztethető, és ezek a csoportok többnyire hasonló méretű problémákból álltak.

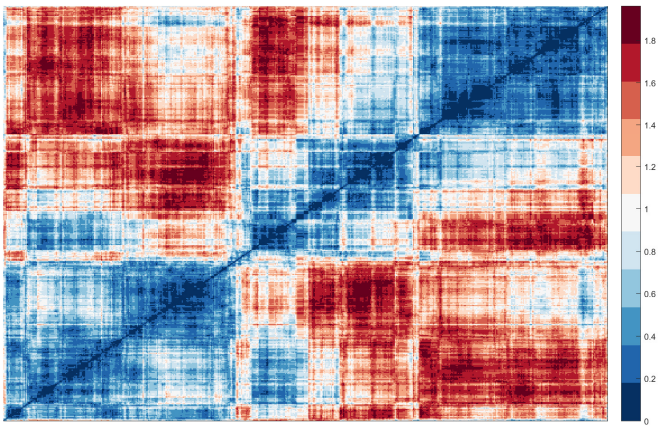
Másodszor, a maximális párosítás által generált párosítatlan csomópontok száma nulla volt minden HEN esetén. Ezt az SCCk és a 4.3. ábrán bevezetett belső dinamikák okozzák. Ezért a további beavatkozó és érzékelő csomópontokat olyan módszerekkel kell meghatározni, mint például a path-finding módszer [104].




**Ábra 4.8 Az 539 HEN (sorok) és a kifejlesztett mérőszámok (oszlopok) hasonlóságon alapuló rendezése.** A hálózatokat az összes mérőszám alapján rangsoroltam, a hasonlóságokat Spearman-féle rangkorrelációval számítottam ki, a diagram színei pedig a rangsor értékeit mutatják.




**Ábra 4.9 A mérőszámok korrelációja.** A dendrogram a mérőszámok közötti távolságot mutatja az egyedi HEN-ek alapján.




**Ábra 4.10 Az 539 egyedi HEN Spearman-féle rangkorreláció alapú csoportosítása.** A csoportok könnyen azonosíthatók. A módszer a hálózatok hasonlósága alapján rendezte azokat, amely leginkább a komplexitáson és az alkalmazott tervezési módszeren alapszik.

Harmadszor, a további beavatkozó és érzékelő csomópontok száma korrelál a DAE-alapú ábrázolásban szereplő komponensek számával, azaz a HEN alhálózatai számával. Így a jobban összekapcsolt áramok kevesebb beavatkozó és érzékelő csomópontot igényelnek.

Negyedszer, ha kevesebb beavatkozó és érzékelő csomópont van, megnövekedik a relatív fokszám, így bonyolódik működtethetőség.

Ötödször, az SM-alapú hálózati ábrázolásban a független hurkok száma korrelált a HEN-ben található egységek számával, valamint az SS és az SM-alapú hálózatok átlagos fokszámával. A hurkok száma negatívan korrelál a connectivity indexel. Mivel a független hurkok száma fokozza a hővisszanyerést, ez növeli a hőcserélők számát is. Tehát a magasabb átlagos fokszám azt jelentette, hogy az energiaintegráció nagyobb volt, és több hőcserélőt használtak fel.

Végül, a javasolt módszerek összehasonlítása azt mutatta, hogy az eredmények problémánként jelentősen eltértek. Csak egy összefüggést lehetett meghatározni: a CRR, LHM és LRR algoritmusok több hőcserélővel oldották meg a problémát, mint más módszerek.

## 4.4 Konklúzió

Egy hálózattudomány-alapú elemző megközelítést javasltam a hőcserélő hálózatok strukturális kiértékelésére.

A javasolt módszertanban három hálózat-alapú reprezentációt alkalmaztam, amelyek kiemelik a HEN dinamikájának különféle aspektusait. Az előállított hálózatokat a hálózattudomány eszköztárával elemeztem, hogy strukturális alapon mérjem a működtethetőséget és a komplexitást.

Több mint 600 HEN elemzésével megerősítettem, hogy a javasolt megközelítés hatékonyan alkalmazható a HEN-ek gyors jellemzésére, strukturális tulajdonságaik alapján.

Elemzésem jelentős eredménye az, hogy a dinamikus rendszerek körében népszerű, az érzékelő és a beavatkozó csomópontok meghatározására használt maximális párosításon alapuló módszertan a hőcserélő hálózatokban nem alkalmazható az alap építőelemek belső dinamikái miatt.

Megállapítottam, hogy a több kapcsolattal rendelkező HEN-ek esetében kevesebb beavatkozóra és érzékelőre van szükség a strukturális irányíthatóság és a megfigyelhetőség biztosításához, ami magasabb relatív fokszámot és megnövekedett működtetési nehézségeket eredményez.

Kiemeltem azt is, hogy a fokszámon alapuló strukturális mérőszámok minősíthetik a hőintegráció szintjét. A módszertan alkalmas volt a HEN-t létrehozó tervezési módszerek osztályozására, mivel egyes technikák hajlamosabbak több egységet meghatározni a tervezett hálózathoz.

Bár a javasolt módszertant a HEN-ek elemzésén keresztül vezettem be, a bemutatott szisztematikus elemezés a dinamikus rendszerek egyéb osztályaira is alkalmazható.

## 4.5 Kapcsolódó tézisek

Kifejlesztettem egy szisztematikus eljárást a dinamikus rendszerek hálózat tudomány-alapú elemzésére, amit 639 hőcserélő hálózat elemzésén keresztül ismertettem.

1. Három hálózat-alapú reprezentációt ismertettem és mutattam be előnyeiket hőcserélő hálózatok számára.
2. Kimutattam a hőcserélő hálózatokat tervező módszerek vezérelveit a hálózati mérőszámok korrelációja alapján, ami a hőintegráció növelése vagy a telepítési költség minimalizálása.
3. Felfedtem, a strukturális tulajdonságok hatását a hőcserélő hálózatok dinamikus viselkedésére.

## 4.6 Kapcsolódó publikációk

### Nemzetközi monográfia

**Dániel Leitold**, Ágnes Vathy-Fogarassy, and János Abonyi. *Network-Based Analysis of Dynamical Systems–Methods for Controllability and Observability Analysis, and Optimal Sensor Placement.* Springer Nature, 2020.

### Nemzetközi, az SCI-ben nyilvántartott folyóiratban megjelent publikációk

**Dániel Leitold**, Ágnes Vathy-Fogarassy, and János Abonyi. Evaluation of the complexity, controllability and observability of heat exchanger networks based on structural analysis of network representations. *Energies*, 12(3):513, 2019.

**IF**: 2.707 (2018), **Független hivatkozások**: 4

### Nemzetközi folyóiratban megjelent publikációk

**Dániel Leitold**, Ágnes Vathy-Fogarassy, and János Abonyi. Design-oriented structural controllability and observability analysis of heat exchanger networks. *Chemical Engineering Transactions*, 70:595–600, 2018.

**Független hivatkozások**: 3

**Dániel Leitold**, Ágnes Vathy-Fogarassy, and János Abonyi. Network-based observability and controllability analysis of dynamical systems: the nocad toolbox. *F1000Research*, 8, 2019.

**Nemzetközi konferencia előadások**

**Dániel Leitold**, Ágnes Vathy-Fogarassy, and János Abonyi. Systematic analysis of heuristic network partitioning algorithms and their applicability in sensor and controller placement. *Pannonian Conference on Advances in Information Technology (PCIT'2019)*, Veszprém, Hungary, May 31 - June 1, 2019.

**Dániel Leitold**, Ágnes Vathy-Fogarassy, and János Abonyi. Controllability, observability and robustness improvement of heat exchanger networks. *21st Conference on Process Integration, Modelling and Optimisation for Energy Saving and Pollution Reduction (PRES 2018)*, Prague, Czech Republic, August 25-29, 2018.

# Fejezet 5
# Összefoglalás

A dinamikus rendszerek hálózattudomány-alapú elemzése az elmúlt évtizedben nagyon népszerű kutatási területté vált. A megközelítés lehetővé tette a dinamikus tulajdonságok értelmezését olyan összekapcsolt egyedek között, amelyek nem feltétlenül egy dinamikus rendszert leíró hálózatot alkotnak, hanem például szociális hálózatot, hivatkozási hálózatot vagy táplálékláncot. Következményként a rendszerekben az elemek között található kapcsolatok megfelelő ábrázolásának fontossága drasztikusan megnőtt és hangsúlyos lett. A megközelítés leginkább vitatható pontja emiatt az, hogy az elemzés csupán a rendszer statikus és strukturális nézetén alapszik. Ennek eredményeként az elemzett rendszer megfelelő topológiájának használata a módszertan legkritikusabb része lett, mivel csak így lehet hangsúlyozni a dinamikát a statikus ábrázolásban. Megoldásként bevezettem a kapcsolattípusokat az állapotváltozók tipikus motívumai alapján. A kapcsolattípusok értelmezése jelentősen csökkentette a strukturális irányíthatósághoz és megfigyelhetőséghez szükséges beavatkozó és érzékelő csomópontok számát, ami drasztikusan megnövelte a relatív fokszámot. A gyors és robusztus folyamatfigyelés és irányítás biztosítása érdekében bevezettem egy centralitás mértékek-alapú, két halmazlefedés-alapú, továbbá két szimulált hűtés és fuzzy csoportosítás-alapú módszert, amelyek optimalizálva helyezik el a további beavatkozó és érzékelő csomópontokat. Mivel a hőcserélő hálózatok olyan alaposan kutatott dinamikus rendszerek, amelyek tipikus strukturális mintákat tartalmaznak, javasoltam egy szisztematikus munkafolyamatot ezen dinamikus rendszerek elemzésére. A munkafolyamat segítségével meghatároztam a HEN tervezési módszerek fő jellemzőit, és feltártam a strukturális tulajdonságoknak a dinamikus viselkedésre gyakorolt hatását.

Dolgozatom első részében elemeztem a dinamikus rendszerek tipikus strukturális motívumait. Bemutattam a feltárt kapcsolattípusok hatását 35 benchmark hálózatban, és elemeztem a hatásukat a beavatkozó és az érzékelő csomópontok számosságára. Ennek eredményeként arra következtettem, hogy

- az irodalomban vizsgált hálózatok többsége (a 35-ből 27) nem mutat dinamikus viselkedést, amelyet (lineáris) állapot-tér modellként lehet értelmezni,

- amennyiben a kapcsolattípusokat is figyelembe vesszük, a szükséges beavatkozó és érzékelő csomópontok száma drasztikusan (több mint 95%-kal) csökken az egyszerűsített strukturális hálózatok elemzéséhez képest,
- hálózattudomány-alapú elemzéseknek célszerű követnie a javasolt új munkafolyamatot,
- a csökkentett bemeneti és kimeneti számú rendszer olyan magas relatív fokszámú rendszert eredményez, amely megakadályozza a gyors és robusztus folyamatmonitorozást és irányítást.

A megnövekedett relatív fokszám kezelése és a gyors és robusztus folyamatmonitorozás és irányítás érdekében öt módszert javasoltam további beavatkozó és érzékelő csomópontok optimális elhelyezésére azokon felül, amelyeket a path-finding módszer rendeltem a rendszerhez. A módszerek teljesítményének elemzése után kijelenthetem, hogy

- a centralitás mértékek és a halmazlefedés-alapú módszerek alkalmasak a szükséges beavatkozók és érzékelők meghatározására,
- egy költségfüggvényt definiáltam, amivel minimalizálható a relatív fokszámok maximuma és átlaga is, hogy a létrehozott konfigurációkkal kiegyensúlyozott legyen a beavatkozók és érzékelők terhelése,
- két szimulált hűtés-alapú módszert javasoltam, amik nagy méretű problémákra is hatékonyan képesek az optimális beavatkozók és megfigyelők elhelyezésére akár több célfüggvény alapján is.

Annak érdekében, hogy igazoljam a korábban ismertetett kapcsolattípusokat és a relatív fokszámcsökkentő módszereket, egy majdnem 50 hőintegrációs problémából álló szisztematikus elemzést hajtottam végre. A hőintegrációs problémák megoldása több, mint 20 tervezési módszerrel több, mint 600 hőcserélő hálózatot eredményezet, amelyeket elemeztem. Minden hőcserélő hálózathoz három, hálózat-alapú reprezentációt hoztam létre, melyek elemzése után megállapíthatom, hogy

- a hálózattudomány-alapú reprezentációk alkalmazhatók a HEN-ek működtetésük komplexitásának felfedése szempontjából,
- a javasolt megközelítés hatékonyan alkalmazható a HEN-ek gyors kiértékelésére azok strukturális tulajdonságai alapján,
- a dinamikus rendszerek esetében népszerű, az érzékelő és a beavatkozó csomópontok meghatározására használt maximális párosításon alapuló módszer nem alkalmas a hőcserélő hálózatok esetében azok építőelemeinek belső dinamikái miatt,
- a több belső kapcsolattal rendelkező HEN-ekben kevesebb beavatkozóra és érzékelőre van szükség a strukturális irányíthatóság és megfigyelhetőség biztosításához, ami magasabb relatív fokszámot és megnövelt működtetési nehézséget eredményez,
- a fokszám-alapú strukturális mérőszámok utalhatnak a hőintegráció szintjére,
- a módszertan alkalmas a HEN-ek tervezését biztosító különféle módszerek osztályozására, ugyanis egyes technikák jellemzően több egységet határoznak meg a tervezett hálózathoz.

Annak ellenére, hogy disszertációmban a módszereket bizonyos típusú dinamikus rendszereken keresztül vezettem be, a módszertan általánosan megkönnyíti a dinamikus és hálózatba kapcsolt rendszerek elemzését, pl. információs, kommunikációs diffúzióból származó dinamikák a társadalmi hálózatokban, szállítási hálózatokban, vagy kémiai és biológiai rendszerekben, amelyeket számos kapcsolódó állapotváltozó jellemez.

# Függelék A
# A kapcsolattípusok hatása

Ez a fejezet kiegészítő információkat tartalmaz a 2. fejezethez.

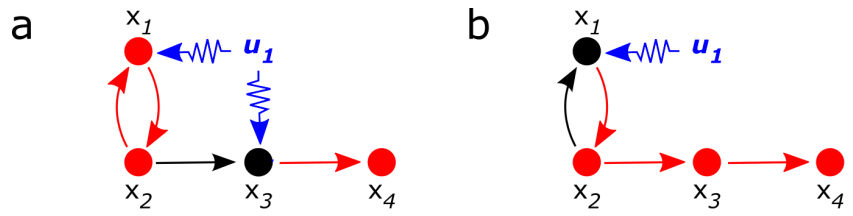
## A.1 A path-finding módszer

Különleges esetekben a maximális párosítás algoritmus olyan eredményt biztosít, amely nem tartalmaz párosítatlan csomópontot, viszont a rendszer nem irányítható és/vagy megfigyelhető beavatkozó és/vagy érzékelő nélkül. Az irodalomban a beavatkozó csomópontok számát $N_D$ jelöli, $N_D = max\{|\overline{V(MM)}|, 1\}$, ahol $\overline{V(MM)}$ a párosítatlan csomópontok halmaza. Ha a párosítatlan csomópontok száma 0, akkor elméletileg az egész rendszert egyetlen beavatkozó csomópont vezérelheti, annak helyétől függetlenül. Ez a jelenség a rendszer egy részére is igaz lehet.

Liu és munkatársai javasoltak egy megközelítést e probléma megoldására. Az irányíthatóság elérése érdekében megosztják az egyik bemeneti jelet a rendszer minden irányítatlan részére, azaz több állapotváltozót befolyásolnak csupán egyetlen bemeneti jellel [128]. Mivel ezeknek a nem irányított részeknek önszabályozó tulajdonsága van, elegendő egy önkényesen választott beavatkozót egy jellel befolyásolni, azaz egyetlen bemeneti jellel egy párosítatlan csomópontot és a nem irányított alrendszereket is irányítani lehet. Liu és munkatársai ezt a problémát a nem irányított erősen kapcsolódó komponenseknek tulajdonították (SCC). Ez igaz, mivel minden csomópont egy őt megelőzővel van párosítva, tehát egy ciklust alkotnak a párosított csomópontok, és ez létrehoz egy SCCt. Mivel vannak olyan SCCk, ahol azonosítható párosítatlan csomópont, mélyebben megvizsgáltam, hogy milyen jelenség eredményezi az irányítatlan részeket. Ezt a kiváltó ok hiánya, valamint az a tény, hogy a bemeneti jel megosztása nem megvalósítható minden dinamikus rendszerben motiválta.

Eredményül azt kaptam, hogy az irányítatlan részek Hamilton körökön alapulnak. Annak érdekében, hogy kiküszöböljem a bemeneti jel megosztását, kifejlesztettem egy új módszert, ami felvágja a Hamilton köröket, így Hamilton utakat létrehozva, amit ha lehet, egy párosítatlan csomópontban folytatok. Az eredeti körből

egy él eltávolításával, továbbá egy új él bevételével a párosítás (független élhalmaz) módosul, vagyis az eredeti maximális párosítás eredményét egy másik maximális párosításba transzformálom. Amennyiben nem folytatható a Hamilton út egy párosítatlan csúcsban, úgy a kör felvágásával már nem egy maximális párosítást kapunk. Mivel a módszer Hamilton utakat hoz létre, *path-finding*-nak nevezem, míg az eredeti módszert, mivel bemeneti jelet oszt meg, *signal sharing*-nek nevezem. A két módszer működése az A.1. ábrán látható.




**Ábra A.1 Illusztratív példa bemeneti konfigurációkra ($u$), amelyeket a (a) signal sharing és a (b) path-finding módszerek generálnak.** A piros vonal mutatja a párosított éleket. Az (a) esetben a párosítatlan csomópont $x_3$, míg a (b) esetben $x_1$. A signal sharing módszer esetében az $x_3$ csomópontot az $u_1$ jel vezérli, és az irányítatlan $\{x_1, x_2\}$ SCC-t is ezzel a bemenettel kell irányítani. Ezzel szemben a path-finding módszer módosítja a párosítást és a $(x_2, x_1)$ él helyett a $(x_2, x_3)$ élt helyezi a független élhalmazba. A maximális párosítás algoritmus eredményének megváltoztatásával az path-finding módszer a bemenő jel megosztása nélkül valósította meg a rendszer irányíthatóságát.

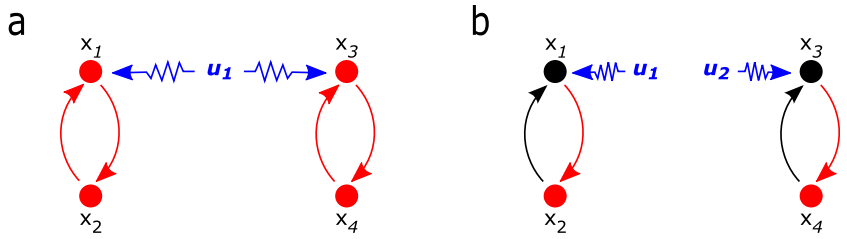
Bár a path-finding módszer egyszerűsíti az irányítási folyamatot, ennek hátrányai is vannak. Mivel a maximális párosítás algoritmus eredménye megváltozik, a beavatkozó csomópontok száma növekedhet, vagyis nem minden esetben nyújt megoldást minimális bemenetszámmal a rendszer irányítására. De azokban az esetekben, amikor a rendszert bemeneti jelek megosztása nélkül kell irányítani, a javasolt path-finding módszer minimális számú bemenetet biztosít. Továbbá a rendszerben a nem kapcsolódó komponensek miatt szintén több bemenetet eredményez a path-finding módszer, mint a signal sharing módszer (A.2. ábra).

## A.2 A tanulmányozott hálózatok

A használt benchmark hálózatok halmaza az A.1. táblázatban találhatók. *Network Set I* azokat a hálózatokat tartalmazza, amelyek irányíthatósági vizsgálatokban alkalmazhatók és a dinamika definiált a csomópontok között. Ezzel szemben a *Network Set II* olyan hálózatokat tartalmaz, amely hálózatokban az elemek közötti kapcsolatok dinamikája nem definiált, vagy nem értelmezhető. *Network Set III* pedig olyan topológiákat tartalmaz, amelyek valós dinamikus rendszerek állapot-átmeneti mátrixain alapulnak.

**Táblázat A.1 A munkámban alkalmazott hálózatok.** Network Set I 8 példa hálózatot tartalmaz, Network Set II 27 példa hálózatot tartalmaz, míg Network Set III 18 példa hálózatot tartalamaz. A táblázat megadja a hálózatok nevét és leírását, továbbá $N$ a csomópontok, míg $|E|$ az élek számát jelenti.

| Típus | Név | $N$ | $\|E\|$ | Leírás (Hiv.) |
|---|---|---|---|---|
| Network Set I | celegans | 297 | 2,345 | C elegans neurális hálózata. [209] |
| | ecoli | 418 | 519 | E. coli transzkripciós szabályozó hálózata. [174] |
| | mac71 | 71 | 746 | Macaque majom vizuális kortexe. [220] |
| | mac95 | 94 | 2,390 | Macaque majom vizuális kortexe. [91] |
| | s208 | 122 | 189 | Elektromos hálózat. [138] |
| | s420 | 252 | 399 | Elektromos hálózat. [138] |
| | s838 | 512 | 819 | Elektromos hálózat. [138] |
| | yeast | 688 | 1,079 | Élesztő fehérje-fehérje interakciós hálózata. [139] |
| Network Set II | amazon0302 | 262,111 | 1,234,877 | Amazon együttvásárlási hálózata, 2003 március 2. [108] |
| | amazon0312 | 400,727 | 3,200,440 | Amazon együttvásárlási hálózata, 2003 március 12. [108] |
| | amazon0505 | 410,236 | 3,356,824 | Amazon együttvásárlási hálózata, 2003 május 5. [108] |
| | amazon0601 | 403,394 | 3,387,388 | Amazon együttvásárlási hálózata, 2003 június 1. [110] |
| | berkstan | 26,475 | 106,762 | AS-gráf a RouteViews BGP tábla pillanatképeiről. [110] |
| | caida | 685,230 | 7,600,595 | Berkeley és Stanford web grafikonja. [112] |
| | dolphins | 62 | 159 | Palackorrú delfinek szciális hálózata. [133] |
| | epinion | 75,879 | 508,837 | Ki bízik-kiben az Epinions.com hálózata. [165] |
| | freeman2 | 34 | 830 | Szervezeten belüli hálózat. [63] |
| | gnutella04 | 10,876 | 39,994 | Gnutella peer to peer hálózat, 2002 augusztus 4. [111] |
| | gnutella05 | 8,846 | 31,839 | Gnutella peer to peer hálózat, 2002 augusztus 5. [111] |
| | gnutella06 | 8,717 | 31,525 | Gnutella peer to peer hálózat, 2002 augusztus 6. [111] |
| | gnutella08 | 6,301 | 20,777 | Gnutella peer to peer hálózat, 2002 augusztus 8. [111] |
| | gnutella09 | 8,114 | 26,013 | Gnutella peer to peer hálózat, 2002 augusztus 9. [166] |
| | gnutella24 | 26,518 | 65,369 | Gnutella peer to peer hálózat, 2002 augusztus 24. [166] |
| | gnutella25 | 22,687 | 54,705 | Gnutella peer to peer hálózat, 2002 augusztus 25. [166] |
| | gnutella30 | 36,682 | 88,328 | Gnutella peer to peer hálózat, 2002 augusztus 30. [166] |
| | gnutella31 | 62,586 | 147,892 | Gnutella peer to peer hálózat, 2002 augusztus 31. [166] |
| | google | 875,713 | 5,105,039 | Webes grafikon a Google-tól. [112] |
| | grass | 88 | 137 | Grasslandi tápláléklánc. [54] |
| | notre | 325,729 | 1,497,134 | Notre Dame internetes grafikonja. [5] |
| | pokec | 1,632,803 | 30,622,564 | Pokec online szociális hálózat. [185] |
| | slash08 | 77,360 | 905,468 | Slashdot Állatkert szociális háló, 2008 november 6. [112] |
| | slash09 | 82,168 | 948,464 | Slashdot Állatkert szociális háló, 2009 február 21. [112] |
| | stanford | 281,903 | 2,312,497 | A Stanford.edu web grafikonja. [112] |
| | vote | 7,115 | 103,689 | Wikipedia ki-szavaz-ki-hálózat. [109] |
| | ythan | 135 | 601 | Ythan Estuary tápláléklánc. [54] |
| Network Set III | beam | 348 | 60,726 | Rögzített gerenda modell. [32] |
| | build | 48 | 1,176 | Rögzített gerenda modell. [32] |
| | CDplayer | 120 | 240 | Klasszikus CD-lejátszó modell. [32] |
| | eady | 598 | 357,406 | Légköri viharpálya modellje. [32] |
| | fom | 1,006 | 1,012 | Leírás az idézett cikkben. [157] |
| | heatCont | 200 | 598 | Hőegyenlet egy vékony rúdban. [32] |
| | heatDisc | 200 | 598 | Az előző egyenlet diszkretizálása. [32] |
| | iss | 270 | 405 | A Nemzetközi Űrállomás 1r alkotóeleme. [32] |
| | MNA_1 | 578 | 1,694 | Módosított csomópont-elemzési modell. [32] |
| | MNA_2 | 9,223 | 27,003 | Módosított csomópont-elemzési modell. [32] |
| | MNA_3 | 4,863 | 13,921 | Módosított csomópont-elemzési modell. [32] |
| | MNA_4 | 980 | 2,872 | Módosított csomópont-elemzési modell. [32] |
| | MNA_5 | 10,913 | 54,159 | Módosított csomópont-elemzési modell. [32] |
| | orrSom | 100 | 10,000 | Orr-Sommerfeld operátor a Couette flow számára. [32] |
| | pde | 84 | 382 | Részleges differenciálegyenlet. [32] |
| | PEEC | 480 | 1,346 | Részleges elem ekvivalens áramköri modell. [32] |
| | random | 200 | 2,132 | Véletlenszerű példa. [32] |
| | tline | 256 | 256 | Példa egy távvezeték modellre. [32] |




**Ábra A.2 Bemeneti konfigurációk ($u$) nem kapcsolódó részrendszerek esetén a (a) signal sharing és a (b) path-finding módszerrel.** A piros vonalak mutatják a párosított éleket. mivel a path-finding módszer módosítja a maximális párosítás eredményét hogy párosítatlan csomópontokat hozzon létre, elképzelhető, hogy az új párosítás nem lesz maximális. Tisztán látható, hogy a nem kapcsolódó komponensek megnövelik a beavatkozók számát a path-finding módszer esetében. Ezzel szemben a signal sharing módszer megosztja az $u_1$ bemenet jelét és nem rendel további bemeneteket a rendszerhez.

## A.3 Az alkalmazott hálózatokhoz generált mérőszámok

Az A.2., A.3., A.4., és A.5. táblázatban a kiszámított mértékek találhatók az eredeti, önbefolyásoló, interakció és önbefolyásoló interakció kapcsolattípusok esetén.

**Táblázat A.2 A hálózatok eredeti kapcsolattípus alapú eredményei.** A fejlécben $N$ a csomópontok száma, $|E|$ az élek száma, $D$ a hálózat sűrűsége, $< k >$ az átlagos fokszám, $N_D$ a beavatokzók száma, $N_S$ az érzékelők száma, $\%_D$ a beavatokozók aránya az összes csomóponthoz képest, $\%_S$ az érzékelők aránya az összes csomóponthoz képest, $\%_{loop}$ a hurokélek százalékos aránya, és $\%_{sym}$ a szimmetrikus élpárok százalékos aránya.

| Hálózat | $N$ | $\|E\|$ | $D$ | $< k >$ | $N_D$ | $N_S$ | $\%_D$ | $\%_S$ | $\%_{loop}$ | $\%_{sym}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| celegans | 297 | 2345 | 0.0266 | 15.7912 | 50 | 49 | 16.8350 | 16.4983 | 0.0000 | 16.8017 |
| ecoli | 418 | 519 | 0.0030 | 2.4833 | 314 | 314 | 75.1196 | 75.1196 | 0.0000 | 0.0000 |
| mac71 | 71 | 746 | 0.1480 | 21.0141 | 1 | 1 | 1.4085 | 1.4085 | 0.0000 | 82.5737 |
| mac95 | 94 | 2390 | 0.2705 | 50.8511 | 9 | 9 | 9.5745 | 9.5745 | 0.0000 | 73.2218 |
| s208 | 122 | 189 | 0.0127 | 3.0984 | 29 | 29 | 23.7705 | 23.7705 | 0.0000 | 0.0000 |
| s420 | 252 | 399 | 0.0063 | 3.1667 | 59 | 59 | 23.4127 | 23.4127 | 0.0000 | 0.0000 |
| s838 | 512 | 819 | 0.0031 | 3.1992 | 119 | 119 | 23.2422 | 23.2422 | 0.0000 | 0.0000 |
| yeast | 688 | 1079 | 0.0023 | 3.1366 | 565 | 565 | 82.1221 | 82.1221 | 0.0000 | 0.1854 |
| amazon0302 | 262111 | 1234877 | 0.0000 | 9.4225 | 8458 | 9238 | 3.2269 | 3.5245 | 0.0000 | 54.2702 |
| amazon0312 | 400727 | 3200440 | 0.0000 | 15.9732 | 14103 | 14382 | 3.5194 | 3.5890 | 0.0000 | 53.1534 |
| amazon0505 | 410236 | 3356824 | 0.0000 | 16.3653 | 14840 | 15062 | 3.6174 | 3.6715 | 0.0000 | 54.6580 |
| amazon0601 | 403394 | 3387388 | 0.0000 | 16.7944 | 8294 | 8398 | 2.0561 | 2.0818 | 0.0000 | 55.7350 |
| berkstan | 685230 | 7600595 | 0.0000 | 22.1841 | 261570 | 261687 | 38.1726 | 38.1897 | 0.0000 | 25.0276 |
| caida | 26475 | 106762 | 0.0002 | 8.0651 | 19112 | 19112 | 72.1889 | 72.1889 | 0.0000 | 100.0000 |
| dolphins | 62 | 159 | 0.0414 | 5.1290 | 19 | 19 | 30.6452 | 30.6452 | 0.0000 | 0.0000 |
| epinion | 75879 | 508837 | 0.0001 | 13.4118 | 41889 | 41792 | 55.2050 | 55.0772 | 0.0000 | 40.5226 |
| freeman2 | 34 | 830 | 0.7180 | 48.8235 | 1 | 1 | 2.9412 | 2.9412 | 0.0000 | 85.7831 |
| gnutella04 | 10876 | 39994 | 0.0003 | 7.3545 | 6004 | 6004 | 55.2041 | 55.2041 | 0.0000 | 0.0000 |
| gnutella05 | 8846 | 31839 | 0.0004 | 7.1985 | 5111 | 5111 | 57.7775 | 57.7775 | 0.0000 | 0.0000 |
| gnutella06 | 8717 | 31525 | 0.0004 | 7.2330 | 5033 | 5033 | 57.7378 | 57.7378 | 0.0000 | 0.0000 |
| gnutella08 | 6301 | 20777 | 0.0005 | 6.5948 | 4106 | 4106 | 65.1643 | 65.1643 | 0.0000 | 0.0000 |
| gnutella09 | 8114 | 26013 | 0.0004 | 6.4119 | 5355 | 5355 | 65.9970 | 65.9970 | 0.0000 | 0.0000 |
| gnutella24 | 26518 | 65369 | 0.0001 | 4.9302 | 18965 | 18965 | 71.5175 | 71.5175 | 0.0000 | 0.0000 |
| gnutella25 | 22687 | 54705 | 0.0001 | 4.8226 | 16478 | 16478 | 72.6319 | 72.6319 | 0.0000 | 0.0000 |
| gnutella30 | 36682 | 88328 | 0.0001 | 4.8159 | 26965 | 26965 | 73.5102 | 73.5102 | 0.0000 | 0.0000 |
| gnutella31 | 62586 | 147892 | 0.0000 | 4.7260 | 46227 | 46227 | 73.8616 | 73.8616 | 0.0000 | 0.0000 |
| google | 875713 | 5105039 | 0.0000 | 11.6592 | 423003 | 423964 | 48.3038 | 48.4136 | 0.0000 | 30.6751 |
| grass | 88 | 137 | 0.0177 | 3.1136 | 46 | 46 | 52.2727 | 52.2727 | 0.0000 | 0.0000 |
| notre | 325729 | 1497134 | 0.0000 | 9.0239 | 220552 | 221769 | 67.7103 | 68.0839 | 8.4288 | 51.6536 |
| pokec | 1632803 | 30622564 | 0.0000 | 37.5092 | 252075 | 252195 | 15.4382 | 15.4455 | 0.0000 | 54.3429 |
| slash08 | 77360 | 905468 | 0.0002 | 21.4106 | 49 | 6698 | 0.0633 | 8.6582 | 99.9315 | 86.6935 |
| slash09 | 82168 | 948464 | 0.0001 | 21.1800 | 3737 | 10495 | 4.5480 | 12.7726 | 95.2962 | 84.1065 |
| stanford | 281903 | 2312497 | 0.0000 | 16.4063 | 90168 | 90211 | 31.9855 | 32.0007 | 0.0000 | 27.6637 |
| vote | 7115 | 103689 | 0.0020 | 29.1466 | 4736 | 4736 | 66.5636 | 66.5636 | 0.0000 | 5.6457 |
| ythan | 135 | 601 | 0.0330 | 8.8444 | 69 | 69 | 51.1111 | 51.1111 | 2.9630 | 0.3350 |
| beam | 348 | 60726 | 0.5014 | 348.0000 | 1 | 1 | 0.2874 | 0.2874 | 50.0000 | 50.2874 |
| build | 48 | 1176 | 0.5104 | 48.0000 | 1 | 1 | 2.0833 | 2.0833 | 50.0000 | 52.0833 |
| CDplayer | 120 | 240 | 0.0167 | 2.0000 | 60 | 60 | 50.0000 | 50.0000 | 100.0000 | 100.0000 |
| eady | 598 | 357406 | 0.9994 | 1193.3378 | 1 | 1 | 0.1672 | 0.1672 | 100.0000 | 99.9462 |
| fom | 1006 | 1012 | 0.0010 | 0.0119 | 1003 | 1003 | 99.7018 | 99.7018 | 100.0000 | 100.0000 |
| heatCont | 200 | 598 | 0.0150 | 3.9800 | 1 | 1 | 0.5000 | 0.5000 | 100.0000 | 100.0000 |
| heatDisc | 200 | 598 | 0.0150 | 3.9800 | 1 | 1 | 0.5000 | 0.5000 | 100.0000 | 100.0000 |
| iss | 270 | 405 | 0.0056 | 2.0000 | 135 | 135 | 50.0000 | 50.0000 | 50.0000 | 100.0000 |
| MNA_1 | 578 | 1694 | 0.0051 | 4.6713 | 3 | 3 | 0.5190 | 0.5190 | 59.5156 | 100.0000 |
| MNA_2 | 9223 | 27003 | 0.0003 | 4.6358 | 4 | 4 | 0.0434 | 0.0434 | 60.9888 | 100.0000 |
| MNA_3 | 4863 | 13921 | 0.0006 | 4.5116 | 9 | 9 | 0.1851 | 0.1851 | 60.6827 | 100.0000 |
| MNA_4 | 980 | 2872 | 0.0030 | 4.6449 | 2 | 2 | 0.2041 | 0.2041 | 60.8163 | 100.0000 |
| MNA_5 | 10913 | 54159 | 0.0005 | 7.9417 | 10 | 10 | 0.0916 | 0.0916 | 99.1936 | 100.0000 |
| orrSom | 100 | 10000 | 1.0000 | 198.0000 | 1 | 1 | 1.0000 | 1.0000 | 100.0000 | 100.0000 |
| pde | 84 | 382 | 0.0541 | 7.0952 | 1 | 1 | 1.1905 | 1.1905 | 100.0000 | 100.0000 |
| PEEC | 480 | 1346 | 0.0058 | 4.3417 | 1 | 1 | 0.2083 | 0.2083 | 63.3333 | 100.0000 |
| random | 200 | 2132 | 0.0533 | 19.3200 | 1 | 1 | 0.5000 | 0.5000 | 100.0000 | 4.2443 |
| tline | 256 | 256 | 0.0039 | 0.0000 | 256 | 256 | 100.0000 | 100.0000 | 100.0000 | 0.0000 |

**Táblázat A.3 A hálózatok önbefolyásoló kapcsolattípus alapú eredményei.** A fejlécben $N$ a csomópontok száma, $|E|$ az élek száma, $D$ a hálózat sűrűsége, $< k >$ az átlagos fokszám, $N_D$ a beavatokzók száma, $N_S$ az érzékelők száma, $\%_D$ a beavatokozók aránya az összes csomóponthoz képest, $\%_S$ az érzékelők aránya az összes csomóponthoz képest, $\%_{loop}$ a hurokélek százalékos aránya, és $\%_{sym}$ a szimmetrikus élpárok százalékos aránya.

| Hálózat | $N$ | $\|E\|$ | $D$ | $< k >$ | $N_D$ | $N_S$ | $\%_D$ | $\%_S$ | $\%_{loop}$ | $\%_{sym}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| celegans | 297 | 2642 | 0.0300 | 15.7912 | 28 | 3 | 9.4276 | 1.0101 | 100.0000 | 16.8017 |
| ecoli | 418 | 937 | 0.0054 | 2.4833 | 312 | 76 | 74.6411 | 18.1818 | 100.0000 | 0.0000 |
| mac71 | 71 | 817 | 0.1621 | 21.0141 | 1 | 1 | 1.4085 | 1.4085 | 100.0000 | 82.5737 |
| mac95 | 94 | 2484 | 0.2811 | 50.8511 | 9 | 1 | 9.5745 | 1.0638 | 100.0000 | 73.2218 |
| s208 | 122 | 311 | 0.0209 | 3.0984 | 10 | 1 | 8.1967 | 0.8197 | 100.0000 | 0.0000 |
| s420 | 252 | 651 | 0.0103 | 3.1667 | 18 | 1 | 7.1429 | 0.3968 | 100.0000 | 0.0000 |
| s838 | 512 | 1331 | 0.0051 | 3.1992 | 34 | 1 | 6.6406 | 0.1953 | 100.0000 | 0.0000 |
| yeast | 688 | 1767 | 0.0037 | 3.1366 | 96 | 557 | 13.9535 | 80.9593 | 100.0000 | 0.1854 |
| amazon0302 | 262111 | 1496988 | 0.0000 | 9.4225 | 1 | 5668 | 0.0004 | 2.1624 | 100.0000 | 54.2702 |
| amazon0312 | 400727 | 3601167 | 0.0000 | 15.9732 | 1 | 12705 | 0.0002 | 3.1705 | 100.0000 | 53.1534 |
| amazon0505 | 410236 | 3767060 | 0.0000 | 16.3653 | 2 | 13712 | 0.0005 | 3.3425 | 100.0000 | 54.6580 |
| amazon0601 | 403394 | 3790782 | 0.0000 | 16.7944 | 155 | 1260 | 0.0384 | 0.3123 | 100.0000 | 55.7350 |
| berkstan | 685230 | 8285825 | 0.0000 | 22.1841 | 70171 | 8135 | 10.2405 | 1.1872 | 100.0000 | 25.0276 |
| caida | 26475 | 133237 | 0.0002 | 8.0651 | 1 | 1 | 0.0038 | 0.0038 | 100.0000 | 100.0000 |
| dolphins | 62 | 221 | 0.0575 | 5.1290 | 15 | 12 | 24.1935 | 19.3548 | 100.0000 | 0.0000 |
| epinion | 75879 | 584716 | 0.0001 | 13.4118 | 24377 | 15868 | 32.1261 | 20.9122 | 100.0000 | 40.5226 |
| freeman2 | 34 | 864 | 0.7474 | 48.8235 | 1 | 1 | 2.9412 | 2.9412 | 100.0000 | 85.7831 |
| gnutella04 | 10876 | 50870 | 0.0004 | 7.3545 | 20 | 5941 | 0.1839 | 54.6249 | 100.0000 | 0.0000 |
| gnutella05 | 8846 | 40685 | 0.0005 | 7.1985 | 118 | 4996 | 1.3339 | 56.4775 | 100.0000 | 0.0000 |
| gnutella06 | 8717 | 40242 | 0.0005 | 7.2330 | 79 | 4978 | 0.9063 | 57.1068 | 100.0000 | 0.0000 |
| gnutella08 | 6301 | 27078 | 0.0007 | 6.5948 | 80 | 3836 | 1.2696 | 60.8792 | 100.0000 | 0.0000 |
| gnutella09 | 8114 | 34127 | 0.0005 | 6.4119 | 76 | 5059 | 0.9367 | 62.3490 | 100.0000 | 0.0000 |
| gnutella24 | 26518 | 91887 | 0.0001 | 4.9302 | 331 | 18948 | 1.2482 | 71.4534 | 100.0000 | 0.0000 |
| gnutella25 | 22687 | 77392 | 0.0002 | 4.8226 | 335 | 16466 | 1.4766 | 72.5790 | 100.0000 | 0.0000 |
| gnutella30 | 36682 | 125010 | 0.0001 | 4.8159 | 229 | 26960 | 0.6243 | 73.4965 | 100.0000 | 0.0000 |
| gnutella31 | 62586 | 210478 | 0.0001 | 4.7260 | 303 | 46199 | 0.4841 | 73.8168 | 100.0000 | 0.0000 |
| google | 875713 | 5980752 | 0.0000 | 11.6592 | 162465 | 141104 | 18.5523 | 16.1130 | 100.0000 | 30.6751 |
| grass | 88 | 225 | 0.0291 | 3.1136 | 1 | 35 | 1.1364 | 39.7727 | 100.0000 | 0.0000 |
| notre | 325729 | 1795408 | 0.0000 | 9.0239 | 1 | 189150 | 0.0003 | 58.0697 | 100.0000 | 51.6536 |
| pokec | 1632803 | 32255367 | 0.0000 | 37.5092 | 114165 | 201024 | 6.9920 | 12.3116 | 100.0000 | 54.3429 |
| slash08 | 77360 | 905521 | 0.0002 | 21.4106 | 1 | 6698 | 0.0013 | 8.6582 | 100.0000 | 86.6935 |
| slash09 | 82168 | 952329 | 0.0001 | 21.1800 | 1 | 10495 | 0.0012 | 12.7726 | 100.0000 | 84.1065 |
| stanford | 281903 | 2594400 | 0.0000 | 16.4063 | 21410 | 2403 | 7.5948 | 0.8524 | 100.0000 | 27.6637 |
| vote | 7115 | 110804 | 0.0022 | 29.1466 | 4734 | 1005 | 66.5355 | 14.1251 | 100.0000 | 5.6457 |
| ythan | 135 | 732 | 0.0402 | 8.8444 | 1 | 52 | 0.7407 | 38.5185 | 100.0000 | 0.3350 |
| beam | 348 | 60900 | 0.5029 | 348.0000 | 1 | 1 | 0.2874 | 0.2874 | 100.0000 | 50.2874 |
| build | 48 | 1200 | 0.5208 | 48.0000 | 1 | 1 | 2.0833 | 2.0833 | 100.0000 | 52.0833 |
| CDplayer | 120 | 240 | 0.0167 | 2.0000 | 60 | 60 | 50.0000 | 50.0000 | 100.0000 | 100.0000 |
| eady | 598 | 357406 | 0.9994 | 1193.3378 | 1 | 1 | 0.1672 | 0.1672 | 100.0000 | 99.9462 |
| fom | 1006 | 1012 | 0.0010 | 0.0119 | 1003 | 1003 | 99.7018 | 99.7018 | 100.0000 | 100.0000 |
| heatCont | 200 | 598 | 0.0150 | 3.9800 | 1 | 1 | 0.5000 | 0.5000 | 100.0000 | 100.0000 |
| heatDisc | 200 | 598 | 0.0150 | 3.9800 | 1 | 1 | 0.5000 | 0.5000 | 100.0000 | 100.0000 |
| iss | 270 | 540 | 0.0074 | 2.0000 | 135 | 135 | 50.0000 | 50.0000 | 100.0000 | 100.0000 |
| MNA_1 | 578 | 1928 | 0.0058 | 4.6713 | 3 | 3 | 0.5190 | 0.5190 | 100.0000 | 100.0000 |
| MNA_2 | 9223 | 30601 | 0.0004 | 4.6358 | 4 | 4 | 0.0434 | 0.0434 | 100.0000 | 100.0000 |
| MNA_3 | 4863 | 15833 | 0.0007 | 4.5116 | 9 | 9 | 0.1851 | 0.1851 | 100.0000 | 100.0000 |
| MNA_4 | 980 | 3256 | 0.0034 | 4.6449 | 2 | 2 | 0.2041 | 0.2041 | 100.0000 | 100.0000 |
| MNA_5 | 10913 | 54247 | 0.0005 | 7.9417 | 10 | 10 | 0.0916 | 0.0916 | 100.0000 | 100.0000 |
| orrSom | 100 | 10000 | 1.0000 | 198.0000 | 1 | 1 | 1.0000 | 1.0000 | 100.0000 | 100.0000 |
| pde | 84 | 382 | 0.0541 | 7.0952 | 1 | 1 | 1.1905 | 1.1905 | 100.0000 | 100.0000 |
| PEEC | 480 | 1522 | 0.0066 | 4.3417 | 1 | 1 | 0.2083 | 0.2083 | 100.0000 | 100.0000 |
| random | 200 | 2132 | 0.0533 | 19.3200 | 1 | 1 | 0.5000 | 0.5000 | 100.0000 | 4.2443 |
| tline | 256 | 256 | 0.0039 | 0.0000 | 256 | 256 | 100.0000 | 100.0000 | 100.0000 | 0.0000 |

**Táblázat A.4 A hálózatok interakció kapcsolattípus alapú eredményei.** A fejlécben $N$ a csomópontok száma, $|E|$ az élek száma, $D$ a hálózat sűrűsége, $< k >$ az átlagos fokszám, $N_D$ a beavatokzók száma, $N_S$ az érzékelők száma, $\%_D$ a beavatokozók aránya az összes csomóponthoz képest, $\%_S$ az érzékelők aránya az összes csomóponthoz képest, $\%_{loop}$ a hurokélek százalékos aránya, és $\%_{sym}$ a szimmetrikus élpárok százalékos aránya.

| Hálózat | $N$ | $\|E\|$ | $D$ | $< k >$ | $N_D$ | $N_S$ | $\%_D$ | $\%_S$ | $\%_{loop}$ | $\%_{sym}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| celegans | 297 | 4296 | 0.0487 | 28.9293 | 14 | 14 | 4.7138 | 4.7138 | 0.0000 | 100.0000 |
| ecoli | 418 | 1038 | 0.0059 | 4.9665 | 233 | 233 | 55.7416 | 55.7416 | 0.0000 | 100.0000 |
| mac71 | 71 | 876 | 0.1738 | 24.6761 | 1 | 1 | 1.4085 | 1.4085 | 0.0000 | 100.0000 |
| mac95 | 94 | 3030 | 0.3429 | 64.4681 | 3 | 3 | 3.1915 | 3.1915 | 0.0000 | 100.0000 |
| s208 | 122 | 378 | 0.0254 | 6.1967 | 1 | 1 | 0.8197 | 0.8197 | 0.0000 | 100.0000 |
| s420 | 252 | 798 | 0.0126 | 6.3333 | 3 | 3 | 1.1905 | 1.1905 | 0.0000 | 100.0000 |
| s838 | 512 | 1638 | 0.0062 | 6.3984 | 11 | 11 | 2.1484 | 2.1484 | 0.0000 | 100.0000 |
| yeast | 688 | 2156 | 0.0046 | 6.2674 | 450 | 450 | 65.4070 | 65.4070 | 0.0000 | 100.0000 |
| amazon0302 | 262111 | 1799584 | 0.0000 | 13.7315 | 442 | 442 | 0.1686 | 0.1686 | 0.0000 | 100.0000 |
| amazon0312 | 400727 | 4699738 | 0.0000 | 23.4561 | 2533 | 2533 | 0.6321 | 0.6321 | 0.0000 | 100.0000 |
| amazon0505 | 410236 | 4878874 | 0.0000 | 23.7857 | 2658 | 2658 | 0.6479 | 0.6479 | 0.0000 | 100.0000 |
| amazon0601 | 403394 | 4886816 | 0.0000 | 24.2285 | 823 | 823 | 0.2040 | 0.2040 | 0.0000 | 100.0000 |
| berkstan | 685230 | 13298940 | 0.0000 | 38.8160 | 191369 | 191369 | 27.9277 | 27.9277 | 0.0000 | 100.0000 |
| caida | 26475 | 106762 | 0.0002 | 8.0651 | 19112 | 19112 | 72.1889 | 72.1889 | 0.0000 | 100.0000 |
| dolphins | 62 | 318 | 0.0827 | 10.2581 | 2 | 2 | 3.2258 | 3.2258 | 0.0000 | 100.0000 |
| epinion | 75879 | 811480 | 0.0001 | 21.3888 | 31720 | 31720 | 41.8034 | 41.8034 | 0.0000 | 100.0000 |
| freeman2 | 34 | 948 | 0.8201 | 55.7647 | 1 | 1 | 2.9412 | 2.9412 | 0.0000 | 100.0000 |
| gnutella04 | 10876 | 79988 | 0.0007 | 14.7091 | 2180 | 2180 | 20.0441 | 20.0441 | 0.0000 | 100.0000 |
| gnutella05 | 8846 | 63678 | 0.0008 | 14.3970 | 1992 | 1992 | 22.5187 | 22.5187 | 0.0000 | 100.0000 |
| gnutella06 | 8717 | 63050 | 0.0008 | 14.4660 | 1907 | 1907 | 21.8768 | 21.8768 | 0.0000 | 100.0000 |
| gnutella08 | 6301 | 41554 | 0.0010 | 13.1897 | 2194 | 2194 | 34.8199 | 34.8199 | 0.0000 | 100.0000 |
| gnutella09 | 8114 | 52026 | 0.0008 | 12.8238 | 2971 | 2971 | 36.6157 | 36.6157 | 0.0000 | 100.0000 |
| gnutella24 | 26518 | 130738 | 0.0002 | 9.8603 | 12111 | 12111 | 45.6709 | 45.6709 | 0.0000 | 100.0000 |
| gnutella25 | 22687 | 109410 | 0.0002 | 9.6452 | 10665 | 10665 | 47.0093 | 47.0093 | 0.0000 | 100.0000 |
| gnutella30 | 36682 | 176656 | 0.0001 | 9.6318 | 18153 | 18153 | 49.4875 | 49.4875 | 0.0000 | 100.0000 |
| gnutella31 | 62586 | 295784 | 0.0001 | 9.4521 | 31209 | 31209 | 49.8658 | 49.8658 | 0.0000 | 100.0000 |
| google | 875713 | 8644102 | 0.0000 | 19.7419 | 268028 | 268028 | 30.6068 | 30.6068 | 0.0000 | 100.0000 |
| grass | 88 | 274 | 0.0354 | 6.2273 | 22 | 22 | 25.0000 | 25.0000 | 0.0000 | 100.0000 |
| notre | 325729 | 2207671 | 0.0000 | 13.3867 | 188276 | 188276 | 57.8014 | 57.8014 | 8.4288 | 100.0000 |
| pokec | 1632803 | 44603928 | 0.0000 | 54.6348 | 70671 | 70671 | 4.3282 | 4.3282 | 0.0000 | 100.0000 |
| slash08 | 77360 | 1015667 | 0.0002 | 24.2596 | 5 | 5 | 0.0065 | 0.0065 | 99.9315 | 100.0000 |
| slash09 | 82168 | 1086763 | 0.0002 | 24.5463 | 71 | 71 | 0.0864 | 0.0864 | 95.2962 | 100.0000 |
| stanford | 281903 | 3985272 | 0.0001 | 28.2741 | 64488 | 64488 | 22.8760 | 22.8760 | 0.0000 | 100.0000 |
| vote | 7115 | 201524 | 0.0040 | 56.6476 | 2637 | 2637 | 37.0625 | 37.0625 | 0.0000 | 100.0000 |
| ythan | 135 | 1196 | 0.0656 | 17.6593 | 23 | 23 | 17.0370 | 17.0370 | 2.9630 | 100.0000 |
| beam | 348 | 90828 | 0.7500 | 521.0000 | 1 | 1 | 0.2874 | 0.2874 | 50.0000 | 100.0000 |
| build | 48 | 1728 | 0.7500 | 71.0000 | 1 | 1 | 2.0833 | 2.0833 | 50.0000 | 100.0000 |
| CDplayer | 120 | 240 | 0.0167 | 2.0000 | 60 | 60 | 50.0000 | 50.0000 | 100.0000 | 100.0000 |
| eady | 598 | 357598 | 1.0000 | 1193.9799 | 1 | 1 | 0.1672 | 0.1672 | 100.0000 | 100.0000 |
| fom | 1006 | 1012 | 0.0010 | 0.0119 | 1003 | 1003 | 99.7018 | 99.7018 | 100.0000 | 100.0000 |
| heatCont | 200 | 598 | 0.0150 | 3.9800 | 1 | 1 | 0.5000 | 0.5000 | 100.0000 | 100.0000 |
| heatDisc | 200 | 598 | 0.0150 | 3.9800 | 1 | 1 | 0.5000 | 0.5000 | 100.0000 | 100.0000 |
| iss | 270 | 405 | 0.0056 | 2.0000 | 135 | 135 | 50.0000 | 50.0000 | 50.0000 | 100.0000 |
| MNA_1 | 578 | 1694 | 0.0051 | 4.6713 | 3 | 3 | 0.5190 | 0.5190 | 59.5156 | 100.0000 |
| MNA_2 | 9223 | 27003 | 0.0003 | 4.6358 | 4 | 4 | 0.0434 | 0.0434 | 60.9888 | 100.0000 |
| MNA_3 | 4863 | 13921 | 0.0006 | 4.5116 | 9 | 9 | 0.1851 | 0.1851 | 60.6827 | 100.0000 |
| MNA_4 | 980 | 2872 | 0.0030 | 4.6449 | 2 | 2 | 0.2041 | 0.2041 | 60.8163 | 100.0000 |
| MNA_5 | 10913 | 54159 | 0.0005 | 7.9417 | 10 | 10 | 0.0916 | 0.0916 | 99.1936 | 100.0000 |
| orrSom | 100 | 10000 | 1.0000 | 198.0000 | 1 | 1 | 1.0000 | 1.0000 | 100.0000 | 100.0000 |
| pde | 84 | 382 | 0.0541 | 7.0952 | 1 | 1 | 1.1905 | 1.1905 | 100.0000 | 100.0000 |
| PEEC | 480 | 1346 | 0.0058 | 4.3417 | 1 | 1 | 0.2083 | 0.2083 | 63.3333 | 100.0000 |
| random | 200 | 3982 | 0.0996 | 37.8200 | 1 | 1 | 0.5000 | 0.5000 | 100.0000 | 100.0000 |
| tline | 256 | 256 | 0.0039 | 0.0000 | 256 | 256 | 100.0000 | 100.0000 | 100.0000 | 0.0000 |

**Táblázat A.5 A hálózatok önbefolyásoló interakció kapcsolattípus alapú eredményei.** A fejlécben $N$ a csomópontok száma, $|E|$ az élek száma, $D$ a hálózat sűrűsége, $< k >$ az átlagos fokszám, $N_D$ a beavatokzók száma, $N_S$ az érzékelők száma, $\%_D$ a beavatokozók aránya az összes csomóponthoz képest, $\%_S$ az érzékelők aránya az összes csomóponthoz képest, $\%_{loop}$ a hurokélek százalékos aránya, és $\%_{sym}$ a szimmetrikus élpárok százalékos aránya.

| Hálózat | $N$ | $\|E\|$ | $D$ | $< k >$ | $N_D$ | $N_S$ | $\%_D$ | $\%_S$ | $\%_{loop}$ | $\%_{sym}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| celegans | 297 | 4593 | 0.0521 | 28.9293 | 1 | 1 | 0.3367 | 0.3367 | 100.0000 | 100.0000 |
| ecoli | 418 | 1456 | 0.0083 | 4.9665 | 29 | 29 | 6.9378 | 6.9378 | 100.0000 | 100.0000 |
| mac71 | 71 | 947 | 0.1879 | 24.6761 | 1 | 1 | 1.4085 | 1.4085 | 100.0000 | 100.0000 |
| mac95 | 94 | 3124 | 0.3536 | 64.4681 | 1 | 1 | 1.0638 | 1.0638 | 100.0000 | 100.0000 |
| s208 | 122 | 500 | 0.0336 | 6.1967 | 1 | 1 | 0.8197 | 0.8197 | 100.0000 | 100.0000 |
| s420 | 252 | 1050 | 0.0165 | 6.3333 | 1 | 1 | 0.3968 | 0.3968 | 100.0000 | 100.0000 |
| s838 | 512 | 2150 | 0.0082 | 6.3984 | 1 | 1 | 0.1953 | 0.1953 | 100.0000 | 100.0000 |
| yeast | 688 | 2844 | 0.0060 | 6.2674 | 11 | 11 | 1.5988 | 1.5988 | 100.0000 | 100.0000 |
| amazon0302 | 262111 | 2061695 | 0.0000 | 13.7315 | 1 | 1 | 0.0004 | 0.0004 | 100.0000 | 100.0000 |
| amazon0312 | 400727 | 5100465 | 0.0000 | 23.4561 | 1 | 1 | 0.0002 | 0.0002 | 100.0000 | 100.0000 |
| amazon0505 | 410236 | 5289110 | 0.0000 | 23.7857 | 1 | 1 | 0.0002 | 0.0002 | 100.0000 | 100.0000 |
| amazon0601 | 403394 | 5290210 | 0.0000 | 24.2285 | 7 | 7 | 0.0017 | 0.0017 | 100.0000 | 100.0000 |
| berkstan | 685230 | 13984170 | 0.0000 | 38.8160 | 676 | 676 | 0.0987 | 0.0987 | 100.0000 | 100.0000 |
| caida | 26475 | 133237 | 0.0002 | 8.0651 | 1 | 1 | 0.0038 | 0.0038 | 100.0000 | 100.0000 |
| dolphins | 62 | 380 | 0.0989 | 10.2581 | 1 | 1 | 1.6129 | 1.6129 | 100.0000 | 100.0000 |
| epinion | 75879 | 887359 | 0.0002 | 21.3888 | 2 | 2 | 0.0026 | 0.0026 | 100.0000 | 100.0000 |
| freeman2 | 34 | 982 | 0.8495 | 55.7647 | 1 | 1 | 2.9412 | 2.9412 | 100.0000 | 100.0000 |
| gnutella04 | 10876 | 90864 | 0.0008 | 14.7091 | 1 | 1 | 0.0092 | 0.0092 | 100.0000 | 100.0000 |
| gnutella05 | 8846 | 72524 | 0.0009 | 14.3970 | 3 | 3 | 0.0339 | 0.0339 | 100.0000 | 100.0000 |
| gnutella06 | 8717 | 71767 | 0.0009 | 14.4660 | 1 | 1 | 0.0115 | 0.0115 | 100.0000 | 100.0000 |
| gnutella08 | 6301 | 47855 | 0.0012 | 13.1897 | 2 | 2 | 0.0317 | 0.0317 | 100.0000 | 100.0000 |
| gnutella09 | 8114 | 60140 | 0.0009 | 12.8238 | 6 | 6 | 0.0739 | 0.0739 | 100.0000 | 100.0000 |
| gnutella24 | 26518 | 157256 | 0.0002 | 9.8603 | 11 | 11 | 0.0415 | 0.0415 | 100.0000 | 100.0000 |
| gnutella25 | 22687 | 132097 | 0.0003 | 9.6452 | 13 | 13 | 0.0573 | 0.0573 | 100.0000 | 100.0000 |
| gnutella30 | 36682 | 213338 | 0.0002 | 9.6318 | 12 | 12 | 0.0327 | 0.0327 | 100.0000 | 100.0000 |
| gnutella31 | 62586 | 358370 | 0.0001 | 9.4521 | 12 | 12 | 0.0192 | 0.0192 | 100.0000 | 100.0000 |
| google | 875713 | 9519815 | 0.0000 | 19.7419 | 2746 | 2746 | 0.3136 | 0.3136 | 100.0000 | 100.0000 |
| grass | 88 | 362 | 0.0467 | 6.2273 | 1 | 1 | 1.1364 | 1.1364 | 100.0000 | 100.0000 |
| notre | 325729 | 2505945 | 0.0000 | 13.3867 | 1 | 1 | 0.0003 | 0.0003 | 100.0000 | 100.0000 |
| pokec | 1632803 | 46236731 | 0.0000 | 54.6348 | 1 | 1 | 0.0001 | 0.0001 | 100.0000 | 100.0000 |
| slash08 | 77360 | 1015720 | 0.0002 | 24.2596 | 1 | 1 | 0.0013 | 0.0013 | 100.0000 | 100.0000 |
| slash09 | 82168 | 1090628 | 0.0002 | 24.5463 | 1 | 1 | 0.0012 | 0.0012 | 100.0000 | 100.0000 |
| stanford | 281903 | 4267175 | 0.0001 | 28.2741 | 365 | 365 | 0.1295 | 0.1295 | 100.0000 | 100.0000 |
| vote | 7115 | 208639 | 0.0041 | 56.6476 | 24 | 24 | 0.3373 | 0.3373 | 100.0000 | 100.0000 |
| ythan | 135 | 1327 | 0.0728 | 17.6593 | 1 | 1 | 0.7407 | 0.7407 | 100.0000 | 100.0000 |
| beam | 348 | 91002 | 0.7514 | 521.0000 | 1 | 1 | 0.2874 | 0.2874 | 100.0000 | 100.0000 |
| build | 48 | 1752 | 0.7604 | 71.0000 | 1 | 1 | 2.0833 | 2.0833 | 100.0000 | 100.0000 |
| CDplayer | 120 | 240 | 0.0167 | 2.0000 | 60 | 60 | 50.0000 | 50.0000 | 100.0000 | 100.0000 |
| eady | 598 | 357598 | 1.0000 | 1193.9799 | 1 | 1 | 0.1672 | 0.1672 | 100.0000 | 100.0000 |
| fom | 1006 | 1012 | 0.0010 | 0.0119 | 1003 | 1003 | 99.7018 | 99.7018 | 100.0000 | 100.0000 |
| heatCont | 200 | 598 | 0.0150 | 3.9800 | 1 | 1 | 0.5000 | 0.5000 | 100.0000 | 100.0000 |
| heatDisc | 200 | 598 | 0.0150 | 3.9800 | 1 | 1 | 0.5000 | 0.5000 | 100.0000 | 100.0000 |
| iss | 270 | 540 | 0.0074 | 2.0000 | 135 | 135 | 50.0000 | 50.0000 | 100.0000 | 100.0000 |
| MNA_1 | 578 | 1928 | 0.0058 | 4.6713 | 3 | 3 | 0.5190 | 0.5190 | 100.0000 | 100.0000 |
| MNA_2 | 9223 | 30601 | 0.0004 | 4.6358 | 4 | 4 | 0.0434 | 0.0434 | 100.0000 | 100.0000 |
| MNA_3 | 4863 | 15833 | 0.0007 | 4.5116 | 9 | 9 | 0.1851 | 0.1851 | 100.0000 | 100.0000 |
| MNA_4 | 980 | 3256 | 0.0034 | 4.6449 | 2 | 2 | 0.2041 | 0.2041 | 100.0000 | 100.0000 |
| MNA_5 | 10913 | 54247 | 0.0005 | 7.9417 | 10 | 10 | 0.0916 | 0.0916 | 100.0000 | 100.0000 |
| orrSom | 100 | 10000 | 1.0000 | 198.0000 | 1 | 1 | 1.0000 | 1.0000 | 100.0000 | 100.0000 |
| pde | 84 | 382 | 0.0541 | 7.0952 | 1 | 1 | 1.1905 | 1.1905 | 100.0000 | 100.0000 |
| PEEC | 480 | 1522 | 0.0066 | 4.3417 | 1 | 1 | 0.2083 | 0.2083 | 100.0000 | 100.0000 |
| random | 200 | 3982 | 0.0996 | 37.8200 | 1 | 1 | 0.5000 | 0.5000 | 100.0000 | 100.0000 |
| tline | 256 | 256 | 0.0039 | 0.0000 | 256 | 256 | 100.0000 | 100.0000 | 100.0000 | 0.0000 |

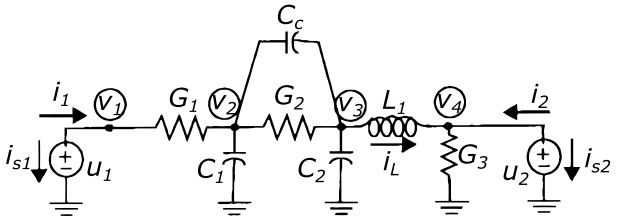
# Függelék B
# A relatív fokszám csökkentése további beavatkozókkal és érzékelőkkel

Ez a fejezet kiegészítő információkat tartalmaz a 3. fejezethez.

## B.1 Az esettanulmányok részletei

### A módosított csomópont-elemzési (MNA) probléma

Az MNA problémában feszültségforrások vannak a multiport portjához csatlakoztatva, hogy meghatározzák annak befogadási mátrixát [150]. Egy egyszerű kétportos RLC áramköri példa a B.1. ábrán látható.




**Ábra B.1 Egy egyszerű kétportos RLC áramkör.**

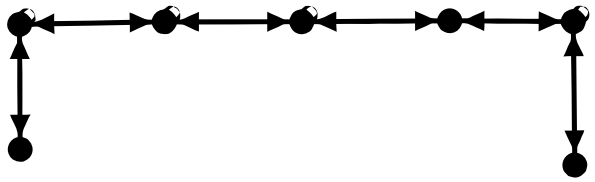
A multiport ($\boldsymbol{u}$) feszültségekkel és ($\boldsymbol{i}$) áramokkal reprezentálható az MNA egyenletekben (B.1. és B.2. egyenlet).

$$\begin{aligned} \mathbf{C}\dot{x} &= \mathbf{G}\boldsymbol{x} + \mathbf{B}\boldsymbol{u} \\ \boldsymbol{i} &= \mathbf{L}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{x} \end{aligned} \tag{B.1}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (C_c+C_1) & -C_c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -C_c & (C_2+C_c) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v}_1 \\ \dot{v}_2 \\ \dot{v}_3 \\ \dot{v}_4 \\ \dot{i}_L \\ \dot{i}_{s1} \\ \dot{i}_{s2} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} G_1 & -G_1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -G_1 & (G_1+G_2) & -G_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -G_2 & G_2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_3 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ i_L \\ i_{s1} \\ i_{s2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \tag{B.2}$$

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ i_L \\ i_{s1} \\ i_{s2} \end{bmatrix}$$

A javasolt módszer a B.2. ábrán bemutatott állapotátmeneti mátrix hálózati ábrázolását használja.

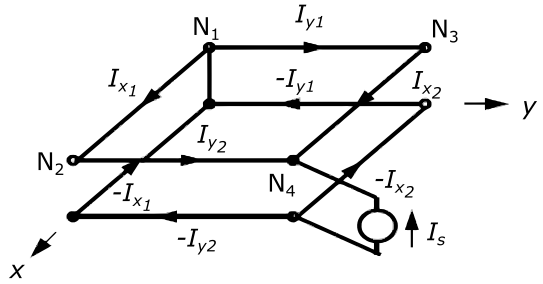


**Ábra B.2 Az egyszerű kétportos RLC áramkör hálózati ábrázolása.**

Ez az egyszerű példa csak az MNA problémák alapvető építőköveit mutatta be. A vizsgált bonyolultabb MNA problémák struktúráját a következő részben mutatom be a B.6. és a B.7. ábrán.

## A parciális elem ekvivalens áramköri probléma

A PEEC probléma lehető legkisebb példája a B.3. ábrán látható.



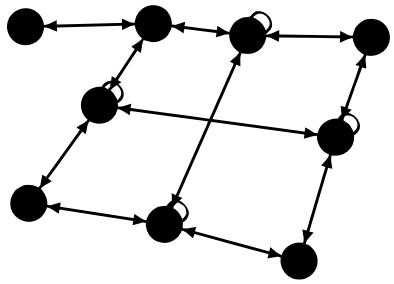

**Ábra B.3 A legkisebb PEEC probléma két síkra [232].**

Mint látható, a PEEC-t a háromdimenziós összeköttetések modellezésére használják. Minden csatlakozásnak van saját részleges induktivitása. Ha az $N_1$ csomópont

rövid zár, és az $N_4$ csomópontba áramot injektálnak, akkor az $N_4$ öninduktanciája $L_{44} = \frac{V_4}{sI}$ lesz [83]. Az áramköri egyenletek megadását a B.3. egyenlet mutatja.

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & -Lx_{11} & -Lx_{12} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -Lx_{12} & -Lx_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -Ly_{11} & -Ly_{12} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & -Ly_{12} & -Ly_{22} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{N1} \\ V_{N2} \\ V_{N3} \\ V_{N4} \\ sI_{x1} \\ sI_{x2} \\ sI_{y1} \\ sI_{y2} \\ sI_{sh} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ I_s \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{B.3}$$

Az állapotváltozók mátrixának hálózati ábrázolását a B.4. ábra mutatja.

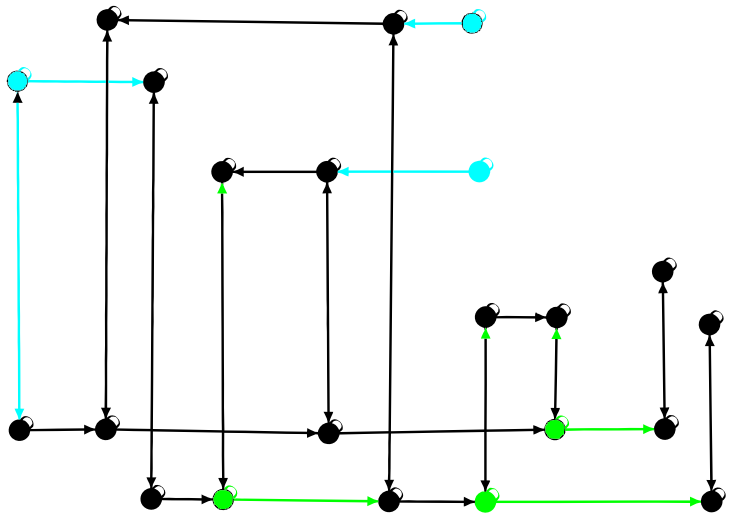


**Ábra B.4 A példaprobléma hálózati ábrázolása két síkon.**

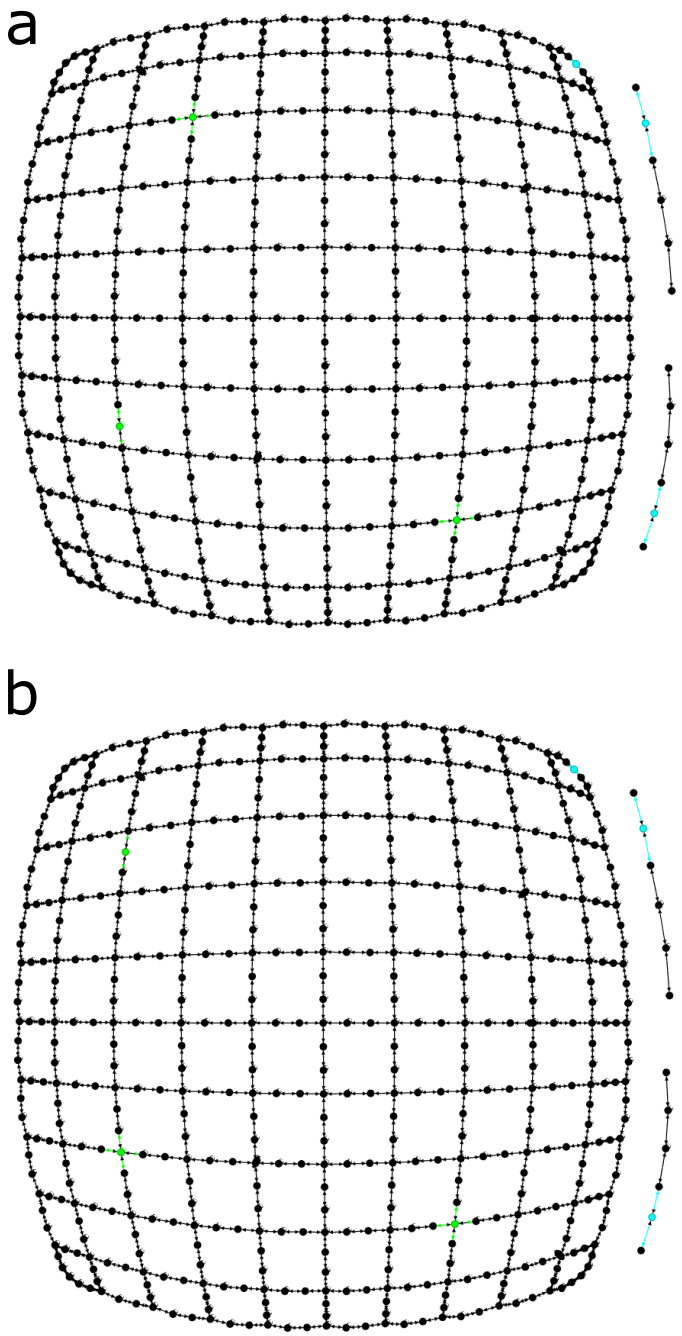
Ez az egyszerű példa csak a PEEC probléma alapvető alkotóelemeit mutatta be. A vizsgált összetettebb probléma felépítését a következő részben mutatom be a B.8. ábrán.

## B.2 Az esettanulmányok hálózati reprezentációi

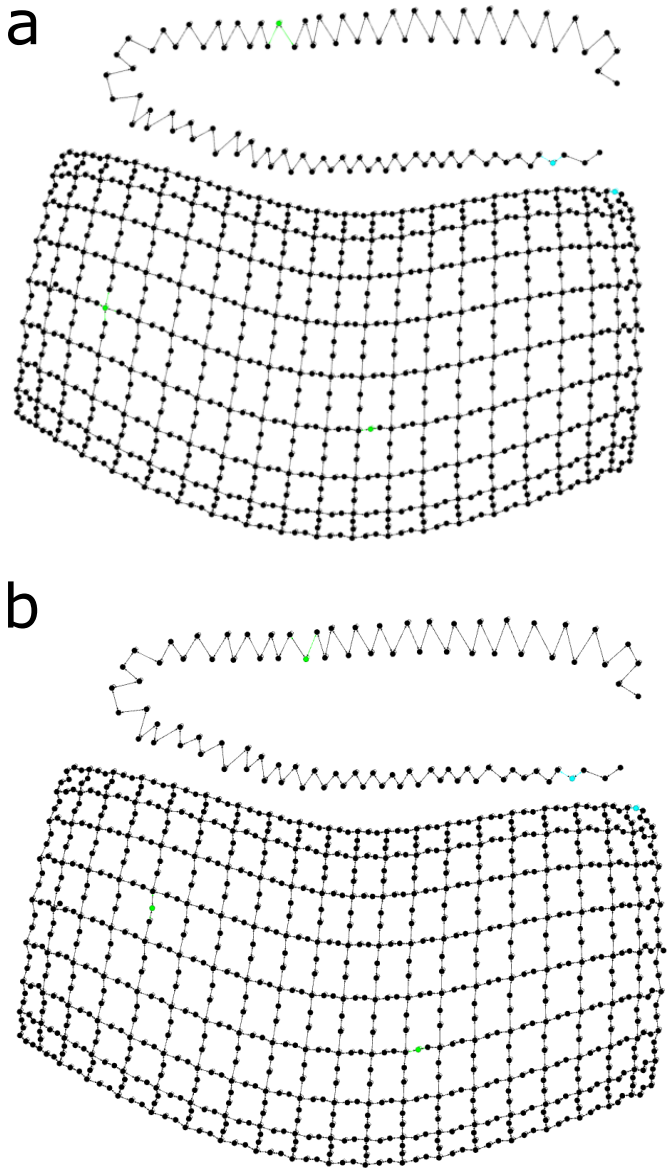
A hálózati ábrázolások tartalmazzák a rögzített ($S_f$) és a jelölt ($S_c$) érzékelőket, türkizkékkel és zölddel jelölve. Mivel az mCLASA és a GDFCMSA módszerek eredményei eltérhetnek, mindkét eredményt bemutatom. Az egyetlen kivétel a HEN esettanulmány, mivel a két módszer azonos megoldást javasolt. Az alábbiakban a B.5., B.6., B.7. és B.8. ábra a két módszerrel biztosított megoldásokat mutatja be a HEN, MNA_1, MNA_4 és PEEC esettanulmányokra.



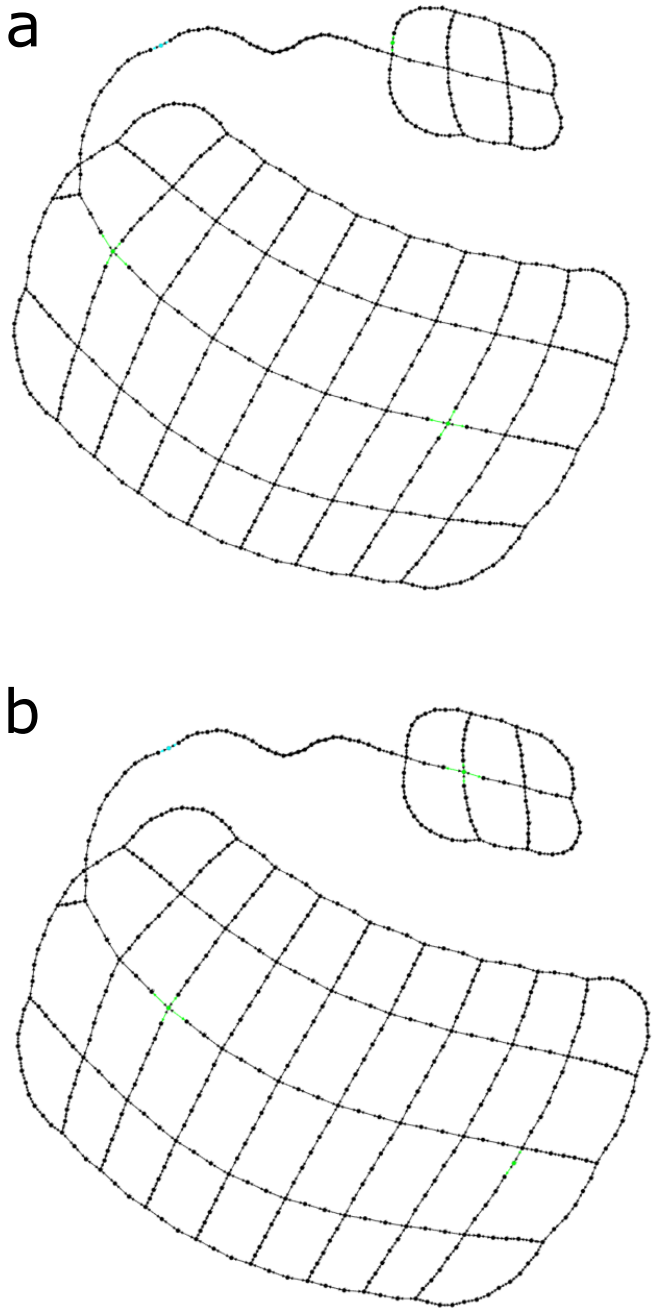
**Ábra B.5 A HEN esettanulmány hálózati reprezentációja.** $K^+ = 3$ esetén mind az mCLASA, mind a GDFCMSA módszer ugyanazon érzékelőket javasolta. A türkiz szín a fix érzékelőket ($S_f$), míg a zöld szín a jelölt érzékelőket ($S_c$) jelölik.




**Ábra B.6 Az MNA_1 esettanulmány hálózati reprezentációja.** $K^+ = 3$ esetre az (a) mCLASA és a (b) GDFCMSA módszer által javasolt érzékelők. A türkiz szín a fix érzékelőket ($S_f$), míg a zöld szín a jelölt érzékelőket ($S_c$) jelölik.



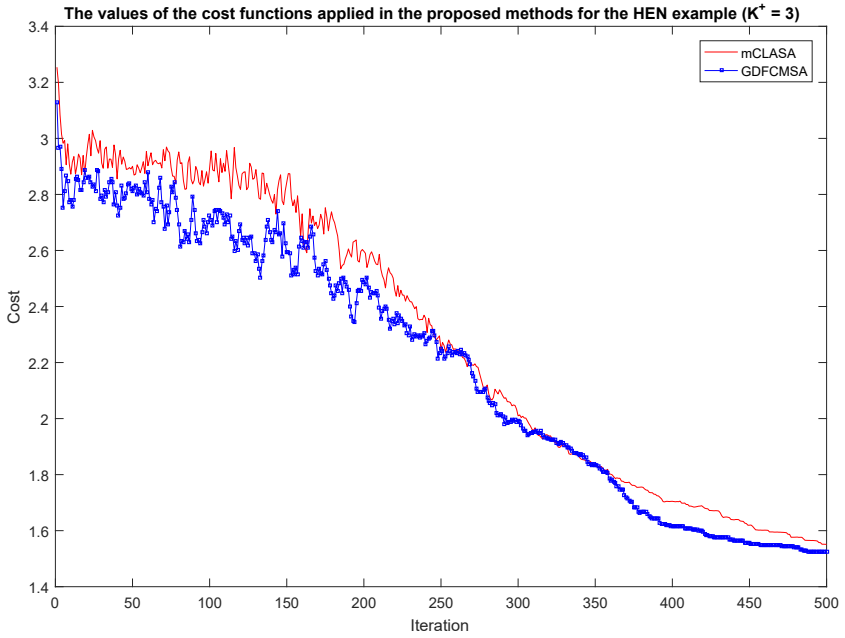

**Ábra B.7 Az MNA_4 esettanulmány hálózati reprezentációja.** $K^+ = 3$ esetre az (a) mCLASA és a (b) GDFCMSA módszer által javasolt érzékelők. A türkiz szín a fix érzékelőket ($S_f$), míg a zöld szín a jelölt érzékelőket ($S_c$) jelölik.



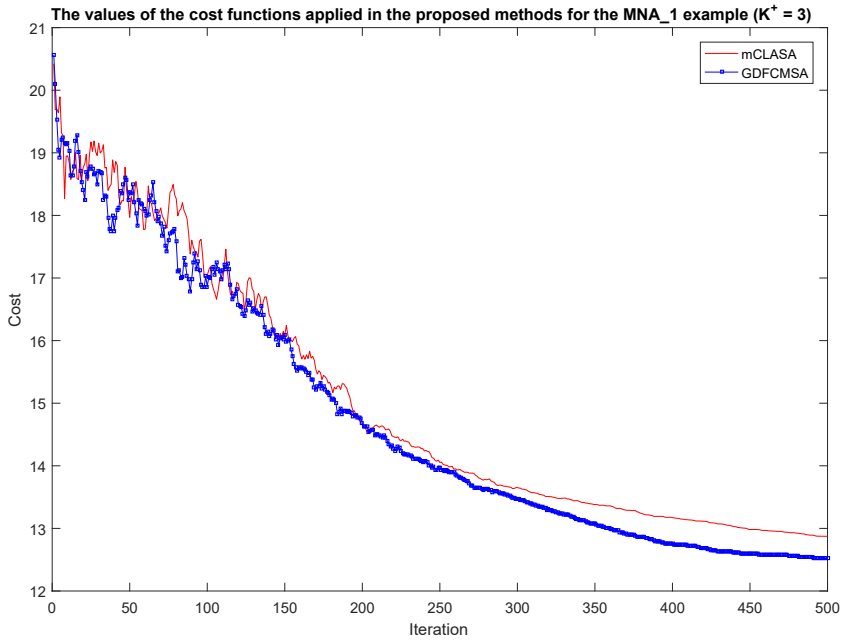

**Ábra B.8 Az PEEC esettanulmány hálózati reprezentációja.** $K^+ = 3$ esetre az (a) mCLASA és a (b) GDFCMSA módszer által javasolt érzékelők. A türkiz szín a fix érzékelőket ($S_f$), míg a zöld szín a jelölt érzékelőket ($S_c$) jelölik.

## B.3 Konvergenciaelemzés

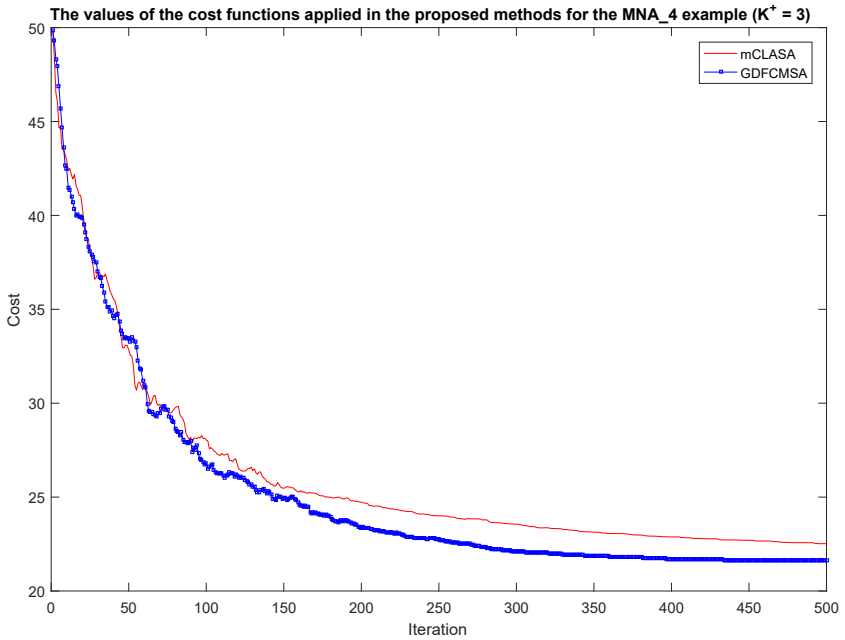
A HEN esettanulmányának konvergenciáját a 3.4.3. fejezetben bemutattam. Itt a fennmaradó három esettanulmány konvergenciáját is megmutatom a B.9., B.10., B.11. és B.12. ábrán.



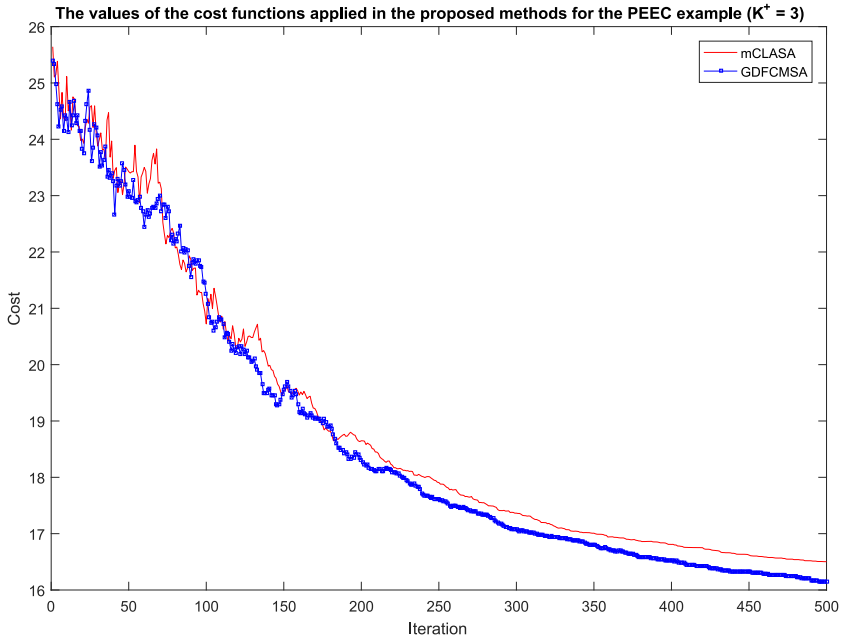

**Ábra B.9 A javasolt módszerek konvergenciája a HEN esettanulmány esetében.** A piros szín az mCLASA módszert, míg a kék szín a GDFCMSA módszert jelenti.




**Ábra B.10 A javasolt módszerek konvergenciája az MNA_1 esettanulmány esetében.** A piros szín az mCLASA módszert, míg a kék szín a GDFCMSA módszert jelenti.




**Ábra B.11 A javasolt módszerek konvergenciája az MNA_4 esettanulmány esetében.** A piros szín az mCLASA módszert, míg a kék szín a GDFCMSA módszert jelenti.




**Ábra B.12 A javasolt módszerek konvergenciája a PEEC esettanulmány esetében.** A piros szín az mCLASA módszert, míg a kék szín a GDFCMSA módszert jelenti.

# Irodalomjegyzék


1. Luis A Aguirre, Leonardo L Portes, and Christophe Letellier. Structural, dynamical and symbolic observability: From dynamical systems to networks. *PloS one*, 13(10):e0206180, 2018.
2. L Aguirre-Salas, O Begovich, and A Ramirez-trevino. Sensor assignment for observability in interpreted petri nets. *IFAC Proceedings Volumes*, 37(18):441–446, 2004.
3. S Ahmad and R Smith. Targets and design for minimum number of shells in heat exchanger networks. *Chemical Engineering Research and Design*, 67(5):481–494, 1989.
4. Salmiah Ahmad and Bodo Linnhoff. Supertargeting: different process structures for different economics. *Journal of Energy Resources Technology*, 111(3):131–136, 1989.
5. Réka Albert, Hawoong Jeong, and Albert-László Barabási. Internet: Diameter of the world-wide web. *Nature*, 401(6749):130–131, 1999.
6. Bader Alwasel and Stephen D Wolthusen. Recovering structural controllability on erdős-rényi graphs via partial control structure re-use. In *International Conference on Critical Information Infrastructures Security*, pages 293–307. Springer, 2014.
7. Peter Arbenz, Daniel Kressner, and DME Zürich. Lecture notes on solving large scale eigenvalue problems. *D-MATH, EHT Zurich*, 2, 2012.
8. Michael Anthony Arbib. *System theory: a unified state-space approach to continuous and discrete systems*. Saunders, 1974.
9. Alex Arenas, Alberto Fernandez, and Sergio Gomez. Analysis of the structure of complex networks at different resolution levels. *New Journal of Physics*, 10(5):053039, 2008.
10. Rahul Badhwar and Ganesh Bagler. A distance constrained synaptic plasticity model of c. elegans neuronal network. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 469:313–322, 2017.
11. Miguel J Bagajewicz. Design and retrofit of sensor networks in process plants. *AIChE Journal*, 43(9):2300–2306, 1997.
12. Miguel J Bagajewicz and Vasilios Manousiouthakis. Mass/heat-exchange network representation of distillation networks. *AIChE Journal*, 38(11):1769–1800, 1992.
13. Miguel J Bagajewicz, Robert Pham, and Vasilios Manousiouthakis. On the state space approach to mass/heat exchanger network design. *Chemical Engineering Science*, 53(14):2595–2621, 1998.
14. Rodolfo Baggio, Noel Scott, and Chris Cooper. Network science: A review focused on tourism. *Annals of Tourism Research*, 37(3):802–827, 2010.
15. Ya-Nan Bai, Lei Wang, Michael ZQ Chen, and Ning Huang. Controllability emerging from conditional path reachability in complex networks. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 27(18):4919–4930, 2017.
16. Alexandru T Balaban. Highly discriminating distance-based topological index. *Chemical Physics Letters*, 89(5):399–404, 1982.
17. Albert-László Barabási and Réka Albert. Emergence of scaling in random networks. *science*, 286(5439):509–512, 1999.
18. Tanya Y Berger-Wolf, William E Hart, and Jared Saia. Discrete sensor placement problems in distribution networks. *Mathematical and Computer Modelling*, 42(13):1385–1396, 2005.
19. Jeff Bezanson, Stefan Karpinski, Viral B Shah, and Alan Edelman. Julia. *A fast dynamic language for technical computing: arXiv: 1209.5145*, 2012.
20. Philippe Blanloeuil, Nur AE Nurhazli, and Martin Veidt. Particle swarm optimization for optimal sensor placement in ultrasonic shm systems. In *Nondestructive Characterization and Monitoring of Advanced Materials, Aerospace, and Civil Infrastructure 2016*, volume 9804, page 98040E. International Society for Optics and Photonics, 2016.
21. Danail Bonchev and Gregory A Buck. Quantitative measures of network complexity. In *Complexity in chemistry, biology, and ecology*, pages 191–235. Springer, Springer Science & Business Media, USA, 2005.
22. Taha Boukhobza and Frédéric Hamelin. State and input observability recovering by additional sensor implementation: A graph-theoretic approach. *Automatica*, 45(7):1737–1742, 2009.

23. Roger W Brockett. System theory on group manifolds and coset spaces. *SIAM Journal on control*, 10(2):265–284, 1972.
24. Jan F Broenink. Introduction to physical systems modelling with bond graphs. *SiE whitebook on simulation methodologies*, 31, 1999.
25. Francesco Bullo. Series expansions for analytic systems linear in control. *Automatica*, 38(8):1425–1432, 2002.
26. J Calandranis and George Stephanopoulos. Structural operability analysis of heat exchanger networks. *Chem. Engng. Res. & Des.(Icheme)*, 64(5, Sep. 1986, p. 347-364.), 1986.
27. Jessica A Carballido, Ignacio Ponzoni, and Nélida B Brignole. Cgd-ga: A graph-based genetic algorithm for sensor network design. *Information Sciences*, 177(22):5091–5102, 2007.
28. Claudia Caro-Ruiz, Andrés Pavas, and Eduardo Mojica-Nava. Controllability criterion for random tree networks with application to power systems. In *Control Applications (CCA), 2016 IEEE Conference on*, pages 137–142. IEEE, 2016.
29. John D Carpinelli and A Yavuz Oruç. Applications of matching and edge-coloring algorithms to routing in clos networks. *Networks*, 24(6):319–326, 1994.
30. Arthur Cayley. Ii. a memoir on the theory of matrices. *Philosophical transactions of the Royal society of London*, 148:17–37, 1858.
31. Younes Chahlaoui and Paul Van Dooren. *A collection of benchmark examples for model reduction of linear time invariant dynamical systems.*, 2002.
32. Younes Chahlaoui and Paul Van Dooren. A collection of benchmark examples for model reduction of linear time invariant dynamical systems., 2002.
33. Guanrong Chen. Pinning control and controllability of complex dynamical networks. *International Journal of Automation and Computing*, 14(1):1–9, 2017.
34. Shi-Ming Chen, Yun-Fei Xu, and Sen Nie. Robustness of network controllability in cascading failure. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 471:536–539, 2017.
35. Wei Chen, Wei Lu, and Ning Zhang. Time-critical influence maximization in social networks with time-delayed diffusion process. In *Twenty-Sixth AAAI Conference on Artificial Intelligence*, 2012.
36. Ximing Chen, Sergio Pequito, George J Pappas, and Victor M Preciado. Minimal edge addition for network controllability. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2018.
37. Yang Chen, Ignacio E Grossmann, and David C Miller. Computational strategies for large-scale milp transshipment models for heat exchanger network synthesis. *Computers & Chemical Engineering*, 82:68–83, 2015.
38. Yang Chen, Ignacio E Grossmann, and David C Miller. Large-scale milp transshipment models for heat exchanger network synthesis. *Available from CyberInfrastructure for MINLP [www. minlp. org, a collaboration of Carnegie Mellon University and IBM Research] at: www. minlp. org/library/problem/index. php*, 2015.
39. Yu-Zhong Chen, Le-Zhi Wang, Wen-Xu Wang, and Ying-Cheng Lai. Energy scaling and reduction in controlling complex networks. *Royal Society open science*, 3(4):160064, 2016.
40. Donald J Chmielewski, Tasha Palmer, and Vasilios Manousiouthakis. On the theory of optimal sensor placement. *AIChE Journal*, 48(5):1001–1012, 2002.
41. Mary Beth Chrissis, Mike Konrad, and Sandy Shrum. *CMMI guidlines for process integration and product improvement*. Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., USA, 2003.
42. Shu-Chuan Chu, John F Roddick, and Jeng-Shyang Pan. *A comparative study and extension to K-medoids algorithms*. Contemporary Development Company, China, 2001.
43. AR Ciric and CA Floudas. A retrofit approach for heat exchanger networks. *Computers & chemical engineering*, 13(6):703–715, 1989.
44. RD Colberg and M Morari. Area and capital cost targets for heat exchanger network synthesis with constrained matches and unequal heat transfer coefficients. *Computers & chemical engineering*, 14(1):1–22, 1990.
45. Vittoria Colizza, Alain Barrat, Marc Barthélemy, and Alessandro Vespignani. The role of the airline transportation network in the prediction and predictability of global epidemics. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 103(7):2015–2020, 2006.
46. Robin Cowan and Nicolas Jonard. Network structure and the diffusion of knowledge. *Journal of economic Dynamics and Control*, 28(8):1557–1575, 2004.

47. Prodromos Daoutidis and Costas Kravaris. Structural evaluation of control configurations for multivariable nonlinear processes. *Chemical engineering science*, 47(5):1091–1107, 1992.
48. Lieven De Lathauwer, Bart De Moor, and Joos Vandewalle. A multilinear singular value decomposition. *SIAM journal on Matrix Analysis and Applications*, 21(4):1253–1278, 2000.
49. Matthias Dehmer, Veronika Kraus, Frank Emmert-Streib, and Stefan Pickl. *Quantitative graph theory*. CRC press, USA, 2014.
50. Jean Dieudonné, Gaston Julia, and Camille Jordan. *Oeuvres de Camille Jordan*. Gauthier-Villars & Cie, 1961.
51. Jean-Michel Dion, Christian Commault, and Jacob Van Der Woude. Generic properties and control of linear structured systems: a survey. *Automatica*, 39(7):1125–1144, 2003.
52. WB Dolan, PT Cummings, and MD Le Van. Algorithmic efficiency of simulated annealing for heat exchanger network design. *Computers & chemical engineering*, 14(10):1039–1050, 1990.
53. César Ducruet and Laurent Beauguitte. Spatial science and network science: Review and outcomes of a complex relationship. *Networks and Spatial Economics*, 14(3-4):297–316, 2014.
54. Jennifer A Dunne, Richard J Williams, and Neo D Martinez. Food-web structure and network theory: the role of connectance and size. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 99(20):12917–12922, 2002.
55. Dilek Düştegör, Erik Frisk, Vincent Cocquempot, Mattias Krysander, and Marcel Staroswiecki. Structural analysis of fault isolability in the damadics benchmark. *Control Engineering Practice*, 14(6):597–608, 2006.
56. David L Elliott. A consequence of controllability. *Journal of Differential Equations*, 10(2):364–370, 1971.
57. Paul Erdős and Alfréd Rényi. On the evolution of random graphs. *Publ. Math. Inst. Hung. Acad. Sci*, 5(1):17–60, 1960.
58. Marcelo Escobar, Jorge O Trierweiler, and Ignacio E Grossmann. Simultaneous synthesis of heat exchanger networks with operability considerations: Flexibility and controllability. *Computers & Chemical Engineering*, 55:158–180, 2013.
59. Ernesto Estrada, Maria Fox, Desmond J Higham, and Gian-Luca Oppo. *Network science: complexity in nature and technology*. Springer Science & Business Media, 2010.
60. Bijan Farhanieh and Bengt Sunden. Analysis of an existing heat exchanger network and effects of heat pump installations. *Heat Recovery Systems and CHP*, 10(3):285–296, 1990.
61. Richard J Field, Endre Koros, and Richard M Noyes. Oscillations in chemical systems. ii. thorough analysis of temporal oscillation in the bromate-cerium-malonic acid system. *Journal of the American Chemical Society*, 94(25):8649–8664, 1972.
62. Michel Fliess. Fonctionnelles causales non linéaires et indéterminées non commutatives. *Bulletin de la société mathématique de France*, 109:3–40, 1981.
63. S.C. Freeman and L.C. Freeman. *The Networkers Network: A Study of the Impact of a New Communications Medium on Sociometric Structure*. Social sciences research reports. School of Social Sciences University of Calif., 1979.
64. Kevin C Furman and Nikolaos V Sahinidis. Approximation algorithms for the minimum number of matches problem in heat exchanger network synthesis. *Industrial & engineering chemistry research*, 43(14):3554–3565, 2004.
65. Harold N Gabow. Using euler partitions to edge color bipartite multigraphs. *International Journal of Computer & Information Sciences*, 5(4):345–355, 1976.
66. Xin-Dong Gao, Zhesi Shen, and Wen-Xu Wang. Emergence of complexity in controlling simple regular networks. *EPL (Europhysics Letters)*, 114(6):68002, 2016.
67. Xin-Dong Gao, Wen-Xu Wang, and Ying-Cheng Lai. Control efficacy of complex networks. *Scientific reports*, 6:28037, 2016.
68. Alexander J Gates and Luis M Rocha. Control of complex networks requires both structure and dynamics. *Scientific reports*, 6:24456, 2016.
69. Leon Glass. Chaos in neural systems. In *The handbook of brain theory and neural networks*, pages 186–189. MIT Press, 1998.

70. David Gleich. Matlabbgl. a matlab graph library. *Institute for Computational and Mathematical Engineering, Stanford University*, 2008.
71. K Glover and L Silverman. Characterization of structural controllability. *IEEE Transactions on Automatic control*, 21(4):534–537, 1976.
72. David E Goldberg. Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning. *Addison-Wesley*, 1989.
73. Gene Golub and William Kahan. Calculating the singular values and pseudo-inverse of a matrix. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics, Series B: Numerical Analysis*, 2(2):205–224, 1965.
74. Fabio Gori, Gianluigi Folino, Mike SM Jetten, and Elena Marchiori. Mtr: taxonomic annotation of short metagenomic reads using clustering at multiple taxonomic ranks. *Bioinformatics*, 27(2):196–203, 2010.
75. Marko Gosak, Rene Markovič, Jurij Dolenšek, Marjan Slak Rupnik, Marko Marhl, Andraž Stožer, and Matjaž Perc. Network science of biological systems at different scales: a review. *Physics of life reviews*, 24:118–135, 2018.
76. J.P. Gram. Über die Entwickelung reeler Funktionen in Reihen mittelst der Methode der kleinsten Quadrate. *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, 94:71–73, 1883.
77. Ignacio E Grossmann and RWH Sargent. Optimum design of heat exchanger networks. *Computers & Chemical Engineering*, 2(1):1–7, 1978.
78. John Guckenheimer and Ricardo A Oliva. Chaos in the hodgkin–huxley model. *SIAM Journal on Applied Dynamical Systems*, 1(1):105–114, 2002.
79. Truls Gundersen and Ignacio E Grossmann. Improved optimization strategies for automated heat exchanger network synthesis through physical insights. *Computers & chemical engineering*, 14(9):925–944, 1990.
80. SG Hall, S Ahmad, and R Smith. Capital cost targets for heat exchanger networks comprising mixed materials of construction, pressure ratings and exchanger types. *Computers & chemical engineering*, 14(3):319–335, 1990.
81. William Rowan Hamilton. *Lectures on Quaternions: Containing a Systematic Statement of a New Mathematical Method; of which the Principles Were Communicated in 1843 to the Royal Irish Academy; and which Has Since Formed the Subject of Successive Courses of Lectures, Delivered in 1848 and Sub Sequent Years, in the Halls of Trinity College, Dublin: Withnumerous Illustrative Diagrams, and with Some Geometrical and Physical Applications*. University Press by MH, 1853.
82. GW Haynes and H Hermes. Nonlinear controllability via lie theory. *SIAM Journal on Control*, 8(4):450–460, 1970.
83. Hansruedi Heeb, Albert E Ruehli, J Eric Bracken, and Ronald A Rohrer. Three dimensional circuit oriented electromagnetic modeling for vlsi interconnects. In *Computer Design: VLSI in Computers and Processors, 1992. ICCD'92. Proceedings, IEEE 1992 International Conference on*, pages 218–221. IEEE, 1992.
84. Robert Hermann and Arthur Krener. Nonlinear controllability and observability. *IEEE Transactions on automatic control*, 22(5):728–740, 1977.
85. Alan L Hodgkin and Andrew F Huxley. A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve. *The Journal of physiology*, 117(4):500–544, 1952.
86. Wenzhen Huang, Yugeng Xi, Yuli Xu, and Zhongxue Gan. Eliminating redundant driver nodes with structural controllability guarantee. In *Control Conference (CCC), 2017 36th Chinese*, pages 347–352. IEEE, 2017.
87. Alberto Isidori. *Nonlinear control systems*. Springer Science & Business Media, 2013.
88. Khairulnadzmi Jamaluddin, Sharifah R. Wan Alwi, Zainuddin A. Manan, and Jiri J. Klemes. Pinch analysis methodology for trigeneration with energy storage system design. *Chemical Engineering Transactions*, 70:1885–1890, Aug. 2018.
89. Velimir Jurdjevic and Héctor J Sussmann. Control systems on lie groups. *Journal of Differential equations*, 12(2):313–329, 1972.
90. Velimir Jurdjevic, Jurdjevic Velimir, and Velimir Đurđević. *Geometric control theory*. Cambridge university press, 1997.

91. Marcus Kaiser and Claus C Hilgetag. Nonoptimal component placement, but short processing paths, due to long-distance projections in neural systems. *PLoS Comput Biol*, 2(7):e95, 2006.
92. Rudolf Emil Kalman. Mathematical description of linear dynamical systems. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics, Series A: Control*, 1(2):152–192, 1963.
93. Matthias Kawski and Héctor J Sussmann. Noncommutative power series and formal lie-algebraic techniques in nonlinear control theory. In *Operators, Systems and linear algebra*, pages 111–128. Springer, 1997.
94. Ian C Kemp. *Pinch analysis and process integration: a user guide on process integration for the efficient use of energy*. Elsevier, USA, 2011.
95. András Király, Ágnes Vathy-Fogarassy, and János Abonyi. Geodesic distance based fuzzy c-medoid clustering–searching for central points in graphs and high dimensional data. *Fuzzy Sets and Systems*, 286:157–172, 2016.
96. Jerzy Klamka and Michał Niezabitowski. Controllability of switched linear dynamical systems. In *2013 18th International Conference on Methods & Models in Automation & Robotics (MMAR)*, pages 464–467. IEEE, 2013.
97. Jiri J Klemes. *Handbook of process integration (PI): minimisation of energy and water use, waste and emissions*. Elsevier, UK, 2013.
98. Jiri J Klemes, Petar S Varbanov, Timothy G. Walmsley, and Xuexiu Jia. New directions in the implementation of pinch methodology (pm). *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 98:439 – 468, 2018.
99. James Ladyman, James Lambert, and Karoline Wiesner. What is a complex system? *European Journal for Philosophy of Science*, 3(1):33–67, 2013.
100. Louis Lapicque. Recherches quantitatives sur l'excitation electrique des nerfs traitee comme une polarization. *Journal de Physiologie et de Pathologie Generalej*, 9:620–635, 1907.
101. P.-S. Laplace. *Théorie Analytique des Probabilités, in: Oeuvres completes de Laplace / publiés sous les auspices de l'Académie des sciences, par MM. les secrétaires perpétuel*. Gauthier-Villars, Paris, 1886.
102. Antti M Latva-Koivisto. Finding a complexity measure for business process models. *Helsinki University of Technology, Systems Analysis Laboratory*, 2001.
103. Kwok-Fu Lee, AH Masso, and DF Rudd. Branch and bound synthesis of integrated process designs. *Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals*, 9(1):48–58, 1970.
104. Dániel Leitold, Ágnes Vathy-Fogarassy, and János Abonyi. Controllability and observability in complex networks–the effect of connection types. *Scientific reports*, 7(1):151, 2017.
105. Daniel Leitold, Agnes Vathy-Fogarassy, and Janos Abonyi. Design-oriented structural controllability and observability analysis of heat exchanger networks. *Chemical Engineering Transactions*, 70:595–600, 2018.
106. Daniel Leitold, Agnes Vathy-Fogarassy, and Janos Abonyi. Network distance-based simulated annealing and fuzzy clustering for sensor placement ensuring observability and minimal relative degree. *Sensors*, 18(9):3096, 2018.
107. Dániel Leitold, Ágnes Vathy-Fogarassy, and János Abonyi. *Network-Based Analysis of Dynamical Systems: Methods for Controllability and Observability Analysis, and Optimal Sensor Placement*. Springer Nature, 2020.
108. Jure Leskovec, Lada A Adamic, and Bernardo A Huberman. The dynamics of viral marketing. *ACM Transactions on the Web (TWEB)*, 1(1):5, 2007a.
109. Jure Leskovec, Daniel Huttenlocher, and Jon Kleinberg. Signed networks in social media. In *Proceedings of the SIGCHI conference on human factors in computing systems*, pages 1361–1370. ACM, 2010.
110. Jure Leskovec, Jon Kleinberg, and Christos Faloutsos. Graphs over time: densification laws, shrinking diameters and possible explanations. In *Proceedings of the eleventh ACM SIGKDD international conference on Knowledge discovery in data mining*, pages 177–187. ACM, 2005.
111. Jure Leskovec, Jon Kleinberg, and Christos Faloutsos. Graph evolution: Densification and shrinking diameters. *ACM Transactions on Knowledge Discovery from Data (TKDD)*, 1(1):2, 2007b.

112. Jure Leskovec, Kevin J Lang, Anirban Dasgupta, and Michael W Mahoney. Community structure in large networks: Natural cluster sizes and the absence of large well-defined clusters. *Internet Mathematics*, 6(1):29–123, 2009.
113. Christophe Letellier, Irene Sendiña-Nadal, Ezequiel Bianco-Martinez, and Murilo S Baptista. A symbolic network-based nonlinear theory for dynamical systems observability. *Scientific reports*, 8(1):3785, 2018.
114. Dimitrios Letsios, Georgia Kouyialis, and Ruth Misener. Heuristics with performance guarantees for the minimum number of matches problem in heat recovery network design. *Computers & Chemical Engineering*, 113:57–85, 2018.
115. Guoqi Li, Lei Deng, Gaoxi Xiao, Pei Tang, Changyun Wen, Wuhua Hu, Jing Pei, Luping Shi, and H Eugene Stanley. Enabling controlling complex networks with local topological information. *Scientific reports*, 8(1):4593, 2018.
116. Jian Li, Leonardo Dueñas-Osorio, Changkun Chen, Benjamin Berryhill, and Alireza Yazdani. Characterizing the topological and controllability features of us power transmission networks. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 453:84–98, 2016.
117. Xiang Li, Peng Yao, and Yujian Pan. Towards structural controllability of temporal complex networks. In *Complex Systems and Networks*, pages 341–371. Springer, 2016.
118. Ching-Tai Lin. Structural controllability. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 19(3):201–208, 1974.
119. Gustav Lindmark and Claudio Altafini. Minimum energy control for complex networks. *Scientific reports*, 8(1):3188, 2018.
120. B Linnhoff and S Ahmad. Supertargeting: Optimum synthesis of energy management systems. *Journal of energy resources technology*, 111(3):121–130, 1989.
121. Bodo Linnhoff and John R Flower. Synthesis of heat exchanger networks: I. systematic generation of energy optimal networks. *AIChE Journal*, 24(4):633–642, 1978.
122. Bodo Linnhoff and Eric Hindmarsh. The pinch design method for heat exchanger networks. *Chemical Engineering Science*, 38(5):745–763, 1983.
123. Bodo Linnhoff, David R Mason, and Ian Wardle. Understanding heat exchanger networks. *Computers & Chemical Engineering*, 3(1-4):295–302, 1979.
124. Xiaofei Liu, Yilin Mo, Sergio Pequito, Bruno Sinopoli, Soummya Kar, and A Pedro Aguiar. Minimum robust sensor placement for large scale linear time-invariant systems: a structured systems approach. *IFAC Proceedings Volumes*, 46(27):417–424, 2013.
125. Yang-Yu Liu and Albert-László Barabási. Control principles of complex systems. *Reviews of Modern Physics*, 88(3):035006, 2016.
126. Yang-Yu Liu, Jean-Jacques Slotine, and Albert-László Barabási. Controllability of complex networks. *Nature*, 473(7346):167, 2011.
127. Yang-Yu Liu, Jean-Jacques Slotine, and Albert-László Barabási. Control centrality and hierarchical structure in complex networks. *Plos one*, 7(9):e44459, 2012.
128. Yang-Yu Liu, Jean-Jacques Slotine, and Albert-László Barabási. Observability of complex systems. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 110(7):2460–2465, 2013.
129. Claude Lobry. Contro labilite des syste mes non lineaires. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 8(4):573, 1970.
130. Edward N Lorenz. Deterministic nonperiodic flow. *Journal of the atmospheric sciences*, 20(2):130–141, 1963.
131. Yang Lou, Lin Wang, and Guanrong Chen. Toward stronger robustness of network controllability: A snapback network model. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 65(9):2983–2991, 2018.
132. Zhe-Ming Lu and Xin-Feng Li. Attack vulnerability of network controllability. *PloS one*, 11(9):e0162289, 2016.
133. David Lusseau, Karsten Schneider, Oliver J Boisseau, Patti Haase, Elisabeth Slooten, and Steve M Dawson. The bottlenose dolphin community of doubtful sound features a large proportion of long-lasting associations. *Behavioral Ecology and Sociobiology*, 54(4):396–405, 2003.
134. Nil Mamano and Wayne Hayes. Sana: Simulated annealing network alignment applied to biological networks. *arXiv preprint arXiv:1607.02642*, 2016.

135. Olivier C Martin and Steve W Otto. Combining simulated annealing with local search heuristics. *Annals of Operations Research*, 63(1):57–75, 1993.
136. AH Masso and DF Rudd. The synthesis of system designs. ii. heuristic structuring. *AIChE Journal*, 15(1):10–17, 1969.
137. Takashi Matsumoto. A chaotic attractor from chua's circuit. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 31(12):1055–1058, 1984.
138. Ron Milo, Shalev Itzkovitz, Nadav Kashtan, Reuven Levitt, Shai Shen-Orr, Inbal Ayzenshtat, Michal Sheffer, and Uri Alon. Superfamilies of evolved and designed networks. *Science*, 303(5663):1538–1542, 2004.
139. Ron Milo, Shai Shen-Orr, Shalev Itzkovitz, Nadav Kashtan, Dmitri Chklovskii, and Uri Alon. Network motifs: simple building blocks of complex networks. *Science*, 298(5594):824–827, 2002.
140. Xu Ming, Xu Chuan-Yun, and Cao Ke-Fei. Effect of degree correlations on controllability of undirected networks. *ACTA PHYSICA SINICA*, 66(2), 2017.
141. Camila B. Miranda, Caliane B. B. Costa Costa, Cid M. G. Andrade, and Mauro A. S. S. Ravagnani. Controllability and resiliency analysis in heat exchanger networks. *Chemical Engineering Transactions*, 61:1609–1614, 2017.
142. Daniel Mocsny and Rakesh Govind. Decomposition strategy for the synthesis of minimum-unit heat exchanger networks. *AIChE journal*, 30(5):853–856, 1984.
143. Eliakim H Moore. On the reciprocal of the general algebraic matrix. *Bull. Am. Math. Soc.*, 26:394–395, 1920.
144. Shima Sadat Mousavi, Mohammad Haeri, and Mehran Mesbahi. On the structural and strong structural controllability of undirected networks. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 63(7):2234–2241, 2018.
145. Franz-Josef Müller and Andreas Schuppert. Few inputs can reprogram biological networks. *Nature*, 478(7369):E4, 2011.
146. Kazuo Murota. *Systems analysis by graphs and matroids: structural solvability and controllability*, volume 3. Springer Science & Business Media, 2012.
147. Jinichi Nagumo, Suguru Arimoto, and Shuji Yoshizawa. An active pulse transmission line simulating nerve axon. *Proceedings of the IRE*, 50(10):2061–2070, 1962.
148. Sen Nie, Xu-Wen Wang, Bing-Hong Wang, and Luo-Luo Jiang. Effect of correlations on controllability transition in network control. *Scientific reports*, 6:23952, 2016.
149. Naonori Nishida, George Stephanopoulos, and Arthur W Westerberg. A review of process synthesis. *AIChE Journal*, 27(3):321–351, 1981.
150. Altan Odabasioglu, Mustafa Celik, and Lawrence T Pileggi. Prima: Passive reduced-order interconnect macromodeling algorithm. In *Proceedings of the 1997 IEEE/ACM international conference on Computer-aided design*, pages 58–65. IEEE Computer Society, 1997.
151. Shao-Peng Pang and Fei Hao. Effect of interaction strength on robustness of controlling edge dynamics in complex networks. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 497:246–257, 2018.
152. Shao-Peng Pang, Wen-Xu Wang, Fei Hao, and Ying-Cheng Lai. Universal framework for edge controllability of complex networks. *Scientific Reports*, 7(1):4224, 2017.
153. Costas Papadimitriou and Geert Lombaert. The effect of prediction error correlation on optimal sensor placement in structural dynamics. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 28:105–127, 2012.
154. Maria Papadopoulou, Benny Raphael, Ian FC Smith, and Chandra Sekhar. Hierarchical sensor placement using joint entropy and the effect of modeling error. *Entropy*, 16(9):5078–5101, 2014.
155. Hui-Qin Pei and Shi-Ming Chen. Controllability of heterogeneous interdependent group systems under undirected and directed topology. *Chinese Physics B*, 27(10):108901, 2018.
156. R. Penrose. A generalized inverse for matrices. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 51(3):406–413, 1955.
157. Thilo Penzl. Algorithms for model reduction of large dynamical systems. *Linear Algebra and its Applications*, 415(2):322–343, 2006.

158. TK Pho and Leon Lapidus. Topics in computer-aided design: Part ii. synthesis of optimal heat exchanger networks by tree searching algorithms. *AIChE Journal*, 19(6):1182–1189, 1973.
159. GT Polley and PJ Heggs. Don't let the pinch pinch you. *Chemical engineering progress*, 95(12):27–36, 1999.
160. Alex Pothen and Chin-Ju Fan. Computing the block triangular form of a sparse matrix. *ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS)*, 16(4):303–324, 1990.
161. Bo Ying Qin and Xian Kun Lin. Optimal sensor placement based on particle swarm optimization. In *Advanced Materials Research*, volume 271, pages 1108–1113. Trans Tech Publ, 2011.
162. Vandana Ravindran, V Sunitha, and Ganesh Bagler. Controllability of human cancer signaling network. In *Signal Processing and Communication (ICSC), 2016 International Conference on*, pages 363–367. IEEE, 2016.
163. Vandana Ravindran, V Sunitha, and Ganesh Bagler. Identification of critical regulatory genes in cancer signaling network using controllability analysis. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 474:134–143, 2017.
164. Kurt Johannes Reinschke. *Multivariable control: a graph theoretic approach*. Springer-Verlag, 1988.
165. Matthew Richardson, Rakesh Agrawal, and Pedro Domingos. Trust management for the semantic web. In *The Semantic Web-ISWC 2003*, pages 351–368. Springer, 2003.
166. Matei Ripeanu and Ian Foster. Mapping the gnutella network: Macroscopic properties of large-scale peer-to-peer systems. In *Peer-to-Peer Systems*, pages 85–93. Springer, 2002.
167. Orlando Romero and Sérgio Pequito. Actuator placement for symmetric structural controllability with heterogeneous costs. *IEEE control systems letters*, 2(4):821–826, 2018.
168. Albert Rosich, Ramon Sarrate, Vicenç Puig, and Teresa Escobet. Efficient optimal sensor placement for model-based fdi using an incremental algorithm. In *46th IEEE Conference on Decision and Control*, pages 2590–2595, USA, 2007. IEEE.
169. Alok K Saboo, Manfred Morari, and Duncan C Woodcock. Design of resilient processing plants - viii. a resilience index for heat exchanger networks. *Chemical Engineering Science*, 40(8):1553–1565, 1985.
170. Irene Samora, Mário J Franca, Anton J Schleiss, and Helena M Ramos. Simulated annealing in optimization of energy production in a water supply network. *Water Resources Management*, 30(4):1533–1547, 2016.
171. Erhard Schmidt. Zur theorie der linearen und nichtlinearen integralgleichungen. *Mathematische Annalen*, 63(4):433–476, Dec 1907.
172. Jati K Sengupta and Raymond E Sfeir. Nonlinear dynamics in foreign exchange markets. *International journal of systems science*, 29(11):1213–1224, 1998.
173. Padula Sharon L. and Kincaid Rex K. Optimization strategies for sensor and actuator placement. Technical report, National Aeronautics and Space Administration, NASA, 1999.
174. Shai S Shen-Orr, Ron Milo, Shmoolik Mangan, and Uri Alon. Network motifs in the transcriptional regulation network of escherichia coli. *Nature genetics*, 31(1):64–68, 2002.
175. Uday V Shenoy. *Heat exchanger network synthesis: process optimization by energy and resource analysis*. Gulf Professional Publishing, USA, 1995.
176. Michael Siomau. Any quantum network is structurally controllable by a single driving signal. *Quantum Information Processing*, 18(1):1, 2019.
177. Arnold Sommerfeld. Beiträge zum dynamischen ausbau der festigkeitslehe. *Physikal Zeitschr*, 3:266–286, 1902.
178. Eduardo D Sontag. Controllability is harder to decide than accessibility. *SIAM journal on control and optimization*, 26(5):1106–1118, 1988.
179. Michel MRF Struys, Hugo Vereecke, Annelies Moerman, Erik Weber Jensen, David Verhaeghen, Nicolaas De Neve, Frank JE Dumortier, and Eric P Mortier. Ability of the bispectral index, autoregressive modelling with exogenous input-derived auditory evoked potentials, and predicted propofol concentrations to measure patient responsiveness during anesthesia with propofol and remifentanil. *Anesthesiology: The Journal of the American Society of Anesthesiologists*, 99(4):802–812, 2003.

180. Tyler H Summers, Fabrizio L Cortesi, and John Lygeros. On submodularity and controllability in complex dynamical networks. *IEEE Trans. Control of Network Systems*, 3(1):91–101, 2016.
181. Jie Sun, Sean P Cornelius, William L Kath, and Adilson E Motter. Comment on" controllability of complex networks with nonlinear dynamics". *arXiv preprint arXiv:1108.5739*, 2011.
182. Peng Gang Sun and Xiaoke Ma. Dominating communities for hierarchical control of complex networks. *Information Sciences*, 414:247–259, 2017.
183. Elin Svensson, Karin Eriksson, Fredrik Bengtsson, and Torsten Wik. Design of heat exchanger networks with good controllability. Technical report, CIT Industriell Energi AB, Sweden, 2018.
184. Amirhessam Tahmassebi, Ali Moradi Amani, Katja Pinker-Domenig, and Anke Meyer-Baese. Determining disease evolution driver nodes in dementia networks. In *Medical Imaging 2018: Biomedical Applications in Molecular, Structural, and Functional Imaging*, volume 10578, page 1057829. International Society for Optics and Photonics, 2018.
185. Lubos Takac and Michal Zabovsky. Data analysis in public social networks. In *International Scientific Conference and International Workshop Present Day Trends of Innovations*, pages 1–6, 2012.
186. L Tantimuratha, AC Kokossis, and FU Müller. The heat exchanger network design as a paradigm of technology integration. *Applied Thermal Engineering*, 20(15-16):1589–1605, 2000.
187. Jose Torres-Jimenez, Idelfonso Izquierdo-Marquez, Alberto Garcia-Robledo, Aldo Gonzalez-Gomez, Javier Bernal, and Raghu N Kacker. A dual representation simulated annealing algorithm for the bandwidth minimization problem on graphs. *Information Sciences*, 303:33–49, 2015.
188. KK Trivedi, BK O'Neill, and JR Roach. Synthesis of heat exchanger networks featuring multiple pinch points. *Computers & chemical engineering*, 13(3):291–294, 1989.
189. KK Trivedi, BK O'Neill, JR Roach, and RM Wood. Systematic energy relaxation in mer heat exchanger networks. *Computers & Chemical Engineering*, 14(6):601–611, 1990.
190. John J Tyson. *The Belousov-Zhabotinskii Reaction*, volume 10. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1 edition, 1976.
191. Balth Van Der Pol. Vii. forced oscillations in a circuit with non-linear resistance.(reception with reactive triode). *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 3(13):65–80, 1927.
192. Jacob Van Der Woude, Taha Boukhobza, and Christian Commault. On structural behavioural controllability of linear discrete time systems with delays. *Systems & Control Letters*, 119:31–38, 2018.
193. Petar Sabev Varbanov, Timothy Gordon Walmsley, Jiri Jaromir Klemes, Yutao Wang, and Xue-Xiu Jia. Footprint reduction strategy for industrial site operation. *Chemical Engineering Transactions*, 67:607–612, Sep. 2018.
194. EI Varga and KM Hangos. The effect of the heat exchanger network topology on the network control properties. *Control Engineering Practice*, 1(2):375–380, 1993.
195. EI Varga, KM Hangos, and Ferenc Szigeti. Controllability and observability of heat exchanger networks in the time-varying parameter case. *Control Engineering Practice*, 3(10):1409–1419, 1995.
196. Hugo Gonzalez Villasanti, Kevin M Passino, John D Clapp, and Danielle R Madden. A control-theoretic assessment of interventions during drinking events. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017.
197. Lutz Volkmann. Estimations for the number of cycles in a graph. *Periodica Mathematica Hungarica*, 33(2):153–161, 1996.
198. Jinjian Wang, Xinghuo Yu, and Lewi Stone. Effective augmentation of complex networks. *Scientific reports*, 6:25627, 2016.
199. Le-Zhi Wang, Yu-Zhong Chen, Wen-Xu Wang, and Ying-Cheng Lai. Physical controllability of complex networks. *Scientific reports*, 7:40198, 2017.
200. Lei Wang, Ya-Nan Bai, and Michael ZQ Chen. Structural controllability analysis of complex networks. In *Control Conference (CCC), 2016 35th Chinese*, pages 1225–1229. IEEE, 2016.

201. Lifu Wang, Liqian Wang, and Zhi Kong. Two controllable canonical forms for single input complex network. In *Control And Decision Conference (CCDC), 2017 29th Chinese*, pages 1467–1472. IEEE, 2017.
202. Lin Wang, Guanrong Chen, Xiaofan Wang, and Wallace KS Tang. Controllability of networked mimo systems. *Automatica*, 69:405–409, 2016.
203. Pei Wang, Daojie Wang, and Jinhu Lu. Controllability analysis of a gene network for arabidopsis thaliana reveals characteristics of functional gene families. *IEEE/ACM Transactions on Computational Biology and Bioinformatics*, 2018.
204. Shuliang Wang, Jianhua Zhang, and Xin Yue. Multiple robustness assessment method for understanding structural and functional characteristics of the power network. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 510:261–270, 2018.
205. Wei Wang, Youhong Wan, and Xinyuan Liang. State estimation for complex network with one step induced delay based on structural controllability and pinning control. In *Intelligent Computing, Networked Control, and Their Engineering Applications*, pages 575–584. Springer, 2017.
206. Xichen Wang, Yugeng Xi, Wenzhen Huang, and Shuai Jia. Deducing complete selection rule set for driver nodes to guarantee network's structural controllability. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2017.
207. Xin-Wei Wang, Guo-Ping Jiang, and Xu Wu. Structural controllability of complex dynamical networks with nodes being multidimensional dynamics. In *American Control Conference (ACC), 2017*, pages 5013–5019. IEEE, 2017.
208. Jean-Paul Watson, William E Hart, and Jonathan W Berry. Scalable high-performance heuristics for sensor placement in water distribution networks. In *Impacts of Global Climate Change*, pages 1–12. American Society of Civil Engineers, 2005.
209. Duncan J Watts and Steven H Strogatz. Collective dynamics of 'small-world' networks. *nature*, 393(6684):440–442, 1998.
210. Lilian Weng, Alessandro Flammini, Alessandro Vespignani, and Fillipo Menczer. Competition among memes in a world with limited attention. *Scientific reports*, 2:335, 2012.
211. Denis L Westphalen, Brent R Young, and William Y Svrcek. A controllability index for heat exchanger networks. *Industrial & engineering chemistry research*, 42(20):4659–4667, 2003.
212. RM Wood, Kraisak Suaysompol, BK O'Neill, JR Roach, and KK Trivedi. A new option for heat exchanger network design. *Chemical engineering progress*, 87(9):38–43, 1991.
213. RM Wood, RJ Wilcox, and Ignacio E Grossmann. A note on the minimum number of units for heat exchanger network synthesis. *Chemical Engineering Communications*, 39(1-6):371–380, 1985.
214. Keith Worden and AP Burrows. Optimal sensor placement for fault detection. *Engineering structures*, 23(8):885–901, 2001.
215. Lin Wu, Min Li, Jianxin Wang, and Fang-Xiang Wu. Minimum steering node set of complex networks and its applications to biomolecular networks. *IET systems biology*, 10(3):116–123, 2016.
216. Lin Wu, Lingkai Tang, Min Li, Jianxin Wang, and Fang-Xiang Wu. The mss of complex networks with centrality based preference and its application to biomolecular networks. In *Bioinformatics and Biomedicine (BIBM), 2016 IEEE International Conference on*, pages 229–234. IEEE, 2016.
217. Yunyun Yang and Gang Xie. Mining maximum matchings of controllability of directed networks based on in-degree priority. In *Control Conference (CCC), 2016 35th Chinese*, pages 1263–1267. IEEE, 2016.
218. Peng Yao, Cong Li, and Xiang Li. The functional regions in structural controllability of human functional brain networks. In *Systems, Man, and Cybernetics (SMC), 2017 IEEE International Conference on*, pages 1603–1608. IEEE, 2017.
219. Hongli Yin and Siying Zhang. Minimum structural controllability problems of complex networks. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 443:467–476, 2016.
220. Malcolm P Young. The organization of neural systems in the primate cerebral cortex. *Proceedings of the Royal Society of London B: Biological Sciences*, 252(1333):13–18, 1993.

221. Hongmei Yu, Haipeng Fang, Pingjing Yao, and Yi Yuan. A combined genetic algorithm/simulated annealing algorithm for large scale system energy integration. *Computers & Chemical Engineering*, 24(8):2023–2035, 2000.
222. Ka-Veng Yuen and Sin-Chi Kuok. Efficient bayesian sensor placement algorithm for structural identification: a general approach for multi-type sensory systems. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 44(5):757–774, 2015.
223. E. Zafiriou. *The Integration of Process Design and Control*. Pergamon, UK, 1994.
224. AM Zhabotinsky. Periodic process of malonic acid oxidation (study of the kinetics of the belousov reaction). *Biofizika*, 9:306–311, 1964.
225. Xian-Xia Zhang, Han-Xiong Li, and Chen-Kun Qi. Spatially constrained fuzzy-clustering-based sensor placement for spatiotemporal fuzzy-control system. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 18(5):946–957, 2010.
226. Xizhe Zhang, Tianyang Lv, XueYing Yang, and Bin Zhang. Structural controllability of complex networks based on preferential matching. *PloS one*, 9(11):e112039, 2014.
227. Xun Zhang, Juelong Li, Jianchun Xing, Ping Wang, Qiliang Yang, Ronghao Wang, and Can He. Optimal sensor placement for latticed shell structure based on an improved particle swarm optimization algorithm. *Mathematical Problems in Engineering*, 2014, 2014.
228. Zenghu Zhang, Yongfeng Yin, Xin Zhang, and Lijun Liu. Optimization of robustness of interdependent network controllability by redundant design. *PloS one*, 13(2):e0192874, 2018.
229. Chen Zhao, Wen-Xu Wang, Yang-Yu Liu, and Jean-Jacques Slotine. Intrinsic dynamics induce global symmetry in network controllability. *Scientific reports*, 5:8422, 2015.
230. Chen Zhao, An Zeng, Rui Jiang, Zhengzhong Yuan, and Wen-Xu Wang. Controllability of flow-conservation networks. *Physical Review E*, 96(1):012314, 2017.
231. TK Zhelev, PS Varbanov, and I Seikova. Hen's operability analysis for better process integrated retrofit. *Hungarian Journal of Industrial Chemistry*, 26(2):81–88, 1998.
232. Fan Zhou, Albert E Ruehli, and Jun Fan. Efficient mid-frequency plane inductance computation. In *Electromagnetic Compatibility (EMC), 2010 IEEE International Symposium on*, pages 831–836. IEEE, 2010.
233. Tatjana Zikov, Stéphane Bibian, Guy Albert Dumont, Mihai Huzmezan, and Craig R Ries. Quantifying cortical activity during general anesthesia using wavelet analysis. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 53(4):617–632, 2006.