

Pannon Egyetem
Gazdálkodás- és Szervezéstudományok Doktori Iskola



**Kockázatalapú döntések támogatása a megfelelőség
értékelésében a mérési bizonytalanság figyelembevételével**

doktori (PhD) értekezés

DOI: 10.18136/PE.2014.534

Készítette:
Hegedűs Csaba

Témavezető:
Dr. Kosztyán Zsolt Tibor

2014

**KOCKÁZATALAPÚ DÖNTÉSEK TÁMOGATÁSA A MEGFELELŐSÉG
ÉRTÉKELÉSÉBEN A MÉRÉSI BIZONYTALANSÁG FIGYELEMBEVÉTELÉVEL**

Értekezés doktori (PhD) fokozat elnyerése érdekében

Írta:
Hegedűs Csaba

Készült a Pannon Egyetem Gazdálkodás- és Szervezéstudományok Doktori Iskolája
keretében

Témavezető: Dr. Kosztyán Zsolt Tibor

Elfogadásra javaslom (igen / nem)

.....
(aláírás)

A jelölt a doktori szigorlaton %-ot ért el,

Az értekezést bírálóként elfogadásra javaslom:

Bíráló neve: igen /nem

.....
(aláírás)

Bíráló neve: igen /nem

.....
(aláírás)

A jelölt az értekezés nyilvános vitáján %-ot ért el.

Veszprém,.....

.....
a Bíráló Bizottság elnöke

A doktori (PhD) oklevél minősítése.....

.....
Az EDHT elnöke

Tartalomjegyzék

Táblázatjegyzék	iii
Ábrajegyzék	iv
Kivonat.....	v
Abstract.....	vi
Zusammenfassung	vii
Bevezetés	1
A témaválasztás indoklása	3
A kutatás célja.....	3
Kutatási kérdések.....	4
1. Elméleti áttekintés.....	1
1.1. Döntés és kockázat.....	1
1.1.1. A döntések osztályozása	1
1.1.2. A kockázatok és a valószínűségek besorolása.....	5
1.2. Statisztikai megfelelés-szabályozás	11
1.2.1. Átvételi megfelelés-értékelés.....	12
1.2.2. Statisztikai folyamatszabályozás	16
1.3. Modellek a termelési és a karbantartási folyamatok leírásához	21
1.3.1. Minőségköltségek	22
1.3.2. Folyamatmodellek	25
1.4. Mérési bizonytalanság	32
1.4.1. A mérési bizonytalanság definíciója.....	33
1.4.2. A mérési bizonytalanság meghatározása	35
2. Mérési bizonytalanság figyelembevétele a döntésekben	36
2.1. Korábbi kísérletek a mérési bizonytalanság és a megfelelés értékelésének szintetizálására	36
2.2. A mérési bizonytalanság figyelembe vétele mindendarabos vizsgálat esetén.....	37
2.2.1. A szimulációk eredményei.....	45
2.2.2. A mindendarabos vizsgálatra kimondott tézis	48

2.3. A mérési bizonytalanság figyelembevétele mintavételes vizsgálatban	49
2.3.1. Mintavételes átvételi ellenőrzés.....	50
2.3.2. A mérési bizonytalanság kezelése szabályozó kártyák alkalmazásában	52
2.4. A mérési bizonytalanság figyelembevétele előrejelzések során.....	57
2.4.1. Mérési bizonytalanság figyelembevétele trend jelenlétekor.....	57
3. Empirikus eredmények	62
3.1. Kerékfelfüggesztés megfelelőségének szabályozása.....	62
3.2. Fröccsöntött alkatrész megfelelőségének szabályozása	66
4. Eredmények összefoglalása	70
4.1. A dolgozat tézisei.....	71
4.2. Composition of theses.....	73
5. Mellékletek	74
5.1. Analitikus megoldás a K optimális értékére exponenciális eloszlások esetén.....	74
5.2. Analitikus megoldás keresése K értékére normális eloszlások esetére.....	77
Felhasznált irodalom.....	79

Táblázatjegyzék

1. táblázat: A Bartee-féle problémater dimenziói	1
2. táblázat A Howard-féle problémater nyolc csúcsa	3
3. táblázat A statisztikai következtetések és döntésméletek csoportosítása	10
4. táblázat: A kockázatok besorolása a következmények és valószínűségek mértékéről rendelkezésre álló információ alapján	11
5. táblázat: A méréses kártyák csoportosítása az alkalmazási feltételek és lehetőségek tükrében	20
6. táblázat A minőségköltségek kategóriái	23
7. táblázat: A minőségköltség (CoQ) alakulása a szigma szint függvényében	24
8. táblázat: A π_{ij} fedezetek alakulása a döntés és a tényállapot függvényében.....	39
9. táblázat: Egy egységre jutó fedezet a határok módosításának függvényében	48
10. táblázat: Példa a szabályozó kártyák határainak módosítására.....	55
11. táblázat: A mérési bizonytalanság és a döntési kockázatok figyelembe vételével elérhető fedezetek	65
12. táblázat: Szabályozó határok normális és Weibull eloszlású változók esetén.....	66
13. táblázat: A fröccsöntött fedél megfelelőség-szabályozásának kiinduló esetei	68
14. táblázat: Az esetek közötti arány az átalakítás után.....	69

Ábrajegyzék

1. ábra: Működési jelleggörbék.	13
2. ábra: A kártyaválasztás egy lehetséges szempontrendszere Montgomery (2008) szerint, ha nincs autokorreláció az értékek idősorában.....	17
3. ábra: Egy példa a kvázistacioner ARIMA és a belőle képzett stacioner ARMA folyamatra	26
4. ábra: A mérési bizonytalanság csökkentésének folyamata.....	33
5. ábra: Megfelelőség értékelésének átalakítása	38
6. ábra: PU-diagram: A döntések kimenetelének 4 esete (bal oldalon) és a határok módosítása által érintett területek (jobb oldalon)	40
7. ábra: A $\Delta\Pi(K)$ által érintett területek, ha csak egy alsó előírt határ van.....	42
8. ábra: A fedezetek alakulása K és a folyamatképesség függvényében	46
9. ábra: A költségek arányának alakulása K és q függvényében	47
10. ábra: Felül a szokványos átlagkártya, alul a mérési bizonytalanság figyelembe vétele kockázat alapon meghatározott intervallumokkal.	53
11. ábra: A $\Pi(K_L, K_U)$ fedezet alakulása K_L és K_U függvényében, a $\Pi(0,0)$ -hoz viszonyítva átlagkártya alkalmazása esetén.....	56
12. ábra: A mért értékekhez tartozó konfidencia intervallum	58
13. ábra: Az előrejelzés bizonytalansága nő az előrejelzés időtávjával	59
14. ábra: A vizsgált jellemző értékének előrejelzése az identifikációs és validációs szakasz után (stacioner eset).....	60
15. ábra: A mintavételezési időpontok állapotfüggő karbantartás esetén (kvázistacioner eset).....	61
16. ábra: A deformálódás területe és a mérés referenciatengelye.....	62
17. ábra: A deformálódás utáni érték a deformálódás előtti érték függvényében	63
18. ábra: Fedezetek a bizonytalanságok és kockázatok figyelembevételének függvényében az ideális eset fedezetéhez viszonyítva	64
19. ábra: A Weibull-eloszlás ferdesége egyedi értékek esetében, és a 7 elemű minták átlagára.....	67
20. ábra: A Weibull- és a normális eloszlás közötti különbség a várható értéktől jobbra	68

Kivonat

A szerző a szakirodalmi áttekintésre alapozva rámutat, hogy nem elegendő a megfelelés-értékelési eljárásokban csak a bekövetkezési valószínűségekre koncentráló megbízhatóság-központú megközelítés alkalmazása. Ezért a kutatás és a disszertáció elkészítésének céljával tüzi ki a megfelelés értékelésére és szabályozására szolgáló módszerek kibővítését és javítását a döntési kockázatok és a döntések alapjául szolgáló mérések bizonytalanságának figyelembevételével.

A szerző analitikusan is felírja a mérési bizonytalanság, a döntési kimenetekhez tartozó fedezetek, a vizsgált megfelelési karakterisztika statisztikai jellemzői, valamint a megfelelés-értékelési döntés várható fedezete közötti összefüggést. Majd bemutatja, hogy a döntési szabályok optimális átalakítása mintavételes vizsgálatok adataiból, Monte Carlo szimulációk segítségével is elvégezhető. Szimulációs elemzéseket végez mindendarabos, mintavételes és szabályozó kártyás eljárásokra.

A kidolgozott módszerek a gyakorlatban használt eljárásokat több területen is javítják. Beépítik a mérési bizonytalanság kockázat alapú kezelését a döntésekbe. A vevői és termelői kockázatokat együtt kezelve a döntéshez kapcsolódó teljes fedezet várható értékét maximálják. A gyakorlatban alkalmazott módszerek gyakran feltételezik a megfigyelt jellemzők eloszlásáról, hogy az normális (Gauss) eloszlást követ, ez azonban nem minden esetben teljesül. Az itt bemutatott fejlesztések a normalitás nem teljesüléséből adódó döntési hibák következményeit is minimalizálják.

A létrehozott módszerek és eszközök elsősorban a termelési és minőségügyi vezetők kezébe adnak egy olyan eszközt, amely a becslések bizonytalanságára vonatkozó adatok, valamint a döntési következmények gazdasági vonzatának beépítésével növeli a döntések során elérhető eredményt, csökkenti a döntések kockázatát. De ezek az eljárások átültethetőek olyan más döntésekre is, ahol a döntés alapjául szolgáló mérés vagy minősítés bizonytalansága, valamint a döntési kimenetekhez tartozó következmények számszerűsíthetőek.

Abstract

RISK-BASED DECISION SUPPORT FOR CONFORMITY CONTROL CONSIDERING MEASUREMENT UNCERTAINTY

This Ph.D. thesis is dealing with measurement uncertainty in various situations of conformity control. Analytic calculations and simulations are presented to optimize conformity control decisions by alteration of acceptance limits proposed by the industrial standards or guides on measurement uncertainty. The proposed new method considers the costs and revenues of the decision outcomes, the measurement uncertainty and capability of the observed process on a risk base to maximize the total expected profit of industrial conformity control approaches.

The author deduces that the optimal alteration of acceptance limits can also be determined from a sampling inspection. Thus the proposed method can be adapted to acceptance sampling and statistical process control (SPC). The simulation methods to modify these conformity control tools are also presented.

Zusammenfassung

RISIKO-BASIERTE ENTSCHEIDUNGSUNTERSTÜTZUNG IN STATISTISCHEN QUALITÄTSÜBERWACHUNG UND PROZESSKONTROLLE UNTER BERÜCKSICHTIGUNG DER MESSUNSICHERHEIT

In der Dissertation werden solche neuen Methoden dargestellt, die die Risiken von Entscheidungsfehlern unter Berücksichtigung der Messunsicherheit reduzieren. In seiner Doktorarbeit setzt sich der Doktorand mit den einzelnen Bereichen der jeden Stück- und Stichprobenprüfung der Qualitätskontrolle, sowie mit den der statistischen Prozesskontrolle auseinander. Durch die vorgeschlagene Methode können die Akzeptanz- und Interventionsregeln anhand der mit den Entscheidungsabläufen im Zusammenhang stehenden Erträge und Aufwendungen verändert werden, um den maximalen erwarteten Gewinn erzielt werden zu können.

Der Autor beweist, dass die optimalen Werte der Akzeptanzgrenzen auch aus den Daten der Stichprobenprüfung bestimmt werden können. So können auch die Simulationen zur Optimierung der Qualitäts-, und Prozesskontrolle verwendet werden.

Bevezetés

A kockázatok feltárása, számítása, kezelése és azok lépéseinek átlátható dokumentálása egyre több területen válik az üzleti működés szükségszerű feladatává. Egyre több iparágban épül be a meglévő szabványokba, vagy jön létre új szabványként a kockázatkezelési tevékenység vagy eljárás, például autóiparban, elektronikai iparban az FMEA, vegyiparban a HAZOP, élelmiszeriparban a HACCP, atomerőműveknél a PSA/PRA (Kovács & Pató Gáborné Szűcs, 2006). A kockázatok kezelése azonban nem épül be a már meglévő minőség/megfelelőség-ellenőrzési eljárásokba. Az operációs menedzsment tudományterület legkeresettebb könyveinek (Slack, et al., 2007), (Russell & Taylor, 2000), (Chase, et al., 2006), (Heizer & Render, 2011) tematikájában jól elkülönülve jelennek meg a minőség-szabályozási és kockázatkezelési eljárások. A kockázatkezelési és döntési problémákkal foglalkozó részek általában valamilyen stratégiai kérdést vizsgálnak, mint az új beruházás, telephely kiválasztás, esetleg FMEA elemzés. A minőség- és folyamatszabályozási fejezetek az SPC és az átvételi minőség-ellenőrzés témakörét alapozzák meg. Nem találtam a menedzsment szakirodalomban olyan művet, ahol ezek a területek szervesen összeforrnának: a bejövő hibás alkatrész, vagy a szabályozatlan folyamat elfogadásának kockázatát – valószínűségét és költségét –, valamint a téves visszautasítás kockázatát és az adatokat szolgáltató mérések bizonytalanságát egyaránt figyelembe vennék, és ez alapján alakítanák ki a döntési szabályokat. Ez a minőség- vagy folyamatszabályozási gyakorlat úgy javítható, hogy a mérési bizonytalanságra vonatkozó adatokat is felhasználva úgy határozzuk meg az elfogadási határokat, hogy minimális legyen a döntéshez tartozó összes kockázat. Tehát a mérési és becslési bizonytalanságokat is figyelembe véve egy kockázatalapú döntési szabályt (vagy szabályrendszert) hozunk létre.

A karbantartási stratégiák területén már megindult a folyamat, hogy a megbízhatóság központú karbantartást (RCM – reliability centered maintenance) (Eisinger & Rakowsky, 2001) a kockázatalapú (RBM – risk-based maintenance) (Khan & Haddara, 2003) váltsa fel. Ez azt jelenti, hogy a döntések megalapozásakor nem csak az egyes események bekövetkezését, hanem a lehetséges következmények hatását is figyelembe veszik (Arunraj & Maiti, 2010). A hatások egy nagy termelő berendezés, reaktor vagy turbina meghibásodáskor sokkal jelentősebbek, látványosabbak, mint egy kereskedelmi termék selejtté válásakor, ezért is lehet, hogy a termelési folyamatok szabályozásába,

illetve minőségellenőrzésbe nem épült be szervesen a kockázatok kezelése. Azonban hasonlóan költséges és az érdekeltek széles körére kiterjedő, de nem ennyire pillanatszerűen keletkező hiba lehet egy rossz ellenőrzési terv miatt kialakuló, teljes szériára kiterjedő hiba, amelyet garanciális visszahívás követ a felfedezés után. A hibás megfelelőség-értékelési döntések következményeinek számbavétele látenszen felsejlik a mintavételi terv kialakításakor, amikor az első- és másodfajú döntési hibák várható mértékét rögzítik, de sem ekkor, sem később nem válnak a célfüggvény részévé a jelenlegi gyakorlat szerint.

Egy a gyakorlatban is jól jellemezhető bizonytalanságot és a hozzá kapcsolódó feltételes következményeket vettem alapul a kockázatok figyelembevételének megfelelőségi döntésekbe integrálásához, ez a jól jellemezhető bizonytalanság a mérési bizonytalanság.

A megfelelőség szabályozása és a mérések jóságának vizsgálata a mindennapi ipari gyakorlatban egymástól időben elkülönülő tevékenységek. A gyártási folyamat vagy egy termék megfelelőségének szabályozása során a folyamatot vagy a terméket egy adott jellemző szerint minősítenek megfelelőnek vagy nem megfelelőnek attól függően, hogy egy előírt határértéken belül van-e, vagy esetleg azt meghaladja. A módszer egyik nagy hiányossága, hogy magát a mérést egy mérőműszerrel (vagy mérőrendszerrel) végzik, amelynek, ha tudják is a mérési bizonytalanságát (hiszen ezeket az eszközöket adott rendszerességgel kalibrálják), nem veszik azt figyelembe a döntéshozatal során. Pedig magára a mérési bizonytalanság kezelésére, annak feltérképezésére létezik 1993-óta ajánlás (BIPM, et al., 1993). Ezt a módszert többnyire csak laboratóriumi körülmények között alkalmazzák. Ebben a dokumentumban – Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement, röviden GUM (BIPM, et al., 1993) – azonban nem foglalkoznak olyan kérdésekkel, hogy egy adott bizonytalanság ismerete esetén hogyan döntsünk, leselejtezzük-e a terméket vagy sem. A GUM megjelenése után sem tudott a mérési bizonytalanság meghatározása és értékelése a metrológia tudományterültéről kitörni és az ipari alkalmazásokban széles körben elterjedni. Egy felmérés (da Silva Hack & Schwengber ten Caten, 2012) szerint a 2004 és 2010 között megjelent 114 mérési bizonytalansággal kapcsolatos tudományos cikkből mindössze 4 foglalkozott a kockázatelemzési megközelítésével.

A témaválasztás indoklása

A témaválasztáskor két indok vezérelt, egy személyes és egy gyakorlati: Döntéseimet tekintve a kockázatkerülő típusba tartozom és próbálom minél kiszámíthatóbbá tenni a várható események valószínűségét és következményeit, hogy minimalizáljam döntéseim kockázatát. Ezt a szemléletet emeltem át a disszertációmba. Másrészt a diplomadolgozatomban elkészítésekor vizsgált kezdeti szimulációs és gyakorlati példák is azt mutatták, hogy a mérési bizonytalanságot célszerű figyelembe venni, mert ezzel jelentős költség takarítható meg. Még akkor is érdemes ezt a bizonytalanságot figyelembe venni, ha a mérőműszer hibája általában nagyságrendekkel kisebb a termék megfelelőségére vonatkozó toleranciaértékeknél, de a téves döntés következményei súlyos károkat okozhatnak. A látható előnyök ellenére a megfelelőség-értékelés ilyen irányú továbbfejlesztésére, a mérési bizonytalanság kockázatalapú figyelembevételére az ipari gyakorlatban nem került sor. Ezért szükségesnek láttam egy könnyen és széles körben alkalmazható módszer kidolgozását, amely segítséget nyújt új, kockázatalapú döntési szabályok kidolgozásában.

A kutatás célja

A mérési bizonytalanság figyelembevételének fontosságát valamint a termelési, karbantartási és megfelelőség-értékelési folyamatok e téren tapasztalt hiányosságát felismerve célul tűzttem ki egy – a megfelelőség-értékelési gyakorlatban alkalmazható – módszer kidolgozását a döntési kockázatok csökkentésére mindendarabos, mintavételes és az előrejelzéses megfelelőség-értékelési esetekre. Célom, hogy ezekben a módszerekben ismeretlennek feltételezett (vagy figyelmen kívül hagyott), de feltárható információk is beépüljenek a döntési folyamatba, így a bizonytalan döntések osztálya felől a kockázatos döntések osztálya irányába mozdítsam a megfelelőségi döntéseket. Ezekre az esetekre vonatkoznak a kutatási kérdéseim, amelyeket a következő alfejezetben gyűjtöttem össze.

Kutatási kérdések

A kutatás kezdetén öt kérdést fogalmaztam meg arra vonatkozóan, hogyan vehető figyelembe a döntéssel járó kockázat és ez hogyan változtatja meg a gyakorlatban alkalmazott döntési szabályokat.

K1: Létrehozható-e egy a mindendarabos megfelelés-vizsgálatban használható, kockázatközpontú – döntési kockázatot minimalizáló – elfogadási szabályrendszer, amely a mérések bizonytalanságát is figyelembe veszi?

K2.1: Alkalmazható-e ez a döntési kockázatokat minimalizáló elfogadási szabályrendszer, vagy annak módosítása adott, rögzített mintavételi terv esetén?

K2.2: Meghatározható-e a minimális költséggel járó mintavételi terv (mintavételi időköz és mintanagyság) a döntési kockázat figyelembevételével?

K3: Átalakítható-e a szabályozó kártyák alkalmazása kockázatalapúvá úgy, hogy a mérési bizonytalanságot is figyelembe vesszük?

K4: Ha jellemezhető a kockázat, akkor az hogyan befolyásolja a megfelelési értékelés során a vizsgált jellemzőkre vonatkozó előrejelzéseket és az előrejelzésre alapuló döntéseket?

A kérdések alapján kezdtem meg a szakirodalmak gyűjtését és feldolgozását, amit az 1. fejezetben foglaltam össze, majd az így nyert ismeretek bázisán saját módszereket dolgoztam ki (2. fejezet), és gyakorlati példák adatain teszteltem.

1. Elméleti áttekintés

A dolgozat első felében áttekintem azokat a szakirodalmi forrásokat, amelyek a kockázatelemzés, döntéselemzés valamint a megfelelésértékelés szempontjából megalapozzák a kutatásomat. Bemutatom, hogy hogyan tágítja ezt a területet a mérési bizonytalanság ismerete és figyelembevétele.

1.1. Döntés és kockázat

A kockázatok figyelembevételéhez a döntések során első lépésként az alapfogalmakat és a probléma környezetét definiálom. Bemutatom, mit értek én kockázat alatt, és hogyan helyezhető el a választott témám a döntéssel foglalkozó elméletek és problémák között.

1.1.1. A döntések osztályozása

A problémát, hogy egy (vagy több) mérési eredmény és a mérés bizonytalanságának ismeretében hogyan döntsünk egy termék vagy egy folyamat megfeleléséről többféleképpen osztályozhatjuk.

A Barte-féle rendszerszemléletű problémátér (Bartee, 1973) három dimenziót – problémátípus, résztvevők száma és a megoldás folyamata – vizsgál, azokon belül négy-négy szintet definiál (1. táblázat).

1. táblázat: A Bartee-féle problémátér dimenziói

A problémátér dimenziói és azok szintjei		
problémátípusok (probléma-taxonómia)	a problémamegoldás módja (résztvevők száma és viszonya)	a problémamegoldás lépései
konceptuális	egyéni	felismerés
empirikus	csoportos	meghatározás
viselkedési	szervezeti	analízis
társadalmi	társadalmi	szintézis

Forrás: saját szerkesztés (Bartee, 1973) alapján

A konceptuális probléma tisztán elméleti zárt probléma, amelyhez nincs szükség észlelésre. Általában matematikai vagy fizikai fogalmakkal egzaktan leírható problémák tartoznak ide. Az empirikus problémák esetében már szükség van tapasztalatra is, hogy a probléma megfogalmazásakor fellépő bizonytalanságot kiküszöböljük. Azonban ezt az

észlelést, tapasztalatot teljesnek és objektívnek tételezzük fel. A viselkedési probléma több ember észlelésén alapul, így szerepet kapnak a percepcióhoz kapcsolódó pszichológiai és a különböző társas vagy csoportviszonyokhoz fűződő szociális tényezők is. A legbonyolultabb problémátípus a társadalmi probléma, ami az előző három típus elemein kívül a társadalmi normákhoz, szokásokhoz és kultúrához kapcsolódó összetevőkkel is bír.

A dimenziókon belüli felosztás hierarchikus, a sorban későbbiek előfeltétele a korábbiak valamilyen szintű teljesítése vagy teljesülése. A viselkedési probléma tartalmaz empirikus és konceptuális elemeket is, a csoportos problémamegoldáskor is először egyéni szinten fogalmazódik meg a probléma és a megoldási lehetőség. A szintézishez szükség van a jelenlegi és a célállapot felismerésére, definiálására, a korlátozó feltételek és fő összetevők meghatározására, a probléma analízisére.

A dolgozatomban tárgyalt probléma egy része tisztán konceptuális, amely a mérési bizonytalanság és vizsgált jellemző viszonyának ábrázolásáról és az optimális döntés analitikus meghatározásáról szól. A bonyolultabb esetekben, ahol szimulációs modelleket és gyakorlati problémákat vizsgálók már empirikusnak tekinthető a probléma. Az egyéni megoldás felöleli mind a négy szakaszt: a felismerést és meghatározást a dolgozat irodalmi részében mutatom be, az analízis és szintézis pedig a gyakorlati részben kerül kifejtésre.

Howard (1968) szerint a tudományos problémamegoldás és modellalkotás három dimenzió – a komplexitás, a bizonytalanság mértéke és az időtényező – mentén értékelhető. A komplexitás a modellben szereplő változók számát jelenti. A bizonytalanság mértéke azt mutatja, hogy ezek a változók determinisztikusak vagy sztochasztikusak-e. Míg az időtényező a probléma statikusságára vagy dinamikusságára utal. Az egyes dimenziók szélsőértékeit véve nyolc esetet (2. táblázat) különböztethetünk meg.

2. táblázat A Howard-féle problémátér nyolc csúcsa

Probléma	Matematikai modell
determinisztikus, statikus, egyváltozós	elemi matematika eszközei
determinisztikus, dinamikus, egyváltozós	differenciálegyenletek, transzformációs számítás
valószínűségi, statikus, egyváltozós	az elemi valószínűség számítás eszközei
determinisztikus, statikus, sokváltozós	mátrixalgebra, programozási feladatok (pl. egészértékű, lineáris, nem lineáris programozás)
valószínűségi, dinamikus, egyváltozós	sztochasztikus folyamatok elmélete, sorbanállási modellek
valószínűségi, statikus, sokváltozós	keverékeloszlásokkal kapcsolatos matematikai feladatok
determinisztikus, dinamikus, sokváltozós	a modern szabályozás és vezérlés elmélete
valószínűségi, dinamikus, sokváltozós	Markov-folyamatok és az ezzel kapcsolatos matematikai problémák

Forrás: (Zoltayné Paprika, 2005)

A mérési bizonytalanság figyelembevétele mindendarabos vizsgálatnál, illetve átvételi minőségellenőrzésnél egy valószínűségi (sztochasztikus), statikus, többváltozós probléma. Ha folyamatszabályozást vagy állapotfüggő karbantartást vizsgálunk, akkor már dinamikussá válik a rendszer és a probléma is. Azonban a megoldandó feladat nem a Howard-féle (1968) többdimenziós osztályozás egyik szélső pontjában helyezkedik el, komplexitás tekintetében például a változók száma több egynél, de nem nevezhető sokváltozósnak, ahova az akár több százat is meghaladó változóval rendelkező problémákat soroljuk. Így az alkalmazandó módszerek nem korlátozódnak ezekre a szélső pontokra megadott tipikus módszerekre. A vizsgált problémák a többváltozós esetben tartoznak, azaz egynél több változónk lesz (determinisztikus és valószínűségi változó egyaránt), de a probléma gyökerét nem az adja, hogy olyan sok változónk van, hogy azokat kezelni, vagy akár átlátni is nehéz lenne. Meglátásom azonban az, hogy a vezetői döntéseknél egy változóról áttérni két-három változó figyelembevételére, nehezebb feladat, mint 100 változót tartalmazó problémát kitégíteni 200 változóra.

Megkülönböztethetjük a döntéseket aszerint is, hogy a döntéshozatali folyamat mennyire rutinszerű. A nagy újdonságtartalmú, kidolgozott eljárással nem rendelkező, egyéni megoldást igénylő döntési folyamatot rosszul strukturálnak (ill-structured) vagy nem programozottnak (non-programmed) nevezzük. A gyakran előforduló, és éppen ezért már kialakult rutinnal rendelkező döntéseket jól strukturált (well-structured) vagy programozott (programmed) döntéseknek hívjuk. Ez a két kategória nem válik el élesen

egymástól, inkább egy skála két végpontjaként értelmezhető, ahol a kettő között a félig strukturált döntések tartományát is értelmezhetjük, annak függvényében, hogy mekkora részben találkozunk új összetevőkkel és kérdésekkel és mekkora a már ismert, gyakran előforduló elemek aránya. (Simon, 1982)

A gyakorlati részben bemutatandó, általam létrehozott módszer a jól strukturált döntésekre alkalmazható, és felhasználja Simon által felsorolt módszereket, az operációkutatást, matematikai analízist, modellalkotást és számítógépes szimulációt.

A döntéshozó rendelkezésére álló információk alapján a döntéseket négy osztályba sorolhatjuk (Szentpéteri, 1980): Ha a döntés következménye a döntéshozó számára ismert, a teljes információ birtokában csak ki kell választania a célfüggvénye szerinti legmegfelelőbb változatot, akkor a *biztos döntések osztályába* tartozik a probléma. Ha döntési szituációban a döntéshozó nem tudja, mely esemény következik be, annak bekövetkezésére nincs hatással, de ismeri az egyes események bekövetkezésének valószínűségét, és a döntései valamint az egyes környezeti események kombinációinak feltételes következményeit, akkor a döntési probléma a *kockázatos döntések osztályába* tartozik. Itt a feladat az, hogy ezeket a kockázatokat minél inkább uraljuk az információk gyűjtésén, értékelésén, ok-okozati összefüggések feltárásán, az okozó tényezők azonosításán keresztül (Szabó, 2010). Ha a lehetséges események bekövetkezési valószínűsége is ismeretlen a döntéshozó számára, akkor ez a szituáció a *bizonytalan döntések osztályába* tartozik – lásd Wald (1950), Hurwicz (1951) és Savage (1951) ide vonatkozó kritériumait. Az elnevezések a Knight (1921) szerinti nevezéktant követik. Knight a jól számszerűsíthető (mérhető) valószínűséget kockázatnak (risk), az ismeretlen, nem jellemezhető pedig bizonytalanáságnak (uncertainty) nevezte.

A bizonytalan döntésekhez hasonlít a csoportosítás negyedik osztálya abban, hogy a döntéshozó szintén nem tud valószínűségértéket rendelni az események bekövetkezéséhez, azonban itt nem a semleges környezet (amely számára irreleváns a döntésünk) befolyásolja az események bekövetkezését, hanem egy (vagy több) másik racionális döntéshozó. Ez a *konfliktusos döntések osztálya*, a játékelmélet tudományterülete.

A négy osztály közül a kockázatos döntésekébe tartozik a dolgozatban tárgyalt problémakör, azonban a mérési és becslési bizonytalanásra vonatkozó hiányzó ismeretek miatt a kockázatos és bizonytalan döntések osztálya közötti határvonal elmosódik. A Laplace-kritérium elégtelen megokolás elve szerint, ha a (mérési)

bizonytalanság miatt nem tudjuk a kimenetek bekövetkezési valószínűsége közötti különbséget meghatározni, akkor azonos valószínűségűnek kell kezelnünk őket. Ha azonban meghatározható ez a mérési bizonytalanság, akkor a döntésünk egyértelműen a kockázatos döntések osztályába mozdítható erről a határterületről, így az ott jellemző kombinált, a várható pénzürtékre (vagy a hasznosság várhatóértékére) vonatkozó döntési kritériumokhoz hasonlóan fogok kidolgozni.

1.1.2. A kockázatok és a valószínűségek besorolása

A Hitelintézeti Szemle egy teljes számot (tizedik évfolyam, negyedik szám) szentelt a kockázat és a bizonytalanság, szubjektív és objektív valószínűség fogalmak definíciója és alkalmazhatósága megvitatására. Az itt megjelenő munkák főként a közgazdasági (Bélyácz, 2011), gazdaságmodellezési (Medvegyev, 2011), aktuáriusi (Kovács, 2011) nézőpontból járták körbe a témát. A kérdéseknek azonban van egy mérnöki (Szabó, 2010) és természettudományos vetülete is ahol ezek a fogalmak szintén megjelentek és egészen más értelmezés társult a kockázat és a valószínűség szubjektív és objektív definíciójához. Amíg a közgazdaságtanban az ember egyidejűleg döntéshozó és a cselekvései (döntései) révén a bizonytalanság okozója is, addig a mérnöki területen a bizonytalanság nagyrészt a fizikai/kémiai rendszerekből származik, de mindenképpen jól elhatárolható a döntéshozói szereptől.

A pénzügyi, közgazdasági területről a tevékenységirányítás felé elmozdulva a kockázat nemcsak valószínűség, hanem következmény összetevővel is bővül.

Kindler (1987, p. 14) szerint a „*kockázat egy cselekvési változat (alternatíva) lehetséges (nem biztosan bekövetkező) negatívan értékelt következményeinek teljes leírása, beleértve a következmények súlyának és bekövetkezésük valószínűségének megmutatását is.*” A döntéshozó nem elsősorban a kockázatokról dönt, hanem a cselekvési alternatívákhoz kapcsolódó előnyöket és hátrányokat mérlegeli és a számára legkedvezőbbet választja, ami lehet akár a legnagyobb kockázattal járó is (Kindler, 1991).

Ortwin Renn (1992) csoportosítása szerint a kockázatot többféle módon megközelíthetjük:

- Technikai
- Közgazdasági
- Pszichológiai
- Szociológiai és antropológiai megközelítés

A technológia megközelítés szerint mind a hatások mértéke, mind az előfordulásuk/megjelenésük valószínűsége objektívan meghatározható, mérhető. Így a kockázat, mint valószínűségekkel súlyozott negatív hatás, csökkenthető. A kritikák pont ezt kérdőjelezik meg, hogy a valószínűségek és hatások objektíven mérhetőek lennének. Az esetek többségében igazat kell, hogy adjunk ezeknek a bírálatoknak, de a dolgozatom témájának választott mérési megfeleléségi vizsgálatok esetén a döntési hiba valószínűsége a mérési bizonytalanság meghatározásának későbbiekben bemutatandó módszereivel jól számítható. A következmények is számszerűsíthetőek a javítási, pótlási és selejtezési költségekkel.

A kockázat közgazdasági megközelítése a következményeket elégedettséggel, illetve elégedetlenséggel méri, lehetőséget biztosítva a pozitív kimenetek figyelembe vételére is. Az így kapott hasznosságokat súlyozza az előfordulások valószínűségével, és az összes hasznosság várható értékének maximalizálására törekszik. Ehhez szükséges, hogy a döntéshozó rangsorolni tudja az összes feltételes kimenetet (Biermann & Fernandez, 1995), valamint teljesüljenek a Neumann-Morgenstern (1944) axiómák, a kimenetek hasznossága kardinális skálán mérhető legyen. A dolgozatom problémakörét képező megfeleléségi döntések esetén is lehetőség van az egyes hasznok – bevételek vagy fedezetek – mérlegelésére és maximalizálására. Ezt a tágabb kockázat definíciót használom, amikor kockázat-alapú (vagy kockázat melletti) döntésekről beszélek.

A problémát úgy határolom le, hogy a keletkező döntési hibák társadalmi szintre eszkalálódásától eltekintek, így a társadalomtudományi – pszichológiai, szociológiai és antropológiai – szempontokat nem veszem figyelembe, pusztán csak a közvetlenül számszerűsíthető következményekkel számolok. Erre a megkötésre azért van szükség, mert ezt a közvetett hatást nagyon nehéz számszerűsíteni és a döntéshozó szakembernek sincs lehetősége ezt teljes egészében felmérni, a döntési modelljébe beilleszteni. Emellett a társadalmi szintre jutásáig egy sor más döntés is befolyásolná a vizsgált döntés hatásait.

A kockázat számításához szükséges valószínűség értékének meghatározása előtt tisztáznunk kell, hogy milyen valószínűségről beszélünk. A valószínűségnek sokáig (a XX. század első feléig) nem volt tudományos definíciója, annak ellenére, hogy a valószínűséggel kapcsolatosan számos új eredmény született (Rényi, 1967). A valószínűség első szabatos, axiomatikus megadása Kolmogorov (1933) nevéhez fűződik, amelyet Rényi (1955) egészített ki.

A matematika szűkebb területtől távolodva azonban még mindig a naiv valószínűség definíciók/értelmezések használata a jellemző. Az ISO statisztikai módszerekkel foglalkozó 69-es számú szakbizottsága is csak úgy definiálja a valószínűséget az ISO 3534-1 szabványban, hogy egy 0 és 1 közötti szám, ami egy esemény bekövetkezésének relatív gyakoriságát (Whitworth, 1965), (von Mises, 1957, p. 29) vagy bizonyossági fokát (Savage, 1972) jelenti.

Rowe (1977) szerint megkülönböztethető szubjektív, objektív és szintetikus valószínűség. A szubjektív csak néhány megfigyelésre épít, az objektív statisztikai alapon, nagyszámú tapasztalat alapján határozható meg, míg a szintetikus valószínűség a szimulációs modellezés eredményét tükrözi.

Az objektív és szubjektív valószínűségek között úgy is különbséget tudunk tenni, ha a bizonytalanság forrását határozzuk meg. Adódhat a bizonytalanság az ismeret hiányából (epistemic uncertainty) vagy a véletlenszerűségből (aleatory uncertainty). Az előbbi a szubjektív az utóbbi az objektív valószínűséghez kapcsolódik (Paté-Cornell, 2007), de nevezhetnék őket rendre bizonytalanságnak és kockázatnak a Knight-féle nomenklatúra alapján.

Ezt a megnevezést és felosztást azonban többen megtévesztőnek tartották. Knight nevezékτανát vitatja a Hirshleifer és Riley (1992) is, és Savage (1972) valószínűség-definíciójára alapozva – azaz arra, hogy a valószínűség nem más, mint a vélekedés foka (degree of belief) – minden valószínűséget szubjektívnek tart. Különbséget inkább abban látják, hogy erről a valószínűségről hogyan vélekedik a döntéshozó, mennyire hisz a becslés pontosságában. Ennek megfelelően megkülönböztetnek „puha” és „kemény” becsléseket. A becslés alapján ugyanúgy választana a döntéshozó a végső alternatívák közül függetlenül attól, hogy azt a becslést mennyire véli pontosnak, hisz nincs más információja a döntési szituációról. A puha becslések esetében viszont nagyobb lesz a hajlandósága, hogy többletinformáció szerzése érdekében növelje a kiadásait. Ilyen többletinformáció lehet a mérési és becslési bizonytalanság meghatározása, a becslésünk pontosságának számszerűsítése.

Teljesen egyet értek Szabó Gábor Csabával (2010) abban hogy az egyes események bekövetkezési valószínűsége, a valószínűség, mint jelenség teljesen független attól, hogy mi mennyire érezzük veszélyesnek azt az eseményt, mennyire tudjuk meghatározni ezt a valószínűségi értéket, vagy egyáltalán tudunk-e róla. Ehhez a valószínűséghez társított számérték jóságában lehetnek csak eltérések, itt is azokkal a

megközelítésekkel érték egyet, amelyek objektívnek, megismerhetőnek, meghatározhatónak tartják ezt az értéket.

Edwin Thompson Jaynes (2003) minden megfigyelést és következtetést objektívnek tart abban az értelemben, hogy ez a valószínűségi érték teljesen független a vizsgálatot végző személyétől és személyiségétől (világnézetétől, értékeitől, félelmeitől és várakozásaitól). Feltételezve azt, hogy a valószínűség meghatározásakor következetesen (konzisztensen) gondolkodunk, ugyanazon adatok bázisán dolgozva nem hagyunk ki semmilyen releváns információt és azonos valószínűségű eseményeket azonos számértékkel látjuk el.

Jaynes előfeltételei tulajdonképpen egybehangzanak Kő és Lovrics (2000) (hivatkozva: (Tribus, 1969) művét) racionális döntéshozatalra vonatkozó kritériumaival:

- konzisztencia (ha többféle módszerrel is eljuthatunk a végeredményhez, akkor ezek eredménye ugyanazt adja)
- folytonosság (ugyanazon módszertan alapján hozott hasonló döntések hasonló eredményeket hoznak)
- univerzalitás (a módszertannak általánosan használhatónak kell lennie az üzleti és nem üzleti döntések széles körére, nem csak azok egy specifikusan meghatározott részére)
- egyértelműség (az eredmény csak egyértelmű explicit adatokon alapul)
- nincs visszatartott adat, információ (egyébként a döntési tér vagy feladat menet közben jelentősen módosulhat a visszatartott információ megszerzésével)

Ezek a kritériumok a legtöbb vezetői döntésre nem állnak fenn, azonban a mérési eredmények értékelésénél, a bizonytalanság figyelembevételénél, és az elfogadási határok meghúzásánál egy konceptuális problémával van dolgunk, amely explicit tényadatokon alapul. A döntés folyamat elején minden szükséges, felhasználható adat jelen van. A használt matematikai eszközök biztosítják a konzisztenciát, folytonosságot és univerzalitást egy jól lehatárolt probléma-megfogalmazás mellett.

Howard (2007) hivatkozva Jaynes (2003) fent említett munkájára kijelenti, hogy nincs olyan, hogy objektív valószínűség, egy adatsorhoz csak az ember tud a valószínűséget társítani, így az tükrözi annak tudását (és tudatlanságát). Éppen ezért nem értelmezhető a szubjektív valószínűség sem. Nincs szüksége a valószínűségnek jelzőkre. Mindketten Maxwellt (1882) hivatkozzák:

„...the actual science of logic is conversant at present only with things either certain, impossible, or entirely doubtful, none of which (fortunately) we have to reason on. Therefore the true logic for this world is the Calculus of

Probabilities, which takes account of the magnitude of the probability (which is, or ought to be, in a reasonable man's mind)."

Azaz a logika valódi tudománya csak biztos, lehetetlen és teljesen bizonytalan eseményeket ismer, olyanokat nem, amit meg kell indokolni. Ezért e világ valódi logikája a valószínűségszámítás, ami számításba veszi a valószínűség mértékét [...].

Campbell (2006) szerint az egyéni (és ilyenformán szubjektív) preferenciákat is kezelhetjük objektívan, hisz az tényszerű adat lehet, hogy egy adott döntéshozó hogyan vélekedik a valószínűségekről és következményekről. Ezeket az adatokat pedig objektív inputokként használhatjuk az adott személyre és szituációra vonatkozó döntéselemzésben.

A statisztikai gondolkodás elméleteit a 3. táblázatban látható módon csoportosíthatjuk. Raiffa (1970) szerint 2 nagy csoportra oszthatjuk őket, aszerint, hogy mi az elsődleges célja a vizsgálódásnak, a döntéshozatal, azaz választás az alternatívák között vagy az adatok által leírt világ minél jobb megismerése, megértése.

A két nagyobb csoport – Döntés és Következtetés – azonban nem válik el egymástól a döntéshez felhasznált valószínűség értékek a „Következtetés” csoportban szereplő gyakoriságon alapuló (klasszikus) vagy a Bayes-féle megközelítés alapján számítódnak. Az általam kidolgozott módszerek a Savage nevével fémjelzett döntési kategóriába tartoznak, hisz felhasználja a mérési bizonytalanságra vonatkozó előzetes adatokat, még hozzá a bayesi („szükségszerű”) valószínűség definíció szerint.

3. táblázat A statisztikai következtetések és döntésméletek csoportosítása

Döntés (decision) gyakorlati megközelítés	nincs veszteség, nincs a priori információ (Fisher) Az elsőfajú döntési hiba valószínűségének korlátozása a cél, a veszteségek és a priori információk figyelembe vétele nélkül	
	nincs veszteség, nincs a priori információ (Neyman – Pearson) A döntés minden lehetséges hibáját figyelembe kell venni, és ennek megfelelően meghatározni a szabályokat a p valószínűségi érték függvényében a mintaeredmények elfogadására.	
	van veszteség, nincs a priori információ (Wald) a veszteségek és nyereségek a döntési probléma részei, de nincsenek előzetes valószínűség információk a sokaságról/környezetről	
	veszteségek (utilitások) és a priori információk is vannak (Savage) a veszteségek, nyereségek mellett környezetre (természet állapotára) vonatkozó valószínűségekkel számol	
Következtetés (inference) tudományos megközelítés	Klasszikus megközelítés	Csak a vizsgálat alapján meghatározott relatív gyakoriságra alapoz (objektív valószínűség), pontbecslést és konfidencia intervallumot használ
	Bayes-i megközelítés	Minden rendelkezésre álló információt felhasznál és kombinálja az új ismereteivel, a mintavétel eredményével. <ul style="list-style-type: none"> • a valószínűség szükségszerű és logikailag helyes mértéke annak, hogy a proposíciók egy halmaza mennyiben igazol egy másikat • szubjektív valószínűség az egyén vélekedésének foka, amely koherens és konzisztens

Forrás: saját szerkesztés (Raiffa, 1970, pp. 279-288) alapján

Összefoglalva tehát a matematikai szabályokat követve meghatározott (kellő számú megfigyelésre alapozott) valószínűség használható a kockázatok és várható hasznok meghatározásához. A probléma így tisztán matematikai, nem befolyásolja a mérést végző és az eredményt a tűréshatárokkal összevető személyt a saját érzelmei és értékítélete.

A szubjektivitás azonban így is megjelenhet a kockázatokban, mégpedig a másik összetevő révén. A kockázatot (bekövetkezési) valószínűséggel súlyozott hátrányként értelmezve kaphatunk szubjektív eredményt a bizonytalan bekövetkezésű hátrány egyéni, szubjektív értékelésével. A hátrány mértéke más lehet különböző preferenciával rendelkező egyéneknél (vagy csoportoknál), de még ugyanazon egyén esetén is változhat az idő múlásával a preferencia. Azonban ez is kezelhető objektíven, ha rögzítjük ezt a preferenciát és a hátrány mértékét. A rögzített értékek mellett már objektíven vizsgálódhatunk.

A 4. táblázat szerinti csoportosítás sokkal jobban árnyalja az objektív és szubjektív kockázatok egyes eseteit és fokozatait.

4. táblázat: A kockázatok besorolása a következmények és valószínűségek mértékéről rendelkezésre álló információ alapján

		Következmény		
		Objektív közvetlenül megfigyelhető és mérhető eseményleírás	Megfigyelhető objektív vagy szubjektív következményekre adott mérhető viselkedési válasz	Szubjektív a következmény értéke egy adott kockázatviselő számára
Valószínűség	Objektív valószínűség: ismételt megfigyelések vagy kísérletek révén mérve	KOCKÁZAT	MODELLEZETT KOCKÁZAT (értékelés)	SZUBJEKTÍV KOCKÁZAT (értékelés)
	Szintetikus valószínűség: hasonló objektív valószínűségi rendszerekből modellezve	MODELLEZETT KOCKÁZAT (becslés)	MODELLEZETT KOCKÁZAT	SZUBJEKTÍV KOCKÁZAT
	Szubjektív valószínűség: néhány megfigyelésből becsülve, vagy sejtés alapján	SZUBJEKTÍV KOCKÁZAT (becslés)	SZUBJEKTÍV KOCKÁZAT	SZUBJEKTÍV KOCKÁZAT

Forrás: (Gaál & Szabó, 2007)

Az általam vizsgált probléma esetén rögzítettnek tekintem a hátrány mértékét, a valószínűséget pedig nem befolyásolja a számítást végző személye. Az esetleges hosszabb távon jelentkező változás a valószínűség vagy a hátrány mértékében a – következőkben bemutatandó – módszerem egyes számításainak vagy a szimulációnak megismétlését jelenti csak, a módszeren nem, csak a végeredményen változtat. Az így kapott kockázat modellezett kockázatnak tekinthető.

1.2. Statisztikai megfelelés-szabályozás

A megfelelés-szabályozásban alkalmazott statisztikai módszerek két csoportra oszthatóak a megfelelés- vagy minőségellenőrzési és minőségjavító módszerekre. Az előbbibe tartozik az átvételi megfelelés ellenőrzés az utóbbiba a minőségjavító kísérlettervezések, a kettő közötti átmenetnek tekinthető a statisztikai szabályozó kártyák alkalmazása.

1.2.1. Átvételi megfelelésértékelés

A termékek átvételi megfelelés-ellenőrzése tipikus minőségszabályozási feladat, általában a vevő ellenőrzi a gyártótól érkező tétel egy részét, vagy egészét, hogy az megfelel-e az előírt értékeknek. Ez az ellenőrzés akár megvalósítható egy gyártási folyamat két fázisa között is, a félkész termék vizsgálatával. Ez utóbbi esetben tágabban értelmezzük a vevőt és gyártót: az átadás előtti fázist tekintjük a félkész termék gyártójának, az átadás utánit pedig a vevőjének. A megfelelés-ellenőrzés vonatkozhat minősítéses és méréses vizsgálatra is.

1.2.1.1. Minősítéses átvételi megfelelés-ellenőrzés

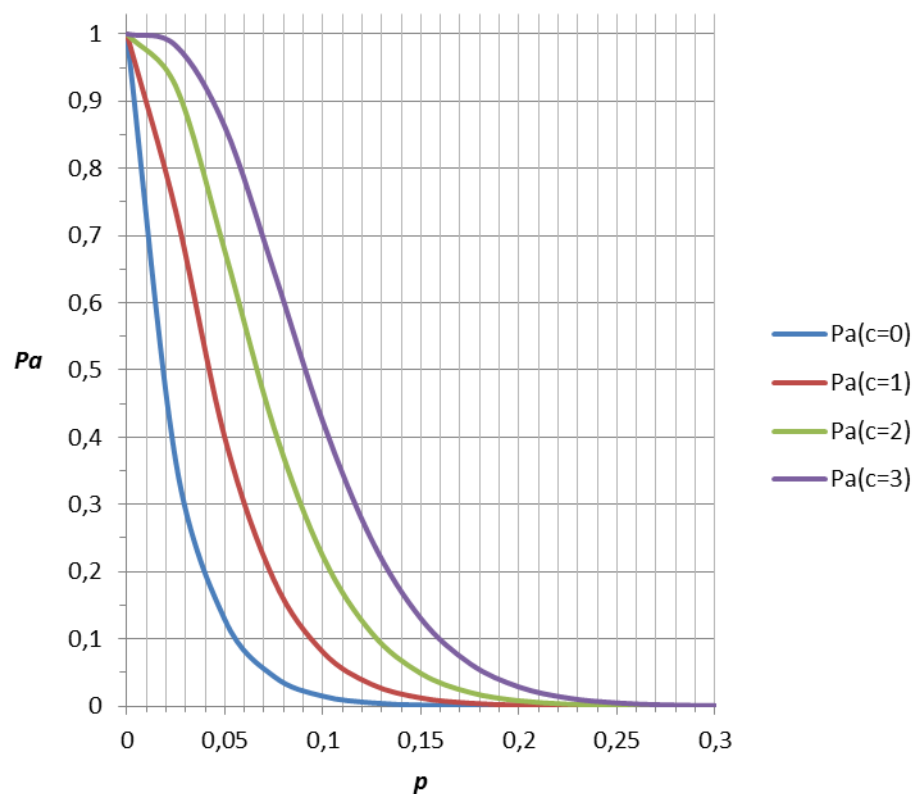
A minősítéses ellenőrzés során általában a selejtes (félkész) termékek arányának kell egy határérték alatt maradnia. A minősítés történhet akár mérés alapján, ha a mért érték az előírt határok közé esik, akkor elfogadjuk a vizsgált elemet, különben selejtnek minősítjük. Ettől a dichotóm (selejtes vagy sem a termék) felfogástól eltérő az az eset, amikor a hibák – és nem a hibás darabok – számát számoljuk, ahol ez a hibaszám Poisson-eloszlást követ. Ezzel az utóbbi esettel disszertációmban nem foglalkozom, csak a méréses és a mérésen alapuló minősítéses ellenőrzésekkel. Mintavételes minősítéses vizsgálatban a mintában található selejtes darabok számának eloszlása hipergeometrikus, amennyiben a mintavételezésünk visszatevés nélküli, visszatevéses mintavételezés esetén pedig binomiális eloszlást követ. Ha teljes sokaság kellően nagy a mintához képest – legalább tízszerese annak (Kemény, et al., 1999) - akkor binomiális eloszlással közelíthetjük a hipergeometrikust a vett mintaelemek visszatevése nélkül is. A mintavételes vizsgálatra alapozott döntés első- és másodfajú hibájának (Neyman & Pearson, 1933) számításához használhatjuk az alábbi két képletet. Jelölje N a teljes sokaságot, n a minta elemszámát, p_0 és p a selejtes darabok arányát az alapsokaságban és a mintában. Ha egy c határértéket adunk meg a mintában még elfogadható selejtszámra, akkor a $H_0: p=p_0$ hipotézis fennállásának esetén a tétel elfogadásának valószínűsége:

$$P_a(p = p_0) = \sum_{i=0}^c \binom{n}{i} p_0^i (1-p_0)^{n-i} = 1 - \alpha \quad (1.1)$$

A $H_1: p=p_1$ alternatív hipotézis fennállásának esetén:

$$P_a(p = p_1) = \sum_{i=0}^c \binom{n}{i} p_1^i (1-p_1)^{n-i} = \beta \quad (1.2)$$

A fenti két egyenletből határozható meg, hogy rögzített α és β esetén mekkora mintaelemszámmal (n) és mintán belüli selejtre vonatkozó határértékkel (c) kell dolgozni. Az egyenletrendszert analitikusan nem, csak numerikusan tudjuk megoldani, mivel az összefüggések nem lineárisak, ezért általában táblázatokból, nomogramokról, illetve működési jelleggörbéről (operating characteristic OC curve) (1. ábra) olvassák le a mintavételezési tervhez az adatokat. Ilyen táblák és működési jelleggörbék találhatóak az ISO 2859-es szabvány egyes részeiben – a magyar megfelelője az MSZ (KGST) 548 szabványt váltotta le –, az első rész (ISO 2859-1:1999) a tételről tételre történő vizsgálathoz ad segítséget az AQL értékek egy preferált sorozatára. Az egyedi tételek mintavételes vizsgálatára vonatkozik a második rész (ISO 2859:1985). Az összesen öt részből álló sorozat egyes részei közötti eligazodást az ISO 2859-10:2006 segíti.



1. ábra: Működési jelleggörbék.
Az elfogadás valószínűsége (P_a) a tételben lévő selejtarány (p) és az elfogadás határértéke (c) függvényében, ha mintaelemszám $n=40$.

A p_0 értéket szokás adott $P_a=(1-\alpha)$ elfogadási valószínűség melletti elfogadható selejtaránynak (acceptable quality level – AQL) is nevezni. A p_1 selejtarányt pedig gyakran LTPD (lot tolerance percent defective, vagy LQ – limiting quality) jelöli az angol szakirodalomban és a hozzá tartozó elfogadási valószínűség β . Ha termelő és

vevő kapcsolatát nézzük az AQL helyett a PQL (producer's quality level) termelő minőségi szintje és LTPD helyett a CQL (customer's quality level) vevő minőségi szintje is megjelenhet. Ebben az esetben alfát a termelő, bétát a vevő kockázatának nevezik. (Schilling & Neubauer, 2009). Ez a kockázat elnevezés nem egyezik meg az általam használt kockázat definíciójával, hisz valójában csak valószínűségekről van itt szó tekintet nélkül a következményekre.

Ha nem átvételi tételből, hanem folyamatból mintavételezünk, akkor e mintavételes folyamatszabályozás hatásosságának mérésére az ARL átlagos várható sorozathossz (average run length) $ARL=1/(1-P_a)$ mutatót használhatjuk.

Akár a szabványokban megtalálható táblázatokat akár az OC görbéket vagy a binomiális egyenletrendszer nézzük az általában használt $\alpha=0,05$ és $\beta=0,1$ döntési hibaszintekhez tartozó n mintaelemszám és c elfogadási határérték közül legalább az egyik nem lesz egész szám. A kerekítés viszont módosítja a hibaszinteket. Ráadásul a szabványok a fenti változók (pl. α és β) csak néhány preferált értékét listázzák.

Ugyanígy tudja módosítani az előzetesen rögzített hibaszinteket a mérési bizonytalanság miatti hibás döntés egy-egy elem minősítésekor. Szigorú tételátvételi követelményeknél egy-egy ilyen tévedés sokat módosíthat a tényleges α és β értékeken. Ha ki tudjuk küszöbölni ezeket a döntési hibákat, valamint azok következményeit is figyelembe vesszük, a minimális összes kockázat elérése lehet a cél. Ehhez viszont nem elegendők a szabványokban rögzített értékek, a döntési kimenetek következményei (nyereségei/veszteségei) alapján kell meghatároznunk az optimális AQL és LQ értékeket. Hasonló eredményre jutott Nikolaidis és Nenes (2008) is, akik az vizsgálati, visszautasítási és a másodfajú hibából adódó költségeket figyelembe véve javasoltak választást az ISO 2859 szigorított és csökkentett vizsgálati táblázatai között, valamint ajánlottak a szabványban nem szereplő mintavételi terveket, akár 100%-os ellenőrzést vagy ellenőrzés nélküli átvételt, hogy növeljék a minőséggel és minőségbiztosítással kapcsolatos gazdasági hasznokat.

1.2.1.2. Méréses átvételi megfelelés-ellenőrzés

Méréses, mintavételes vizsgálatban a mintaelemek adott jellemzőjének megmérése után a mérési eredményekből statisztikákat (várható értéket, szórást) készítenek és ezeket összevetik a termékspecifikációkra és döntési hibaszintekre vonatkozó előírások figyelembevételével meghatározott elfogadási határokkal.

Ha ismert a sokaság varianciája σ^2 akkor z -eloszlást (standard normál eloszlást, szokás u -eloszlásnak is nevezni) használunk, ha nem ismert a σ^2 és a mintabeli szórásnégyzettel vagy terjedelemmel becsüljük, akkor t -eloszlást használunk. Lehet egyoldali (alsó vagy felső) vagy kétoldali (alsó és felső) tűréshatár a vizsgált jellemzőre. Így a döntési hibáink az ezekhez a statisztikai próbákhoz kapcsolódó első- és másodfajú hibák lesznek. A döntési hibák és szignifikancia szintek értelmezése és interpretálása kutatásonként változhat és gyakran helytelen (Lew, 2012). Ezért itt szeretném rögzíteni, hogy a továbbiakban a dolgozatomban ha szignifikancia szintről esik szó, akkor ott az egyedi vizsgálatokhoz tartozó lokális szemléletű fisheri megközelítés és szignifikancia definíció (Fisher, 1925), (Raiffa, 1970) helyett az ipari körülmények között relevánsabb, az első- és másodfajú hibák hosszú távú relatív gyakoriságára (azaz valószínűségére) koncentráló Neyman–Pearson szerzőpárostól eredeztethető (Neyman & Pearson, 1933) megközelítést követem.

A mérésen alapuló vizsgálataink vonatkozhatnak a selejtarányra vagy a minta alapján meghatározott eloszlási paraméterek és az azokra vonatkozó előírások közötti eltérésre. A minősítéses vizsgálatnál használt OC görbékhez (1. ábra) hasonló alkalmazható a minta-elemszám meghatározásához, rögzített elfogadási (μ_0) és visszautasítási szint (μ_1), valamint α és β értékek mellett.

A minőségi jellemző normális eloszlását feltételezve számítható is a mintaelemszám és az elfogadási határok értéke. Egyoldali (alsó) tűréshatár esetén a vizsgált érték mintaátlagára vonatkozó kritikus érték \bar{y}_{krit} és a mintaelemszám n a következő képletekkel számítható:

$$\bar{y}_{krit} = \frac{\mu_1 z_{1-\alpha} - \mu_0 z_\beta}{z_{1-\alpha} - z_\beta} \quad (1.3)$$

$$n = \left(\frac{z_{1-\alpha} - z_\beta}{\mu_0 - \mu_1} \right)^2 \sigma^2 \quad (1.4)$$

Kétoldali tűréshatár esetén az alábbi képletekkel lehet a mintaelemszámot (n^L és n^U közül a nagyobb) és a minta átlagára (\bar{y}) vonatkozó alsó és felső kritikus értékeket meghatározni. Ha a μ_0 célérték a μ_1^L alsó és μ_1^U felső határérték között közepesen helyezkedik el akkor a két mintaelemszám azonos lesz.

$$n^L = \left(\frac{z_{1-\alpha/2} - z_{\beta/2}^L}{\mu_0 - \mu_1^L} \right)^2 \sigma^2 \quad (1.5)$$

$$n^U = \left(\frac{z_{1-\alpha/2} - z_{\beta/2}^U}{\mu_1^U - \mu_0} \right)^2 \sigma^2 \quad (1.6)$$

$$\bar{y}_{krit}^L = \mu_0 - z_{1-\alpha/2} \frac{\mu_0 - \mu_1^L}{z_{1-\alpha/2} - z_{\beta/2}^L} \quad (1.7)$$

$$\bar{y}_{krit}^U = \mu_0 + z_{1-\alpha/2} \frac{\mu_1^U - \mu_0}{z_{1-\alpha/2} - z_{\beta/2}^U} \quad (1.8)$$

A mérésen alapuló átvételi minőségellenőrzéshez kapcsolódó mintavételezést szabályozó nemzetközi szabványokat az ISO 3951-es sorozat foglalja magába, amely az ISO 2859-es sorozat kiegészítésének tekinthető. Az ISO 3951-1:2013 (és ISO 3951-2:2013) vonatkozik a tételről tételre történő egy mintavételes, méréses ellenőrzésre.

1.2.2. Statisztikai folyamatszabályozás

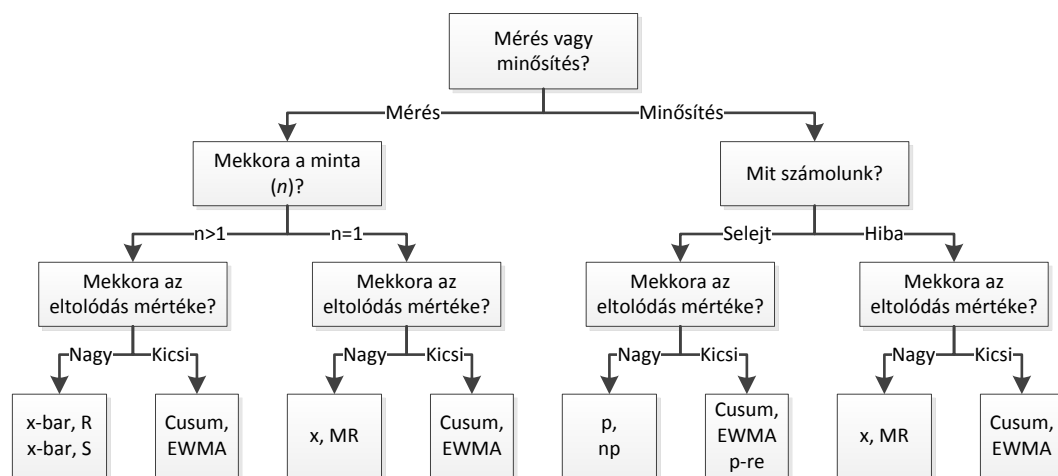
Ha nem egy másik féltől vesszük át az alapanyagot vagy (félkész) terméket, hanem mi állítjuk elő, akkor a gyártás folyamatára is hatással lehetünk. Ekkor nem csak az elutasításról vagy elfogadásról dönthetünk, hanem lehetőségünk adódhat a megfelelőségi eltéréseket korrigálni még azelőtt, hogy selejtünk keletkezne.

Gyártási folyamatok során minden igyekezet ellenére az elkészült termékek nem tökéletesen egyformák, az egyes tulajdonságaikban ingadozások, véletlenszerű hibák mutatkoznak. Ezt az ingadozást a gyártási folyamat és a környezet paramétereinek apró változásai eredményezik, e hatások csak csökkenthetőek, teljesen nem kiküszöbölhetőek. Ha csak ilyen, véletlenszerű, időben állandó és konkrét okokra nehezen visszavezethető ingadozás jellemzi a folyamatot, akkor azt stabilnak nevezhetjük. Az ilyen, csak véletlen hibával terhelt, folyamatok jövőbeni kimenete is nagy valószínűséggel előrejelezhető. Ha azonban nem véletlen hibák – rossz gépbeállítás, jelentősebb nyersanyagváltozás, szisztematikus/egyedi kezelői hiba – is fellépnek, akkor instabillá válik, és a kimenet is megjósolhatatlan lesz. A statisztikai folyamatszabályozás célja annak megállapítása, hogy a folyamatunk stabil és a szokásos működése szerint fut-e, vagy felléptek olyan okok is, melyek megváltoztatták a folyamat jellegét (Kemény, et al., 1999). A statisztikai folyamatszabályozás kezdete a XX. század elejére tehető és

Walter A. Shewhart nevéhez (1931) köthető. Ő alkotta meg az első ellenőrző kártyákat, amelyek a megfelelőség mintavételes ellenőrzésére és számottevő selejt kialakulásának megakadályozására szolgálnak. A kártyáknak két fő csoportját különböztetjük meg, minősítéses és méréses kártyákat. A minősítéses kártyákat diszkrét értékekkel dolgoznak, a hibák (c -kártya) vagy a hibás/selejtes termékek számát (np -kártya) vagy mintabeli arányát (u -kártya, ill. p -kártya) vizsgálják. Általában akkor használják őket, ha a különböző termékjellemzők mérése drága vagy nehéz. A méréses kártyák ezzel szemben, valamilyen mérhető jellemző vizsgálatával, sokkal részletesebb képet adnak a termék megfelelőségéről vagy a folyamat alakulásáról. A továbbiakban csak a méréses kártyák jellemzőivel, alkalmazási feltételeivel foglalkozom.

A szabályozó kártyák segítségével tulajdonképpen egy hipotézisvizsgálatot végzünk, annak megállapítására, hogy tekinthetjük-e a jelenlegi folyamatot vagy terméket azonosnak a korábbival.

A megfigyelt jellemző két statisztikai függvényét szokás vizsgálni a középértékét és a szóródását (első és második momentumát). A középértéket a mintaátlaggal vagy mediánnal, a szóródást a minta terjedelmével, szórásával vagy varianciájával közelítjük.



2. ábra: A kártyaválasztás egy lehetséges szempontrendszere Montgomery (2008) szerint, ha nincs autokorreláció az értékek idősorában

A választás az egyes kártyák között több szempont alapján is történhet, dönthetünk a minta elemszáma és az alapján is, hogy mennyire érzékeny eszközt szeretnénk használni a folyamatjellemző középértékének eltolódására. Habár a gyakorlatban gyakran követik Montgomery (2008) 2. ábrán látható döntési hierarchiáját, amely szerint előbb kellene döntenünk arról, hogy mérünk vagy minősítünk, aztán a mintaelemszámról és csak végül az eltolódás kimutatandó mértékéről, ez sokkal inkább

a vállalat jelenlegi képességeit tükrözi, mint a folyamat és kockázat központú minőség szabályozási felfogást. A fenti ábra előrébb helyezi azt, hogy mit tudunk könnyebben megfigyelni és mennyi időt szeretnénk a minta kiválasztásával és vizsgálatával tölteni, annál, hogy a folyamat milyen helyzeti és ingadozási jellemzőire, illetve ezek mekkora változásaira vagyunk kíváncsiak. Véleményem szerint elsődleges szempontnak kell lenni, hogy a folyamat jellemzői mennyire befolyásolják a vevő által elismert (és megfizetett) minőséget. Olyan módszert kell választanunk, amely azokra a változásokra lesz érzékeny, amire a vevők és így a nyereségünk is, és annyira kell csak érzékenynek lennie ezekre, mint amennyire a vevők érzékeny. Ez az érzékenység a tűréshatárokon, illetve a vizsgált jellemző e tűréshatárokhoz képesti elhelyezkedésétől függő költségekben és bevételekben fog megjelenni. Ezt Juran (Juran & Godfrey, 1999, p. 4.25) úgy fogalmazta meg, hogy probléma orientált gondolkodást kell alkalmazni az eszközorientált helyett.

A méréses kártyákon a közép vonalat (CL) és a beavatkozási/szabályozási határokat szokás jelölni. A közép vonal a mintából számított statisztikai jellemző átlagértéke, azaz például mintaátlagok átlaga, mintaterjedelmek átlaga, stb. Az alsó szabályozási határ (LCL: Lower Control Limit) és a felső szabályozási határ (UCL: Upper Control Limit) zárják közre azt a tartományt, amelyben a stabil folyamat értékei futnak.

Az egyedi érték (x -kártya vagy I -kártya) és mozgó terjedelem (MR-kártya) vizsgálata az egyszeri kiugró értékeket és ugrásokat fogja jobban megmutatni, a folyamat várható értékének eltolódására lassabban reagál a többi kártyánál. A medián kártya ennél érzékenyebb lesz a középérték eltolódására, de mivel a medián varianciája az átlagénak $\pi/2$ -szerese, az átlagkártyánál később fogja jelezni a folyamat várható értékének megváltozását. Az átlagkártya a leginkább akkor használható, ha a középérték eltolódásának kimutatandó mértéke a folyamat szórásának kétszerese vagy afölötti (Pyzdek, 1990). A minta elemszámának (n) növelésével növelhető az érzékenység, hisz az átlag szórása $n^{-1/2}$ -szerese az alapsokaság (mintából becsült) szórásának.

A Shewhart-féle, klasszikus méréses szabályozó kártyákat több kritika is érte: Ezek a kártyák a vizsgált jellemző normális eloszlását feltételezik, de normalitás nem jellemző minden folyamatra. A vizsgált jellemző eloszlásának eltérése a normális eloszlástól nagyobb mintaelemszám esetében nem jelent problémát (Montgomery, 1996), a centrális határeloszlás tétele miatt a mintából számított átlagok eloszlása normálisnak tekinthető (de például a mediáné, terjedelmé, szórásé ekkor sem!), így a klasszikus

kártyák nem érzékenyek erre az eltérésre. Azonban, ha a mintaelemszám ötnél kisebb, ez a robusztusság már nem áll fenn az átlagra, ezért téves riasztásokat, elmaradt beavatkozásokat eredményezhetnek (Schilling & Nelson, 1976), (Wang, 2009), (Kao & Ho, 2007).

A konvergenciát, hogy x_i független azonos eloszlású valószínűségi változók átlaga milyen gyorsan tart egy normál eloszlású valószínűségi változóhoz a Berry-Esseen egyenlőtlenségi tétel adja meg:

$$|F_n(x) - \Phi(x)| \leq \frac{C\rho}{\sigma^3\sqrt{n}} \quad (1.9)$$

Ahol a $F_n(x)$ az n elemű átlag standardizált értékének eloszlásfüggvénye; $\Phi(x)$ a standard normál eloszlásfüggvény; ρ/σ^3 az eredeti változók véges, standardizált harmadik centrális momentuma (ferdeség) és C egy konstans együttható. A C értéke 0,40973 és 0,4748 között van (Esseen, 1956), (Shevtsova, 2011). Ez az $n^{-1/2}$ konvergencia a gyakorlatban szokásos 5-10 darabos mintavételnél sem nyújt elegendő közelséget a normális eloszláshoz. Ez különösen a várható értéktől távolodva, az eloszlásfüggvény farkain jelenthet gondot, hisz itt jelennek meg a beavatkozási határ közelében lévő vagy azon kilógó esetek, ezek fogják befolyásolni a döntési hibák számát. E döntési hibák száma pedig összemérhető a ppm, ppb szintű minőségi elvárásokkal.

A kártyák érzékenysége tovább növelhető, ha nem csak egy (a jelenlegi) minta elemeit, hanem a korábbiakat is figyelembe vesszük egy-egy pont ábrázolásakor és a döntéskor. Ezt használja ki a mozgóátlag-kártya.

A mozgóátlag-kártya (MA) pontjai és határai:

$MA_i = \frac{1}{w} \sum_{j=i-w+1}^i \bar{x}_j$ a kártya i -edik pontja, amelyet az alábbi határok között kell vizsgálni.

$UCL = \bar{\bar{x}} + \frac{3\sigma}{\sqrt{nw}}$ és $LCL = \bar{\bar{x}} - \frac{3\sigma}{\sqrt{nw}}$, ahol az n a mintaelemszám, w a

figyelembe vett minták száma. Minél nagyobb a w , annál közelebb kerül az eloszlás a normálishoz, valamint annál kisebb középérték-eltolódás mutatható ki.

A korábbi adatok felhasználása azonban a MA kártya lassú reagálását is okozza a hirtelen megjelenő változásokkal szemben. A legfrissebb és a korábbi adatok közötti „egészséges” egyensúly megtalálására szolgál az exponenciális súlyozás és az EWMA kártya.

Az exponenciálisan súlyozott mozgóátlag (EWMA) – kártya pontjai és határai:

$$z_i = \lambda \bar{x}_i + (1 - \lambda) z_{i-1} \text{ az } i\text{-edik pont a kártyán}$$

Határok kezdetben (i kicsi):

$$UCL = \bar{x} + 3\sigma_x \sqrt{\frac{\lambda}{n(2-\lambda)}} \quad \text{és} \quad LCL = \bar{x} - 3\sigma_x \sqrt{\frac{\lambda}{n(2-\lambda)}}$$

Határok a kezdeti szakasz után (i nagy):

$$UCL = \bar{x} + 3\sigma_x \sqrt{\frac{\lambda}{n(2-\lambda)} [1 - (1-\lambda)^{2i}]} \quad \text{és} \quad LCL = \bar{x} - 3\sigma_x \sqrt{\frac{\lambda}{n(2-\lambda)} [1 - (1-\lambda)^{2i}]}$$

Az EWMA kártya arról is információt nyújt, hogy a fellépő változás milyen jellegű, ugrásszerű eltolódás, a középérték folyamatos, lineáris „elsodródása” az eredeti értéktől vagy ciklikus viselkedésről van szó.

A klasszikus szabályozó kártyák – a normalitáson túl – feltételezik a mérési eredmények függetlenségét és időben állandó szórását is. Termelő folyamatban az egymást követő mérési eredmények nem lesznek függetlenek egymástól, így a rákövetkezést is figyelembe véve időszorként is kezelhetjük a mérési eredményeket, és ezt az idősort elemezve hozhatjuk meg a szabályozási döntéseket (Montgomery, 2008). Erről bővebben az 1.3.2 fejezetben írok.

5. táblázat: A mérési kártyák csoportosítása az alkalmazási feltételek és lehetőségek tükrében

		Azonos mintaelemszám és mintavételi időköz	Változó mintaelemszám és/vagy mintavételi időköz
Egyváltozós	Normalitást feltételez	x, s, R, CUSUM, EWMA, MA	CUSUM, x, EWMA, T ² , MA, s
	Nem feltétel a normalitás	x, CUSUM, R, EWMA, MA	x, CUSUM, EWMA, MA
Többváltozós	Normalitást feltételez	T ² , kontrollellipszis (2 változónál), CUSUM, EWMA	T ² , CUSUM, EWMA
	Nem feltétel a normalitás	CUSUM, EWMA	

Forrás: (Hegedűs, et al., 2013), (Hegedűs, et al., 2012), (Chen & Yang, 2002) (Kao & Ho, 2007) (Wang, 2009) (Wang & Iyer, 2006) alapján

A szabályozó kártyák kockázatokat és/vagy a folyamat változékonyságát is figyelembe vevő átalakítására több példa is található az állapotfüggő karbantartás területén. A berendezésekről rendelkezésre álló plusz információ – például a degradáció okozta

trend valamelyik jellemző várható értékében vagy szórásában plusz információt adhat a kártyák tervezéséhez. A karbantartás és megfelelőség-ellenőrzés együttes kezelésére irányuló törekvések általában azt tűzik ki célul, hogy a megfelelőség-értékelést igazítsák az egyes karbantartási stratégiákhoz. Több korábbi kutatásban (Ben-Daya & Rahim, 2000), (Lee & Rahim, 2001), (Cassady, et al., 2000) a Shewhart-féle átlagkártyát módosították úgy, hogy a mintanagyság mintavételi időköz és a beavatkozási határok változtatásával minimalizálják az átlagköltséget. Chen és Yang (2002) mozgó-átlag kártyák használatánál a berendezés öregedésével növelték a mintavételek gyakoriságát, hogy állandó szinten tartsák a berendezés meghibásodásának valószínűségét az egyes intervallumokon belül. A megfelelőség-értékelés segítette az esetleges meghibásodás észlelését a folyamat szabályozatlanná válásának megmutatásával. A karbantartási adatok pedig alapot biztosítottak a mintavételezés és a beavatkozási szabályok optimalizálásához. De még mindig normálisnak és szimmetrikusnak feltételezték az eloszlást, valamint figyelmen kívül hagyták a mérési bizonytalanságot.

Albers és szerzőtársai (2006) szerint ha nem tekinthető normális eloszlásúnak a megfigyelt jellemző értéke, akkor a számításhoz vagy a szimulációhoz nem feltétlenül a legjobban illeszkedő függvényt kell használnunk, mivel az illeszkedés jóságának vizsgálatára használt mutatószámok minden pontot azonos módon tekintenek. A várható érték vagy a módusz környezetében nagyon sok pont van, ezek fogják meghatározni az illeszkedési mutatók jóságát, de az eloszlás szélein jelentkező eltérés számít igazán a megfelelőség szabályozásakor, hisz ez fog a döntési hibákra hatni. Ezért vagy az eloszlás széleit is figyelembe vevő illeszkedésvizsgálatot kell végezni – ezt tette Albers a szerzőtársaival – vagy a döntési következményekre koncentráló célfüggvényt kell alkalmazni. Ez utóbbit követem én a szabályozó kártyák átalakításakor.

1.3. Modellek a termelési és a karbantartási folyamatok leírásához

Ebben a fejezetben összegzem a legfontosabb elméleteket és módszereket, amelyek a termelési és a karbantartási folyamatok modellezésére alkalmasak. Az első terület, amellyel foglalkozom a költségek, minőségköltségek számítása, az egyes költségmodellek jellemzői. Ezek a költségek segítik majd számszerűsíteni a döntési kimenetek következményeit. Ezt követően a termelési folyamat mérhető jellemzőinek folyamatmodelljeit mutatom be.

1.3.1. Minőségköltiségek

Minőségköltiségeknek azok a költségek tekinthetők, „amelyek a kielégítő minőség biztosításával, és az erre vonatkozó bizalom keltésével kapcsolatban lépnek fel, valamint azok a veszteségek, amelyek akkor fordulnak elő, ha a kielégítő minőséget nem érik el” (MSZ EN ISO 8402:1996).

Mielőtt a minőségköltiségek mélyebb tárgyalására térnék, tisztázni kell a minőség és megfelelés fogalmát, a kettő közötti eltérést. A minőség egy tágabb, szubjektívebb értékítélet, míg a megfelelés egy szűkebb objektíven mért vagy megfigyelt, adat vagy jellemző (lehet ez folyamaté, terméké, szolgáltatásé), amelyet előre meghatározott kritériumokkal vetünk össze (Veress, 1999). A vevő értékítéletét közvetlenül általában nem, de közvetve megfeleléségi jellemzőkön keresztül, legalább kategóriák szintjén „mérhetővé” tehetjük. Ebben a megközelítésben objektívnek és megfeleléségi jellemzőnek tartom a szigorúan véve nem mérhető, de idomszeres vizsgálattal minősíthető alak és méret jellemzőket, vagy más, hasonló minősítéseket is. A szakirodalomban azonban ritkán találkozunk „megfeleléségeköltség” fogalommal, többnyire inkább minőségköltiséggel. Ennek ellenére látni fogjuk, hogy a minőségköltiségek nagy többsége a megfeleléshez kapcsolódik. A megfelelésnek van olyan számértéke, amely előállító és vevő számára is azonosan értelmezhető, így ez tervezhető a költségek kalkulálásakor.

Bálint Julianna (2006) szerint a minőség fogalma folyamatosan változott a következők szerint: a 1960-as években a szabványoknak való megfelelést, a 70-es években a használatra való alkalmasságot, a 80-as években a költségeknek és a vevő jelenlegi igényeinek való megfelelést tekintették minőségnek. A következő évtizedben már ide értették a vevők látens igényeinek kielégítését is. Az ezredforduló után a minőség definíciója: megfelelés a szervezeti kultúrának, a társadalmi méretű tanulásnak, társadalmi és környezeti elvárásoknak, valamint a fenntartható fejlődésnek.

Juran és Gryna (1976) minőség alatt a felhasználásra való alkalmasságot érti. A minőség Armand V. Feigenbaum (1991, p. 7) szerint: „A termék és a szolgáltatás mindazon értékesítési, tervezési, gyártási és karbantartási jellemzőinek teljes összetettsége, amely által a termék és a szolgáltatás a használat során kielégíti a vevő elvárásait.” Ide értve a megbízhatóságot, szervizelhetőséget és karbantarthatóságot is.

Feigenbaum (1956) javasolta elsőként a minőségköltiségek fogalmának kibővítését az addig használt selejtszám/selejtarány alapú, a nem-megfelelésre koncentráció fogalomhasználat helyett. Feigenbaum szerint a minőségköltiségek felbonthatóak

működési minőségkölségekre (piackutatás, tervezés, gyártás, ellenőrzés és szállítás) és a termék vevőhöz kerülése utáni életszakaszok minőségkölségeire (pl. szerviz), a felhasználó minőségkölségeire.

A minőségkölségek felbonthatóak szabályozási és hibakölségekre (6. táblázat). A szabályozási kölségek a megelőző és a vizsgálati tevékenységekhez köthetőek, amelyek a hibát eltávolítják a rendszerből. A hiba kialakulását megelőző tevékenységekhez tartozik a minőségtervezés, az új termék bevezetésekor fellépő kölségei (new-product review) – minőségi előírások készítése, felülvizsgálata, tesztek, kísérletek előkészítése, kereskedők értékelése, a vevői igények meghatározása – termékkonstrukció igazolása, oktatás és tréningek. Az értékelési/vizsgálati kölségek pedig azon tevékenységekhez tartoznak, amelyek a hiba megjelenése után a selejtes vagy hibás termék vevőhöz kerülését akadályozzák meg. A hibakölségek lehetnek belsők, ha még az értékesítés előtt fény derül a nem-megfelelőségre, vagy külsők, ha a vevőhöz kijutva jelennek meg. A belső hibakölségek a selejt, az újbóli megmunkálás, az olcsóbb értékesítés vagy a hiba miatti állásidő kölségét foglalhatják magukba. A külső hibakölségek a garanciális feladatokból, visszavásárlásból, termékfelelősségből vagy presztízvesztéséből adódó kölségek (Schroeder, 1981) (Feigenbaum, 1991).

6. táblázat A minőségkölségek kategóriái

A teljes minőségkölség			
Szabályozási kölség		Hibakölség	
Megelőzési kölség	Vizsgálati/értékelési kölség	Belső hibakölség	Külső hibakölség
<ul style="list-style-type: none"> • Minőségtervezés • Új termék felülvizsgálata, termékkonstrukció igazolása • Folyamattervezés és szabályozás • Minőségügyi információs rendszer tervezése és fejlesztése • Minőségügyi adatok elemzése • Tréning, képzés • Fejlesztési projektek 	<ul style="list-style-type: none"> • Beszerzett anyagok vizsgálata • Folyamat vizsgálata • Késztermék vizsgálata, ellenőrzése • Minőségügyi laboratórium működtetése (Laboratóriumi átvételi vizsgálatok, mérésügyi szolgáltatások) 	<ul style="list-style-type: none"> • Selejt • Újbóli megmunkálás • Pótlólagos anyagbeszerzés • Értékesítés csökkentett áron (leminősítés) • Ismételt mérés (újrámunkálás után) • Hiba miatti állás kölsége (gép, ember egyaránt) • A gyártás és műszaki tervezés közötti koordináció kölsége 	<ul style="list-style-type: none"> • Garanciális kölségek • Visszaküldött áru • Termék-visszahívás • Reklamációkezelés • Árendmény • Termékszerviz • Termékfelelősség

Forrás: (Juran, et al., 1974), (Whirlpool, 1978, pp. 5-6), (Feigenbaum, 1991)

A minőségkölségek Crosby (1979) szerint nagyjából az árbevétel 5-15 százalékával egyenlőek azoknál a vállalatoknál, ahol számszerűsítik ezt az értéket. Ez az érték a megfelelő minőség menedzsmenttel 3-5 százalékra szorítható vissza. Harry és Schroeder (2000) szerint a legtöbb gyártással foglalkozó vállalat (4 szigma szint) a 15-25 százalékos sávba esik a minőségkölségek árbevételhez viszonyított mértékét tekintve (7. táblázat). Koczor Zoltán (2008) szerint a minőségi hiányosságok miatti veszteségek az összes költség 18-22%-át teszik ki termelő vállalatoknál, és 33-37%-át a szolgáltatók esetében. Habár a minőségkölségek objektív értékek, akár a befektetett munkáról, akár a vevők elpártolása miatt elszalasztott bevételekről van szó, ezek teljes körű megismerése és számszerűsítése a gyakorlatban nem megoldható, itt is érvényesül a korlátozott racionalitás elve. A minőségkölségek meghatározásához és számításához Stausberg és Kranefeld (2008) könyve ad lépésről-lépésre segítséget, de ez csak egy lehetséges megoldás. A minőségkölségek vezetői számvitelben megjelenő értéke a használt módszerektől, a közvetett költségek felosztásának logikájától – attól, hogy mely költségeket és milyen alapon osztunk meg az egyes termékek vagy tevékenységek között – erősen függ. Többek között ezért is különböznek az egyes, előbb felsorolt tapasztalt vagy becsült relatív költségértékek.

7. táblázat: A minőségkölség (CoQ) alakulása a szigma szint függvényében

Sigma szint	Egymillió hibalehetőségre eső hibák száma (Defects Per Million Opportunities - DPMO)		Minőségkölség (Cost of Quality - CoQ) az árbevétel százalékában (%)
	Egy határ esetén	Két határ esetén	
3	1 350	2700	25-40
4	32	64	15-25
5	0,29	0,57	5-15
6	$9,87 \cdot 10^{-4}$	$1,97 \cdot 10^{-3}$	<1

Forrás: (Harry & Schroeder, 2000)

Az árbevételhez, vagy összes költséghez viszonyított relatív költség számítás helyett az elkerülhető költségek számítása adhat több támpontot a minőségügyi, megfelelőség-szabályozási döntéshez. A hibák megszüntetésével elkerült költségeket hívta Juran és Gryna (1976) aranybányának. A mérési bizonytalanságot is figyelembe vevő optimális módszer kidolgozásakor ezeket az elkerülhető és elkerülhetetlen költségeket fogom figyelembe venni az aranybánya kiaknázásához. A hibaköltségek leginkább akkor kerülhetőek el, ha a vizsgált jellemző idősorában belső összefüggést is fel tudunk

ismerni és előre tudjuk jelezni a nem-megfelelővé válást. Az előrejelzéshez használható sztochasztikus folyamatmodelleket a következő alfejezetben mutatom be.

1.3.2. Folyamatmodellek

A termelési folyamatok kibernetikai megközelítéssel is leírhatóak, melynek lényege, hogy egy adekvát modell vagy modellek segítségével reprezentáljuk a valóságot, és ezek alapján avatkozunk be a valós gyártási folyamatba. Azaz modell-bázisú irányítási stratégiát alkalmazunk. Ezek a matematikai modellek tervezésre és az üzemeltetés segítésére használhatók, így rendre megkülönböztethetünk a priori és a posteriori modelleket. Szimulációra, statisztikák becslésére, tervezési és üzemeltetési optimalizálásra egyaránt felhasználhatjuk őket. Valamennyi modelltől megkívánjuk, hogy pontosak, kiterjedt érvényűek és egyszerűek legyenek, bár a gyakorlatban ezek sokszor ellentmondó igények.

1.3.2.1. A folyamatmodellek típusai

A folyamatmodelleket több szempont szerint csoportosítják. Modellezési filozófia szerint megkülönböztetünk a priori (fehér-doboz) és a posteriori (fekete-doboz) modellt. Az előbbi modell-osztály a tervezéshez, míg az utóbbi az üzemeltetéshez alkalmazható inkább. Az a posteriori (fekete-doboz) modellek az objektumról funkcionális leírást adnak anélkül, hogy az objektum belső működését fel kellene tárni. Bemenete(i) és kimenete(i) fizikai tartalommal bírnak, és viszonylag egyszerű összefüggéseket keresve kapcsoljuk össze őket. Így számunkra ez a modellosztály lesz megfelelő.

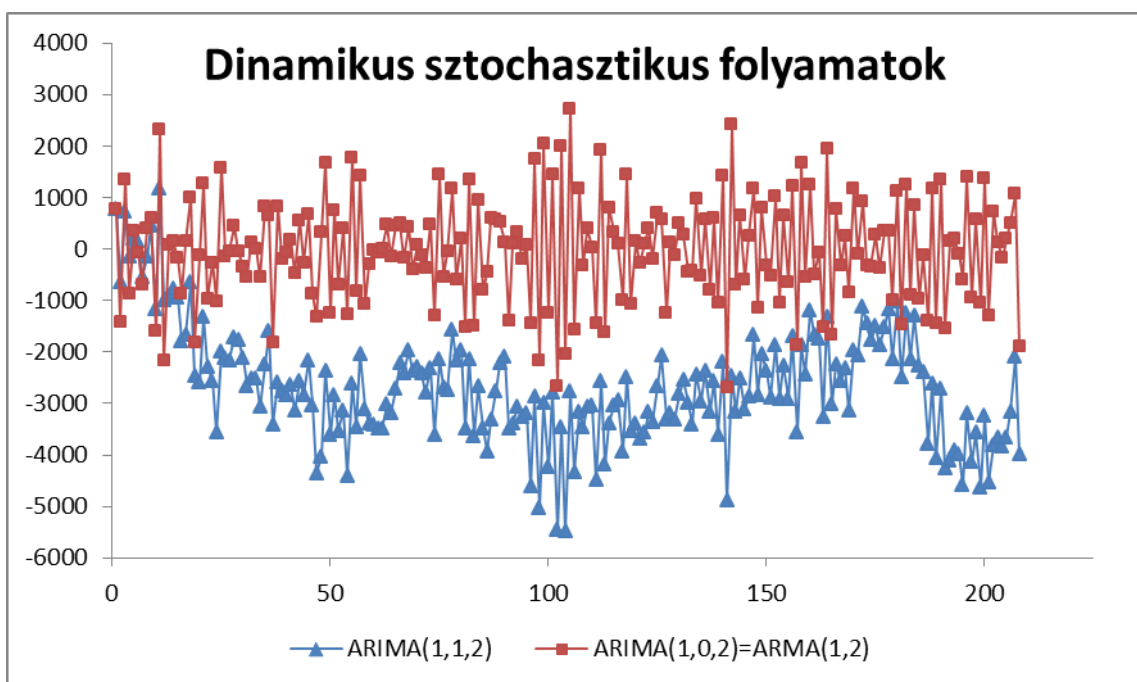
Időbeli összefüggés szerint időben diszkrét és folytonos modellek állnak rendelkezésünkre. Vizsgálatom során a diszkrét folyamatmodell választása volt az indokolt, mivel diszkrét adatok – adott időközönként elvégzett vizsgálatokból származó mérési eredmények – állnak rendelkezésünkre.

Időbeli viselkedés szerint egy folyamat lehet:

- Statikus
- Dinamikus
 - stacioner
 - ergodikus
 - nem ergodikus
 - kvázistacioner
 - instacioner

A tranziens, instacioner szakaszok kezelése egy bonyolult műszaki, folyamatmérnöki, technológiai probléma, e szakaszokat a folyamat elején és végén a lehető legrövidebbre

kell csökkenteni, a folyamat közben pedig eliminálni. A megfelelőség szabályozása általában a stacioner szakaszra vonatkozik – ahol a feladat ebben a stacioner, stabil, állapotban tartani a folyamatot –, ezzel fogok dolgozni a továbbiakban egy kis kitekintéssel az állapotfüggő karbantartás esetén is megjelenő degradáció miatti kvázistacioner folyamatokra. Kvázistacionernek azokat a folyamatokat nevezem, amelyek nem stacionerek, de stacionerré alakíthatóak, például az $ARIMA(p,d,q)$ folyamatok esetén d -szer elvégzett differenciálással (Ketskeméty, et al., 2011) stacioner $ARMA(p,d)$ folyamatot kapunk (példaként lásd a 3. ábra folyamatait).



3. ábra: Egy példa a kvázistacioner ARIMA és a belőle képzett stacioner ARMA folyamatra

Ergodikusnak akkor nevezünk egy folyamatot, ha egyetlen realizáció megfigyelésével a momentumainak időátlaga tart a teljes idősor (populáció) megfelelő paramétereihöz, ha a megfigyelt realizáció hossza tart a végtelenbe (Yaffee & McGee, 2000), (Kirchgässner, et al., 2013). Az ergodikusság nem feltétele az általam későbbiekben használt ARIMA folyamatmodellek alkalmazásának.

A változók és összefüggések típusa szerint két nagy modellcsoportot emelhetünk ki. A determinisztikus modelleket akkor használunk, ha a folyamat kimenetele ismert, és minden – azonos feltételek mellett megvalósított – megismétlés esetében megegyeznek. Ilyen esetek csak speciális körülmények között fordulnak elő, a gyakorlatban nagyon ritkán találkozunk velük. Annál gyakoribbak, és az élet számos területén alkalmazhatók

a sztochasztikus modellek. Akkor alkalmazzuk a sztochasztikus leírást, ha előre pontosan nem látható véletlen eseményeket is számításba akarunk venni. Egy ilyen folyamatot tekinthetünk egy determinisztikus függvény és egy sztochasztikus folyamat összegeként is. Az utóbbit folyamatzajnak is nevezik. (Szeifert, et al., 2000)

A modellezni kívánt folyamat jellemzői alapján kell választanunk, hogy determinisztikus vagy sztochasztikus modellt használhatunk. Esetünkben sztochasztikus folyamatmodellt célszerű alkalmazni, mivel a mintavételeket úgy tekinthetjük, mint egy sztochasztikus folyamat reprezentációit. Éppen ezt a sztochasztikusságot akarjuk vizsgálni, leírni és beépíteni a döntési folyamatainkba, hogy csökkentsük a döntési kockázatokat.

A sztochasztikus folyamat egyszerű matematikai képlettel formalizálva:

$$x: T \times \Omega \rightarrow \mathbf{R}^p \quad (1.10)$$

ahol $\mathbf{x}(\cdot, \cdot)$ véletlen változók egy családja, T halmaz az időpontok halmaza, az Ω pedig egy nem üres halmaz, az eseménytér. A sztochasztikus folyamatot *folytonos idejűnek* nevezzük, ha $T \subseteq \mathbf{R}$, vagyis bármilyen valós számértéket felvehet az x első paramétere, és *diszkrét idejű*, ha $T \subseteq \mathcal{N}$, azaz csupán (nemnegatív) egész értékeket vehet fel. (Hangos, et al., 1995)

Később látni fogjuk, hogy a modellel való reprezentáció során kihasználjuk, hogy a mérési adatok nem függetlenek egymástól, mivel egy folyamaton belül keletkeztek, azaz ugyanolyan karakterisztikával jellemzik az adott gyártási folyamatot. Ezért felírhatók olyan idősorként, melynek emlékeznek múltbeli viselkedésükre, és e tulajdonság segítségével megbecsülhetjük az idősor jövőbeli lefutását.

1.3.2.2. A véletlen reprezentációja: a zaj

A sztochasztikus folyamatok fontos eleme a zaj, amely a mérések elkerülhetetlen kísérője. Ez azt jelenti, hogy a fizikai értelemmel bíró jelek nem állandóak, hanem az átlagértékük körül ingadoznak. A mérések pontossága véges, ami korlátozza a zajok észlelhetőségét, és önmaga is egy zajforrás. Ezek alapján definiálhatjuk a *mérési zajt*: egy mennyiség mért és a valós (pontos) értékének eltérése, amelynek ingadozása a mérési hibának megfelelő szórással és várható értékkel bír. (Szépfalusy, 1982)

Ha az x_k diszkrét paraméterű sztochasztikus folyamat független, és azonos eloszlású valószínűségi változók sorozata (rendezett halmaza), akkor *fehér zaj folyamatnak*, röviden fehér zajnak nevezik, ami más, összetettebb folyamatok felépítésének fontos

alkotóeleme. A véletlen hatásokról gyakran feltételezzük, hogy fehér zaj folyamat. (Éltető, et al., 1982)

Az $e(t)$, $t \in \mathcal{N}$ diszkrét fehér zaj standard normális eloszlású valószínűségi változók sorozata, azaz várható értéke 0, varianciája 1, valamint értékei autokorrelálatlanok. Ez szuperponálódik a vizsgált folyamatra, segítségével könnyen, mégis reprezentatív módon tudjuk leírni a sztochasztikus folyamatokban a véletlen változásokat. Ezek a véletlen változások jellegükben azonosak a statisztikai folyamatszabályozásban a stabil, szabályozott folyamat véletlen ingadozásával.

1.3.2.3. A modellezés előfeltételei

A modellalkotásban azokat a sztochasztikus folyamatokat részesítjük előnyben, amelyek teljesen vagy legalábbis gyakorlati szempontból kielégítő mértékben jellemezhetők momentumaikon keresztül. Legfontosabb momentumok:

- sztochasztikus folyamat várható-érték függvénye $t \in T$ esetén: $E(X_t) = m(t)$
- szórásnégyzet függvénye: $D^2(X_t) = \sigma^2(t)$
- autokovariancia-függvénye:

$$Cov(t_1, t_2) = Cov(X_{t_1}, X_{t_2}) = E\left\{ \left[X_{t_1} - m(t_1) \right] \left[X_{t_2} - m(t_2) \right] \right\}$$

- autokorreláció-függvény: $R_{xx}(t_1, t_2) = \frac{Cov(t_1, t_2)}{\sigma(t_1)\sigma(t_2)}$
- parciális autokorreláció-függvény:

$$\rho(1) = R_{xx}(t_1, t_2), \rho(2) = \frac{R_{xx}(t_1, t_2) - R_{xx}(t_1, t_2)^2}{1 - R_{xx}(t_1, t_2)^2}$$

A *stacionaritás* a sztochasztikus modellezés során nagyon fontos szerepet tölt be, hiszen a modellkészítés során egy elméleti idősort (Y_t) kívánunk becsülni egy tapasztalati idősor (y_t) segítségével. Az eredeti sztochasztikus idősor jellemzői csak akkor becsülhetők, ha az elméleti idősor jellemzői (várható érték, szórásnégyzet, autokorrelációs együttható) függetlenek t -től, azaz időben állandóak. Más szóval: az időtengely kezdőpontjának (az origónak) egy h értékkel való eltolása nem befolyásolja a szóban forgó együttes valószínűség-eloszlásokat. A stacionárius vagy időinvariáns sztochasztikus folyamat minden t értékre ugyanolyan valószínűség-eloszlású, következésképpen a várhatóérték- és szórásnégyzet-függvénye (ha létezik) t -től független konstansok, azaz $m(t) = m$ és $\sigma^2(t) = \sigma^2$.

Első pillantásra talán úgy tűnik, hogy a gyakorlatban ritkák az olyan sztochasztikus folyamatok, amelyek minden adott t időpontban ugyanazt a valószínűség-eloszlást realizálják. A legtöbb termelési folyamat azonban idővel (t elég nagy) egyensúlyi állapotba kerül, és független a folyamat kezdetben felvett értékeitől. Sztochasztikus modellezésnél feltesszük, hogy a folyamatok stacioner folyamatok, vagy stacionerré alakíthatók.

1.3.2.4. Stacionárius dinamikus rendszermodell-típusok

Sztochasztikus folyamatok esetén a megoldás nem függvény, vagy függvénysereg, hanem ezek végtelen sokaságának eloszlása, ezért a sztochasztikus folyamatok leírásához – igen egyszerű esetektől eltekintve – általában meg kell elégedni a lineáris közelítésekkel.

A kibernetika eszköztára több modellt is kínál a valóság leírására. A differencia-egyenlet modellek az autoregresszív- (AR) és mozgóátlag-folyamat (MA), melyek a stacionárius idősorok leírására szolgáló legegyszerűbb modellek. Ezek kombinációból írható fel az autoregresszív-mozgóátlag-folyamat (ARMA) és a Box-Jenkins-folyamat (BJ). Létezik az egyes modellek külső zavaró jellel gerjesztett specifikációja is (ARX, ARMAX). Ezekben az esetekben a gerjesztést a determinisztikus bemenet szolgáltatja.

A fő különbség abból származik, hogy ezek milyen mértékben veszik figyelembe a folyamat mért értékeit, illetve hogy hogyan írják le a folyamatra rakódó zajt. Az AR, MA és ARMA modellek esetében nincs külső gerjesztés, így csupán a folyamat mért kimeneteivel számolunk.

A gerjesztett modellek valamint a BJ-modell már beépíti a környezetből érkező külső zavarásokat is. Dolgozatomban csak azt az esetet vizsgálom, amikor nincs lehetőség a bemeneti változók megfigyelésére, csak a kimeneti értékek állnak rendelkezésre, ezért a Box-Jenkins-modell további tárgyalásától eltekintek.

1.3.2.5. A modell illesztése a valósághoz

A modellezés sikerének szükséges feltétele, hogy a valós, mért folyamatot megfelelően identifikáljuk. Ezért először meg kell állapítani, hogy a vizsgálni kívánt idősorunk stacionárius-e, illetve, ha nem, akkor létezik-e olyan transzformáció, mellyel azzá tehető. Az azonosítás a gyakorlatban három fő részből áll (Várlaki, 1986):

1. struktúra-identifikálás: annak meghatározása, hogy a rendszer milyen modellosztályhoz hasonlít. Ez azért fontos, mert a valóságot legjobban tükröző eredményhez csak a legjobban illeszkedő modell segítségével juthatunk. Sztochasztikus bemenő folyamatok esetében azok struktúráját is meg kell határozni (autoregresszív és mozgó-átlag operátorok rendjének megállapítása). A modellazonosításhoz az autokorrelációs (ACF) és a parciális autokorrelációs (PACF) függvényeket használjuk. A $MA(q)$ esetén az ACF a q -edik tag után eltűnik a PACF lecseng, az $AR(p)$ esetében pedig az ACF lecseng és a PACF értékei tűnnek el a p -edik tag után.
2. paraméterbecslés: a rendszer viselkedését leíró differencia-egyenletek együtthatóinak (paramétereinek) numerikus meghatározása. Ezzel specifikáljuk a kiválasztott, általános modellt, vagyis illesztjük a modellezni kívánt folyamatra.
3. modell-validálás: a végrehajtott identifikálás után a modell jóságát megvizsgáljuk. Itt ellenőrizzük azt, hogy az előző pontokban meghatározott rendszerjellemzők kielégítik-e a rendszer várható működését.

A validálás során tehát azt állapítjuk meg, hogy az általunk illesztett modell alkalmas-e elemzésre, előrejelzésre, vagy másik modellt kell választanunk. Ekkor a teljes identifikációs algoritmust meg kell ismételni. (Rédey & Szentmiklósi, 2000)

Az identifikáció és a validálás magába foglalja az ember tapasztalatát, tudását, intuícióját, mint puha tényezőt. Emiatt több a modellezés, mint egyszerű rutinfeladat (Gisbert, 2008).

Sikeres illesztés esetén kiszámíthatjuk az előrejelzéseket és azok szórásait a megadott időegységekre, valamint azok az igényelt szinthez tartozó megbízhatósági intervallumait. Ezzel gyakorlatilag a modellezési munka befejeződik és következhet a predikció, a struktúrából és az előrejelzésből levonható következtetések értelmezése.

1.3.2.6. Az előrejelzés

A gyakorlatban sokszor előfordulnak olyan feladatok, amelyek csak a sztochasztikus folyamatokkal oldhatók meg. Ilyen például a véletlen folyamatok predikciója. Ekkor a folyamatról csupán egy t időpontig (általában a jelenig) rendelkezünk információval. A $t+l$ -dik, $l \geq 1$ időpontbeli értékét kell megbecsülnünk a lehető legjobb közelítéssel, a folyamat t időpontot megelőző, ismert értékei alapján.

A statisztikai folyamatszabályozás (SPC) segítségével is követhetjük a folyamatunk lefutását a jelenig. De a korlátozott előrejelzési lehetőségei miatt a folyamatot állandóan szemmel kell tartani, eltérés esetén azonnal be kell avatkozni, olyan költségeink születnek, melyeket előrejelzés segítségével kiküszöbölhettünk volna.

Előrejelzéssel adott megbízhatósági szint mellett megjósolható, hogy – a múltbeli adatok figyelembevételével – mikor kell majd beavatkoznunk a folyamatunkba annak további megfelelő működése érdekében. Annak eldöntése, hogy a múltbeli értékek milyen súllyal essenek latba számításoknál, és ezáltal mekkora hatást gyakoroljanak az előrejelzésre, függ a választott modelltípustól, illetve a tervező igényeitől.

Sztochasztikus folyamatmodellek tehát nem csak ábrázolják a megfigyelt folyamat- vagy termékjellemző ingadozást és néhány minta megjelenését figyelik a szabályozatlanság felfedéséhez, mint a szabályozó kártyák, hanem belső összefüggést keresnek a jellemző idősorában. A belső összefüggések felfedésével és definiálásával tudunk előrejelezni.

Viszont e modellek alkalmazása a megfelelőség-szabályozásban sem lép túl a megbízhatóság-központú megközelítésen, nem veszi figyelembe a döntési következményeket. Ha a következmények figyelembevétele beépíthető ezekbe a szabályokba, akkor kockázat alapon dönthetünk a beavatkozásról vagy a be nem avatkozásról.

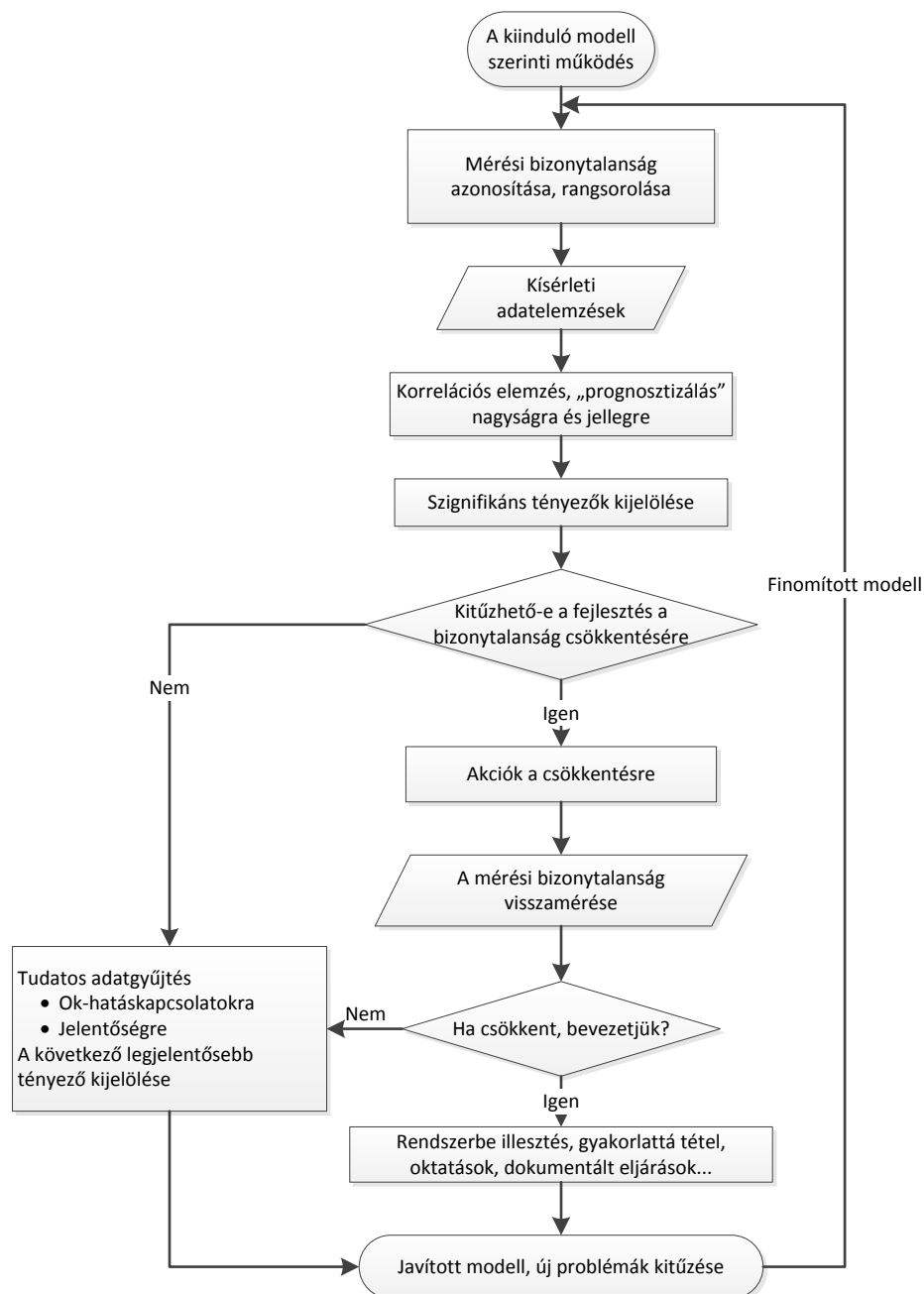
1.4. Mérési bizonytalanság

A vizsgálatokkal és kalibrálással foglalkozó vevői, független és saját laboratóriumokra vonatkozó ISO 17025 nemzetközi szabvány, illetve annak magyar megfelelője (Magyar Szabványügyi Testület, 2005) előírja, hogy a mérések bizonytalanságát meg kell határozni és nyilván kell tartani. A mérési bizonytalanság meghatározásának elsődleges célja e bizonytalanság csökkentése kell, hogy legyen. A bizonytalanság csökkentésével csökkenthető a legjobban a hozzá tartozó kockázat (Kosztján, et al., 2010), a bizonytalanság csökkentésének általános folyamatát a 4. ábra szemlélteti.

Ha (adott időtávon) nem tudjuk csökkenteni a mérési bizonytalanságot, akkor célszerű beépíteni ennek a bizonytalanságnak és a belőle származó kockázatoknak a figyelembe vételét a döntéseinkbe.

Ronald Dieck (1997) szerint az első modern mérési bizonytalanság modell az ICRPG kézikönyvben (ICRPG Handbook for Estimating the Uncertainty in Measurements Made with Liquid Propellant Rocket Engine Systems) jelent meg 1969-ben. Ezt egészítette ki az ASME által javasolt (ANSI/ASME PTC 19.1-1985: Instruments and Apparatus Part I. Measurement Uncertainty) nemzeti szabvány. Mindkét szabványban a bizonytalanságot szisztematikus és véletlen összetevőkre bontották, de mivel statisztikai módszereket ötvöztek nem statisztikai módszerekkel a konfidencia intervallum helyett csak egy átfedési intervallumot kaptak. A következő nagy lépés a mérési bizonytalanság meghatározásának egységesítésében az ISO által kiadott nemzetközi ajánlás, a Guide to the Expression of Uncertainty of Measurement (röviden GUM) (BIPM, et al., 1993). Ebben a bizonytalanságot nem a forrása, hanem a meghatározás módja szerint csoportosították (A és B típusú kiértékelés), és mindkét típusnál konfidencia intervallumot kaphatunk végeredményül. Ez a megközelítés pedig már átalakítható kockázatok számítására is.

A GUM koncepcióját az ASME is átvette a szabványának frissítésében (ANSI/ASME PTC 19.1-2005).



4. ábra: A mérési bizonytalanság csökkentésének folyamata
(Koczor, et al., 2005)

1.4.1. A mérési bizonytalanság definíciója

A mérési bizonytalanság az 1993-ban létrehozott és az ISO által kiadott ajánlás, a GUM (BIPM, et al., 1993) alapján: „A mérési eredményhez társított paraméter, amely a mérendő mennyiségnek megalapozottan tulajdonítható értékek szóródását jellemzi.” A paraméter lehet például a szórás (vagy annak adott többszöröse) vagy egy meghatározott megbízhatóságú tartomány félszélessége. Más definíciót nézve: „a

mérési eredményben fellépő lehetséges hiba mértéke, ahogy azt a mérési eredmény nyújtja” (Lazur, 2002).

A mérési bizonytalanságot a GUM szerint háromféleképpen fejezhetjük ki (Kirkup & Frenkel, 2006): A mérés *standard bizonytalansága* – a mérés eredményének bizonytalansága szórásként kifejezve – többféleképpen meghatározható, egyrészt egymástól független mérési eredmények sorozatának statisztikai elemzésével (A típusú kiértékelés), másrészt a statisztikai módszerektől eltérő, más módszerek segítségével (B típusú kiértékelés). Egy másik bizonytalanság fogalom az *eredő (standard) bizonytalanság*, $u_c(y)$: a mérés eredményének standard bizonytalansága abban az esetben, ha a mérési eredmény egy vagy több más mennyiség értékéből van előállítva. Az eredő bizonytalanság olyan tagok összegének pozitív négyzetgyökével egyenlő, amelyek ezeknek a más mennyiségeknek a becsült varianciái és kovarianciái annak megfelelően, hogy hogyan változik a mérés eredménye a más mennyiségek változásainak hatására.

A *kiterjesztett bizonytalanság* a mérési eredmény körüli azt a tartományt meghatározó mennyiség, amelytől elvárható, hogy a mérendő mennyiségnek indokoltan tulajdonítható értékek eloszlásának nagy hányadát magába foglalja. A hányad megbízhatósági valószínűségnek vagy a tartomány megbízhatósági szintjének tekinthető. A kiterjesztett mérési bizonytalansággal meghatározott tartománynak a megbízhatósági szinttel való összekapcsolása azt igényli, hogy a mérési eredmény és annak kiterjesztett bizonytalansága által jellemzett valószínűség-eloszlásra vonatkozó explicit vagy implicit feltevésekkel rendelkezünk. Az ehhez a tartományhoz rendelhető megbízhatósági szint csak olyan mértékben lehet ismert, amilyen mértékben ezek a feltevések indokoltak.

A kiterjesztett bizonytalanság (U) megadja azt az $(y-U)$ -tól $(y+U)$ -ig terjedő intervallumot, amelyen belül az Y értéke várhatóan a legnagyobb valószínűséggel fekszik. Képletszerűen: $Y = y \pm U = y \pm k u_c(y)$, ahol Y a mérendő érték, y a mért érték és U a kiterjesztett mérési bizonytalanság, k pedig a kiterjesztési tényező.

A mérésügyi szabványokba, ajánlásokba (CENELEC, 1997) (IEC CISPR, 1997) (ILAC, 2009) a GUM kiterjesztett bizonytalanságát emelték át és a k értékét általában 2-nek választották. Így megbízhatóság alapon módosították a mérési eredményre vonatkozó elfogadási határokat. Ez a megoldás azonban több szempontból is vitatható, ezt dolgozatomban később részletesen bemutatom.

1.4.2. A mérési bizonytalanság meghatározása

A meghatározáskor, kiértékeléskor használható eszközök szempontjából két csoportba osztható a mérési bizonytalanság:

A-típusú bizonytalanság: A legtöbb esetben alkalmazható ez az eljárás, mely során a standard bizonytalanság adatait statisztikai módszerekkel kezelik. Több mérési sorozatot végeznek, független mintákból becslik a mérési eredmény várható értékét, és a hozzá tartozó szórást, majd a legkisebb négyzetek módszerét alkalmazva egy görbét illesztenek az adatokra, annak érdekében, hogy megbecsülhessék a görbe értékeit és paramétereit, azért, hogy felismerhetővé és leírhatóvá váljanak a véletlenszerű hatások a különböző mérések esetében.

B-típusú bizonytalanság: Nem minden esetben lehet a bizonytalanságot statisztikai úton meghatározni, például, ha a jellemzők egy része nehezen körülhatárolható fuzzy jellemző, mint a papírgyártásban a papírpép minősége vagy az illata, amit nehéz SI mértékegységekre visszavezetni, vagy a folyamatról nem készíthető matematikai modell (Wirandi & Lauber, 2006).

Jelen lehet egyszerre mindkét bizonytalanság a mérések során, ilyenkor sem lehet egyszerűen statisztikai módszerekkel megállapítani a mértéküket és viselkedésüket (Wang & Iyer, 2006). Ilyenkor az alábbi információkra támaszkodhatunk (BIPM, et al., 1993):

- Előző mérési eredmények
- A korábbi kísérletekből származó vagy általános ismereteink az anyagok és eszközök viselkedéséről
- A gyártó ajánlásai, előírásai
- A kalibrálásból vagy egyéb tanúsítványból származó adatok
- A műszer kézikönyvében szereplő referenciaadatokról számított bizonytalanság

2. Mérési bizonytalanság figyelembevétele a döntésekben

A második fejezetben röviden áttekintem, hogy milyen korábbi eredmények születtek a mérési bizonytalanság kezelésének a döntésekbe építésére. Ezután a saját kutatásom eredményeit prezentálom, és rámutatok, hogy a megközelítem miben nyújt többet a más szerzők munkájánál, mik az új tudományos és gyakorlati eredmények.

2.1. Korábbi kísérletek a mérési bizonytalanság és a megfelelés értékelésének szintetizálására

A bizonytalanságot többféleképpen értelmezhetjük (Aven, 2011) (D'Errico, 2009), a fuzzy-halmazokra épülő, illetve a valószínűségelméleti a két leginkább elterjedt megközelítés. Habár a mérési bizonytalanság kifejezhető fuzzy-logikai megközelítéssel is (Mauris, et al., 2001) (Urbanski & Wasowski, 2003) (Terán, 2007) (Al-Othman, 2009), ahol a mérési eredmények szóródását a tagsági függvényekkel jellemezhetjük, azonban ezek a megközelítések nem képesek kezelni a hibás minősítéssel járó kockázatokat. Az egyes fuzzy halmazokba tartozást megadó tagsági függvény értékéből nem lehet közvetlenül számításokkal megadni a döntési hibák mértékét és a várható minőségkötségeket, kockázatokat, mert a tagsági függvények jelentéstartalma eltér a valószínűségtől. A fuzzy-logikai megközelítés eredményeinek kiértékelése hosszú és bonyolult. Ezért a valószínűségelméleti megközelítést alkalmazom a továbbiakban.

A GUM (BIPM, et al., 1993) által javasolt és a szabványokba, ajánlásokba – (Ellison & Williams, 2007), (ISO, 1998), (CENELEC, 1997), (IEC CISPR, 1997), (ILAC, 2009) – átemelt kiterjesztett bizonytalanság és a gyakorlatban használt $k=2$ kiterjesztési tényező érték csak abban az esetben eredményez 95%-os megbízhatósági szintet, ha az eredő bizonytalanság normális eloszlású (Vilbaste, et al., 2010), ettől eltérő esetben alá vagy fölé becsülhetjük a megbízhatósági szintet. Ezért szükséges a bizonytalanságot valószínűségi eloszlásként kezelni a mérési eredményekre alapozott döntéseknél, nem csak a mérési eredmények szórását (standard bizonytalanság), illetve annak kiterjesztését (kiterjesztett bizonytalanság) tekinteni (Rossi & Crenna, 2006). Ezt a hibát – hogy azt feltételezik, hogy a kockázat mérhető a szórással – gyakran elkövetik a kockázatkezelésben Taleb és szerzőtársai (2010) szerint.

Lira (2002) is rámutat a könyvében, hogy a kiterjesztett bizonytalanság esetében alkalmazott szokványos kiterjesztési tényező nem mindig a megfelelő megbízhatósági szintet adja. Bemutat ugyan egy nem feltétlen szimmetrikus, általánosabb *átfedési*

intervallumot (coverage interval), de mégsem ezt használja a későbbiekben a vevői kockázatok csökkentésekor, a szokványos kiterjesztett bizonytalansággal csökkentett elfogadási tartományon alapuló (guard banding) megoldást alkalmazza.

Pendrill (2006) a célnak való megfelelés (fitness for purpose) alap gondolatát terjesztette ki a mérési bizonytalanság kezelésére, mely szerint meg kell találni az egyensúlyt a mérési költségek és hibás döntések kockázata között. Pendrill a vizsgálatait a mérésügy, joghatással járó mérések (legal metrology) területére korlátozta, a vizsgálat, a vizsgálati eredmény pontosságával (MPE maximal permissible error) foglalkozott, nem pedig azzal, hogy ismert bizonytalanságú mérés esetén milyen döntési szabályt alkossunk egy termék vagy folyamat megfeleléséről.

Forbes (Forbes, 2006) a megfelelés értékkelést Bayes-döntésként kezelte, a cselekvéseket kiegészítette az újraméréssel és így határozta meg a mérési eredményhez kapcsolódó legkisebb költségű cselekvési változatot. Azonban a költségeknél nem számolt a helyes döntések költségével.

2.2. A mérési bizonytalanság figyelembe vétele mindendarabos vizsgálat esetén

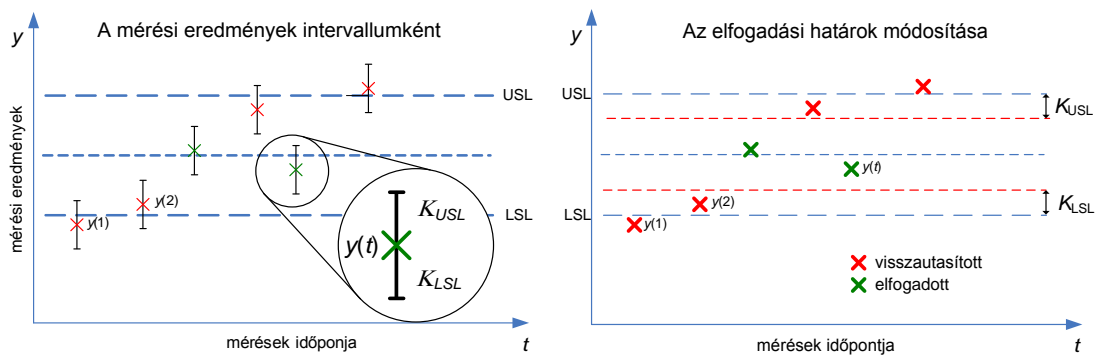
Kutatásom egyik célja a mindendarabos megfelelés-ellenőrzés esetére egy olyan elfogadási határ megalkotása, amely a termelői és vevői kockázatok együttes értékét minimalizálja. Erre az elfogadási határra vonatkozó feltételezést a **H1** hipotézis tartalmazza.

H1: Mindendarabos vizsgálatnál meghatározható a tűréshatárok mint elfogadási határok olyan módosítása, amely minimalja a megfelelés-értékeléshez kötődő döntési kockázatot.

A hipotézis vizsgálatára egy matematikai modellt állítottam össze, mely tartalmazza a vizsgált jellemző tényleges értékének ingadozását, a mérési hiba eloszlását, a döntési kimenetekhez tartozó bevétel és költségadatokat, valamint az eredeti tűréshatárokat, mint viszonyítási pontokat. A modell vizsgálatából kiderül, mely változók, milyen kapcsolatban vannak a várható összes költséggel, illetve, ahol számszerűsíthető, ott a várható összes fedezettel.

Olyan módszert dolgoztam ki, amelyben a korábbi megközelítésekkel szemben a tényleges érték és a mérési bizonytalanság eloszlása nem feltétlenül szimmetrikus, ezért két külön intervallumot határoztam meg a mérési eredményhez illesztve. Ezek az új

intervallumok már nem a szórás többszöröseként számítódnak, hanem a döntési hibák következményeinek és bekövetkezési valószínűségének függvényében. Tehát a mért értékhez egy K_{LSL} alsó és K_{USL} felső intervallum adódik, melyek hosszát úgy határozzuk meg, hogy a döntés kockázata minimális legyen (5. ábra). Így tulajdonképpen a mérési pontok helyett intervallumot vizsgálunk a határok között, ami ekvivalens megoldás azzal, hogy ezekkel az intervallumokkal szűkítjük (vagy tágítjuk) a határokat. Ezt az egyenértékű átalakítást az teszi lehetővé, hogy a mérési eredményhez illesztett intervallumok irányítottak, számít, hogy milyen az előjelük: Az $y - K_{LSL}$ értéket mindig az alsó határhoz (LSL), az $y + K_{USL}$ értéket mindig a felső határhoz (USL) kell viszonyítani.



5. ábra: Megfelelőség értékelésének átalakítása

Két egymással ekvivalens megoldás is lehet, a mérési pontok helyett intervallumokat alkalmazunk (bal oldal), vagy a határokat módosítjuk az intervallumok nagyságával (jobb oldal)

Az analitikus számításhoz feltételezzük, hogy ismert az x vizsgált jellemző tényleges értékének eloszlása (az eloszlás típusa és paraméterei) a korábbi mérésekből, és az m mérési hiba eloszlása, a mérőműszer kalibrálási jegyzőkönyvéből. A folyamat, berendezés, vagy termék megfelelőségéről a kettő összegeként megjelenő $y = x + m$ mért érték alapján döntünk. Akkor tekintjük megfelelőnek folyamatot, ha a vizsgált jellemző egy alsó LSL (Lower Specification Limit) és felső USL (Upper Specification Limit) specifikációs határ közé esik, $LSL \leq y \leq USL$. Abban az esetben, ha csak egyoldali specifikációs határunk van, akkor a fölösleges határ elhagyható a modellből. Ténylegesen azonban csak akkor megfelelő a vizsgált jellemző, ha az x -szel jelölt tényleges értéke esik a specifikációs határok közé, $LSL \leq x \leq USL$.

A mérési hiba miatt négy esetet különböztetünk meg a tényleges megfelelőség és a meghozott döntés kombinációjaként (8. táblázat). Ha nincs beavatkozásra szükség, de a mért érték ennek ellenkezőjét mutatja, akkor fölöslegesen avatkozunk be, elsőfajú hibát

vétünk. Ha a vizsgált jellemző valójában nem-megfelelő, de ezt a mérési hiba miatt nem vesszük észre, és elfogadjuk (azaz nem avatkozunk be) akkor másodfajú hibát vétünk. Döntésünk akkor helyes, ha a nem-megfelelővé váló folyamatba avatkozunk be vagy hagyjuk tovább futni a jó folyamatot.

8. táblázat: A π_{ij} fedezetek alakulása a döntés és a tényállapot függvényében

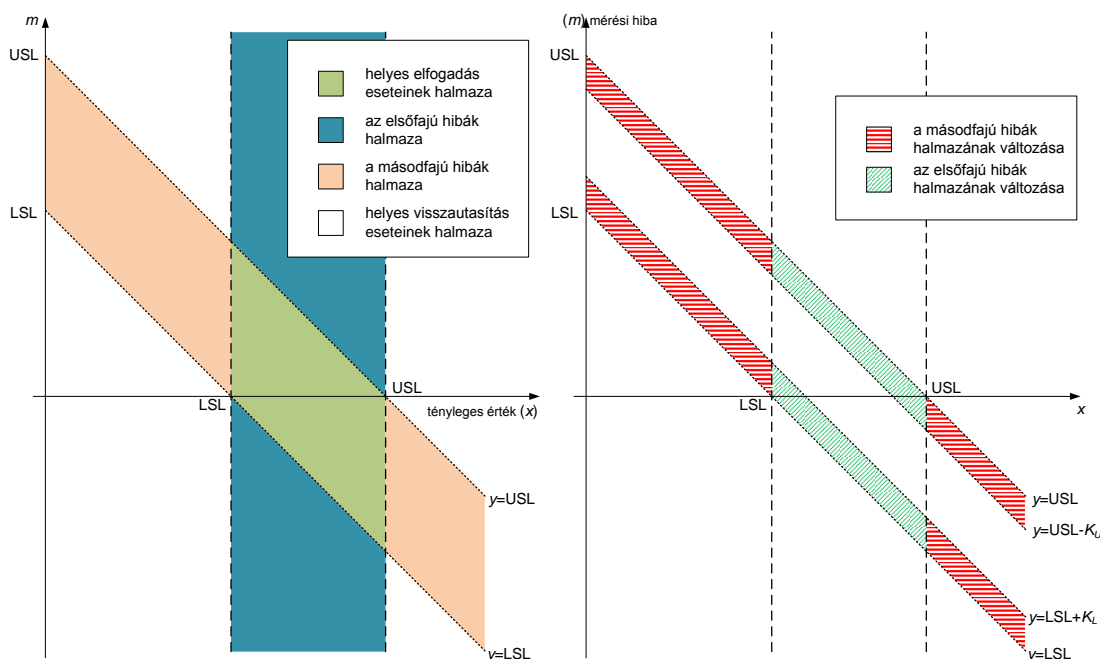
		Döntés	
		Nem történt Karbantartás/beavatkozás (1)	Karbantartás/beavatkozás történt (0)
Tény	Nem szükséges karbantartás/beavatkozás (1)	$\pi_{11}=r_{11} - c_{11}$ Helyes elfogadás	$\pi_{10}=r_{10} - c_{10}$ Felesleges beavatkozás (elsőfajú hiba)
	Karbantartás/beavatkozás szükséges (0)	$\pi_{01}=r_{01} - c_{01}$ Helytelen elfogadás (másodfajú hiba)	$\pi_{00}=r_{00} - c_{00}$ Helyes beavatkozás

A négy esethez c_{ij} költségeket rendelhetünk, melyek a mérések elvégzésétől, a termék és szolgáltatás létrehozásából és a meghozott döntés alapján végrehajtott cselekvésektől függenek. Azért, hogy az alternatívák választásakor elmaradt hasznokkal is számolni tudjunk a c_{ij} költségek mellett, az egyes esetek r_{ij} bevételeit is számba vettem. Így a bevételek és költségek különbségeként megjelenő $\pi_{ij}=r_{ij}-c_{ij}$ fedezettel számolok. Nem feltétlenül lesz a négy esetre négy különböző költségünk, az előállítás és a mérés költsége minden esetben jelen van, hisz ez megelőzi a döntést. A selejtezés vagy a további felhasználás, értékesítés költsége már a döntés következménye. A bevételeket is figyelembe véve a fedezetek már valószínűleg mind a négy esetben különböznek, bár ez nem feltétele a módszeremnek.

Legyen az x tényleges érték eloszlásának sűrűségfüggvénye $f(x)$, az m mérési hibáé pedig $g(m)$. Tegyük fel hogy a két eloszlás egymástól független így az együttes eloszlás sűrűségfüggvénye a kettő szorzataként kapható. Ábrázoljuk a tényleges értéket és a mérési hibát egy derékszögű koordinátarendszer két tengelyén (6. és 7. ábra). A koordinátarendszer pontjai pedig a lehetséges mérési eredmények. Azonos mérési eredmény több (elméletileg végtelen sok) tényleges érték – mérési hiba párosításból is származhat, így az azonos y mért értékek egy -1 meredekségű egyenesen helyezkednek el. Amikor előírt (specifikációs) határokat adunk meg azokat a tényleges x értékre vonatkoztatjuk, de ellenőrzéskor csak az y mért értékek állnak rendelkezésünkre. Ennek

megfelelően az $x=LSL$ és $x=USL$ határok függőleges egyenesként, míg az $y=LSL$ és $y=USL$ határok -1 meredekségű egyenesekként jelennek meg. Mivel az ábra egyszerre nyújt lehetőséget a tényleges folyamatjellemző érték (Process characteristic) ingadozásának és a mérési bizonytalanság (Uncertainty of measurement) megjelenítésére, elneveztem PU-diagramnak.

A 6. ábra bal oldalán a 8. táblázatban bemutatott négy eset látható: a középső, zöld paralelogramma a helyes elfogadás esete, az y és az x érték is a specifikációs határok között van. A piros területek ($LSL \leq y \leq USL$ és $x \leq LSL$ vagy $USL \leq x$) a másodfajú hiba eseteit fedik le, a kék részekkel pedig az elsőfajú hibát jelöltem. A negyedik eset a színezetlenül maradt területekhez tartozó helyes beavatkozás esete.



6. ábra: PU-diagram: A döntések kimenetelének 4 esete (bal oldalon) és a határok módosítása által érintett területek (jobb oldalon)

A fedezet várható értékének változtatásához az elfogadási/beavatkozási döntéseket kell módosítani. Legyen K_L az alsó és K_U a felső határhoz tartozó módosítás mértéke. A K_L és K_U korrekciós tagok pozitív értéke az elfogadási határok szűkítését, a negatív értéke pedig a határok tágítását, lazítását jelenti. Ha az egyes esetekhez tartozó fedezeteket súlyozzuk az esetek bekövetkezési valószínűségével, a Π várható fedezetet maximáló célfüggvény az alábbi módon írható fel:

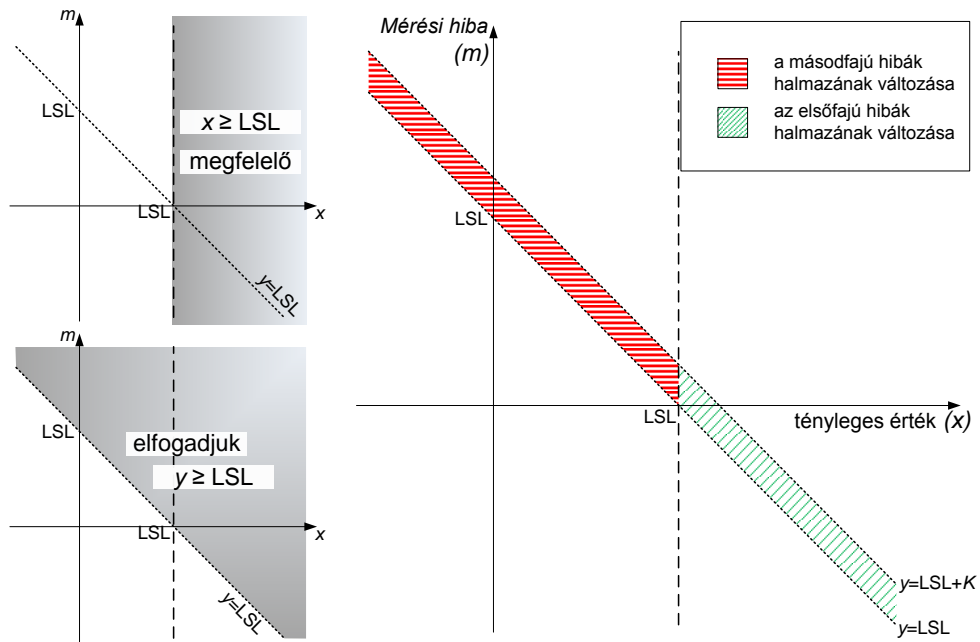
$$\Pi(K_L, K_U) = \Pi(0, 0) + \Delta\Pi(K_L, K_U) \rightarrow \max \quad (2.1)$$

A $\Pi(0,0)$ a korrekció nélküli ($K_L=K_U=0$) várható fedezet, $\Delta\Pi(K_L,K_U)$ pedig a K_L és K_U korrekciós tagoktól függő változás ebben a várható fedezetben. Itt tulajdonképpen egy kockázat melletti (kockázat alapú) döntésről van szó, hiszen valószínűséget szorzunk a következmény pénzben kifejezett értékével. A kockázat kifejezést azonban csak a negatív következmények bizonytalan bekövetkezésére használják (Kindler, 1987) a menedzsmentben, ezért a továbbiakban a pozitív kimenetelre is értelmezhető várható fedezet elnevezést használom. Feltesszük, hogy a K_L+K_U összeg nem nagyobb a specifikációs határok távolságánál, az USL-LSL különbségnél. Ellenkező esetben egyetlen terméket sem fogadnánk el. A várható fedezet maximálásához elegendő a $\Delta\Pi(K_L,K_U)$ várható fedezetváltozás maximálása, mely a következőképpen néz ki:

$$\begin{aligned} \Delta\Pi(K_L, K_U) = & (\pi_{00} - \pi_{01}) \int_{-\infty}^{\text{LSL}} \left[\int_{\text{LSL}-x}^{\text{LSL}+K_L-x} f(x)g(m)dm + \int_{\text{USL}-K_U-x}^{\text{USL}-x} f(x)g(m)dm \right] dx + \\ & + (\pi_{10} - \pi_{11}) \int_{\text{LSL}}^{\text{USL}} \left[\int_{\text{LSL}-x}^{\text{LSL}+K_L-x} f(x)g(m)dm + \int_{\text{USL}-K_U-x}^{\text{USL}-x} f(x)g(m)dm \right] dx + \\ & + (\pi_{00} - \pi_{01}) \int_{\text{USL}}^{\infty} \left[\int_{\text{LSL}-x}^{\text{LSL}+K_L-x} f(x)g(m)dm + \int_{\text{USL}-K_U-x}^{\text{USL}-x} f(x)g(m)dm \right] dx \rightarrow \max \end{aligned} \quad (2.2)$$

Előfordulhat, hogy tűréshatárként csak egy minimum vagy maximum értéket írnak elő a folyamatjellemzőre, amit nem léphet, ekkor értelemszerűen csak ezt az egy határt kell figyelembe venni a döntés során. Állapotfüggő karbantartás esetén jellemző, hogy a kopás, anyagfáradás vagy valamilyen degradáció miatt trend jelenik meg a vizsgált karakterisztika lefutásában és emiatt csak az egyik tűréshatáron való átlépés lesz gyakorlati szempontból releváns.

Csak alsó határ létezése esetén az általunk vizsgált tartományok az ábrán látható módon változnak (7. ábra).



7. ábra: A $\Delta\Pi(K)$ által érintett területek, ha csak egy alsó előírt határ van

Az $y=LSL+K$ egyenes fölött elhelyezkedő pontok mind az elfogadási tartományba tartoznak, de csak az $x=LSL$ függőleges egyenestől jobbra eső pontok a ténylegesen megfelelőek. Ugyanígy az $y=LSL+K$ egyenes alatti pontok (azaz $y<LSL+K$) esetében elvégezzük a karbantartást/beavatkozást, de csak a $x<LSL$ esetben volna ez szükséges. Mivel ebben az esetben csak egy specifikációs határunk van, Π várható fedezet függvénynek is csak egy paramétere lesz. A várható fedezetváltozás egyenlete az alábbi módon fog kinézni:

$$\Delta\Pi(K) = (\pi_{00} - \pi_{01}) \int_{-\infty}^{LSL} \int_{LSL-x}^{LSL+K-x} f(x)g(m)dm dx + (\pi_{10} - \pi_{11}) \int_{LSL}^{\infty} \int_{LSL-x}^{LSL+K-x} f(x)g(m)dm dx \rightarrow \max \quad (2.3)$$

$$\Delta\Pi(K) = (\pi_{00} - \pi_{01}) \int_{-\infty}^{LSL} f(x) [G(LSL + K - x) - G(LSL - x)] dx - (\pi_{11} - \pi_{10}) \int_{LSL}^{\infty} f(x) [G(LSL + K - x) - G(LSL - x)] dx \quad (2.4)$$

Ahol a $G(m)$ a $g(m)$ sűrűségfüggvényhez tartozó eloszlásfüggvény. Ha a $(\pi_{00}-\pi_{01})$ és a $(\pi_{11}-\pi_{10})$ különbségek közül az egyik nulla, akkor a másik különbség előjele alapján hozzuk meg a döntési szabályt. Ebben az esetben vagy minden terméket továbbengedünk, vagy mindet visszautasítjuk. Ha mindkét különbség nulla, az azt

jelenti, hogy bárhogy is döntünk, azonos fedezetre számíthatunk a termék tényleges megfelelőségétől függetlenül. Mivel a gyakorlatban ez a legritkábban fordul elő, ha még is ezt az eredményt kapjuk, akkor a legvalószínűbb, hogy nem vettünk figyelembe valamilyen költség vagy bevétel tényezőt. Hogy megkapjuk a fedezetváltozás várhatóértéke maximumának helyét, deriváljuk a függvényünket. Ha $f(x)$ és $g(m)$ sűrűségfüggvények kellően simák (például folytonosan differenciálhatóak), akkor deriválhatunk az integráljel mögött:

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta\Pi(K)}{dK} &= (\pi_{00} - \pi_{01}) \int_{-\infty}^{\text{LSL}} f(x) g(\text{LSL} + K - x) dx - \\ &\quad - (\pi_{11} - \pi_{10}) \int_{\text{LSL}}^{\infty} f(x) g(\text{LSL} + K - x) dx = 0 \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$(\pi_{00} - \pi_{01}) \int_{-\infty}^{\text{LSL}} f(x) g(\text{LSL} + K - x) dx = (\pi_{11} - \pi_{10}) \int_{\text{LSL}}^{\infty} f(x) g(\text{LSL} + K - x) dx \quad (2.6)$$

Ha a $(\pi_{00} - \pi_{01})$ és a $(\pi_{11} - \pi_{10})$ különbségek, valamint az $f(x)g(\text{LSL} + K - x)$ függvény alatti terület LSL-től balra és jobbra eső része közül egyik sem nulla, akkor a következő egyenlet írható fel:

$$\frac{\pi_{00} - \pi_{01}}{\pi_{11} - \pi_{10}} = \frac{\int_{\text{LSL}}^{\infty} f(x) g(\text{LSL} + K - x) dx}{\int_{-\infty}^{\text{LSL}} f(x) g(\text{LSL} + K - x) dx} \quad (2.7)$$

Ahhoz hogy a jobb oldal nevezője ne legyen zérus az $f(x)$ és $g(\text{LSL} + K - x)$ is pozitívnak kell lennie a $(-\infty, \text{LSL})$ intervallum egy pozitív mértékű részén, ez gyakorlati példákat tekintve szinte mindig teljesül. A számláló esetén is ezzel a feltételezéssel élünk az (LSL, ∞) intervallumra. Mivel $f(x)$ és $g(m)$ is sűrűségfüggvény így a (2.7) jobb oldala pozitív, ezért a baloldalnak is pozitívnak kell lennie. Ebből az következik, hogy vagy a $(\pi_{00} > \pi_{01}$ és $\pi_{11} > \pi_{10})$ vagy a $(\pi_{00} < \pi_{01}$ és $\pi_{11} < \pi_{10})$ összefüggés igaz. A kettő közül gyakorlati relevanciája csak az első összefüggésnek lehet, azaz adott döntési szituációban helyesen dönteni minden esetben jövedelmezőbb, mint döntési hibát véteni. Ez ismételten megerősíti bennünk azt, hogy a legjobb megoldás az lenne, ha megszüntetnénk minden döntési hibát, annullálnánk a mérési és becslési bizonytalanságokat. Ez azonban nem jelenti, hogy ha nem tudjuk eliminálni a bizonytalanságot, akkor az első- és másodfajú döntési hibák mennyisége között ne találhatnánk egy optimális arányt („trade-off”-ot).

Adjuk hozzá a (2.7) számlálójához a nevezőjét és vonjuk is ki belőle:

$$\frac{\pi_{00} - \pi_{01}}{\pi_{11} - \pi_{10}} = \frac{h(\text{LSL} + K)}{\int_{-\infty}^{\text{LSL}} f(x) g(\text{LSL} + K - x) dx} - 1 \quad (2.8)$$

$$\frac{1}{q} = \frac{(\pi_{11} - \pi_{10}) + (\pi_{00} - \pi_{01})}{\pi_{11} - \pi_{10}} = \frac{h(\text{LSL} + K)}{\int_{-\infty}^{\text{LSL}} f(x) g(\text{LSL} + K - x) dx} \quad (2.9)$$

$$q = \frac{\pi_{11} - \pi_{10}}{(\pi_{11} - \pi_{10}) + (\pi_{00} - \pi_{01})} = \frac{\int_{-\infty}^{\text{LSL}} f(x) g(\text{LSL} + K - x) dx}{h(\text{LSL} + K)} \quad (2.10)$$

Ahol a $h(\text{LSL}+K)$ függvény $f(x)$ és $g(y-x)$ konvolúciójának sűrűségfüggvénye az $y=\text{LSL}+K$ helyen. Valamint $H'(y)=h(y)$, ahol $H(y)$ eloszlásfüggvény abszolút folytonos, $h(y)$ sűrűségfüggvény balról folytonos.

$$h(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) g(y-x) dx \quad (2.11)$$

A K értéke innen már numerikusan kiszámítható.

Speciális esetekre létezik a fenti egyenletnek zárt alakban kifejezhető analitikus megoldása. Ha mind a tényleges folyamatot, mind a mérési bizonytalanságot exponenciális eloszlásúnak feltételezzük $f(x)=\lambda e^{-\lambda x}$, $x \geq 0$ és $g(m)=\eta e^{-\eta m}$, $m \geq 0$, $0 < \lambda < \eta$ sűrűségfüggvényekkel, akkor a K optimális értékére az alábbi megoldást kapjuk.

$$K = \frac{\ln \left[1 - e^{-(\eta-\lambda)\text{LSL}} (1-q) \right] - \ln q}{\eta - \lambda} \quad (2.12)$$

Ha teljesül az alábbi egyenlőtlenség:

$$\frac{1}{1-q} > e^{-(\eta-\lambda)\text{LSL}} \quad (2.13)$$

A teljes levezetés az 5.1 számú mellékletben található.

Normális eloszlást feltételezve mind a mérési bizonytalanság mind a tényleges értékek esetében, már nem kapunk ilyen szépen, zárt alakban kifejezhető megoldást (5.2 számú melléklet). Itt már csak numerikus vagy szimulációs módszerekkel határozhatjuk meg az optimális korrekciós tagot.

Általános esetben a q csak nulla és egy közötti értéket vehet fel, $0 < q < 1$. A q -kvantilis értékét H_n tapasztalati eloszlásból aszimptotikus torzítatlansággal becsülhetjük a rendezett minták elmélete alapján (Rényi, 1981, pp. 414-419). A becslés normális eloszlást követ Q várható értékkel és D_n szórással.

$$Q = H^{-1} \left(\frac{\pi_{11} - \pi_{10}}{\pi_{11} - \pi_{10} + \pi_{00} - \pi_{01}} \right) \quad (2.14)$$

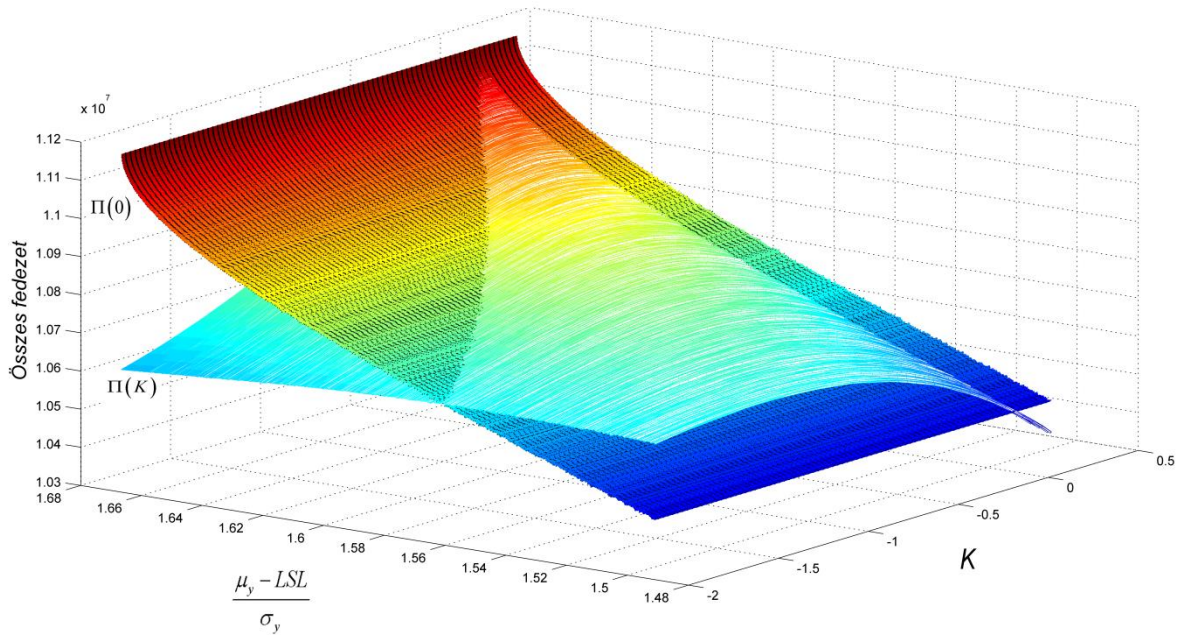
$$D_n = \frac{1}{\sqrt{n} h(Q)} \sqrt{\frac{\pi_{11} - \pi_{10}}{\pi_{11} - \pi_{10} + \pi_{00} - \pi_{01}} \left(1 - \frac{\pi_{11} - \pi_{10}}{\pi_{11} - \pi_{10} + \pi_{00} - \pi_{01}} \right)} \quad (2.15)$$

Az n mintaelemszám növekedésével a szóráss nullához tart és a becslés aszimptotikusan torzítatlan, így a becslés gyengén konzisztens (Bolla & Krámlí, 2005, pp. 102-104).

2.2.1. A szimulációk eredményei

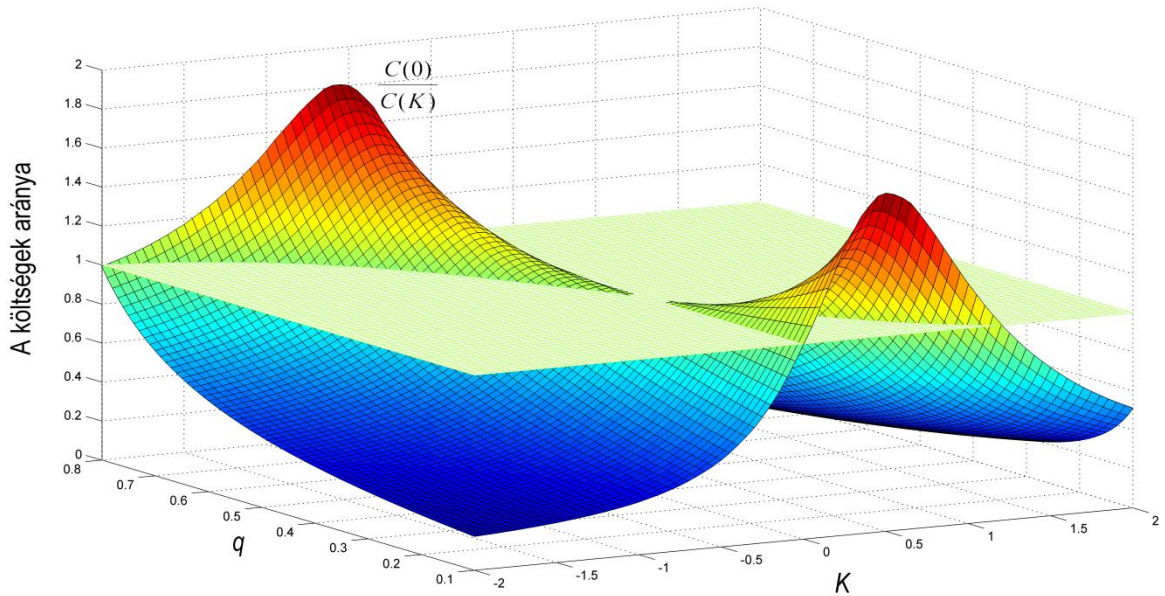
A gyenge konzisztencia miatt kellően nagy elemszámú szimulációval is közelíthető a K optimális értéke, illetve az elfogadási határ módosításának az a tartománya, ahol kedvezőbb eredményt ad a mérési bizonytalanság figyelembevétele.

Szimulációkat végeztem annak megállapítására, mely esetekben érdemes figyelembe venni a mérési bizonytalanságot. Az 8. ábra azt szemlélteti, hogyan változik az összes fedezet a K korrekciós tag valamint a folyamatképesség függvényében. Amikor a mérési bizonytalanság figyelembevételével létrejövő $\Pi(K)$ fedezetgörbe a bizonytalanság figyelembevétele nélkül keletkező $\Pi(0)$ fedezetgörbe fölött van, akkor érdemes a mérési bizonytalansággal foglalkozni. A szimuláció során a folyamatképesség változását csak a mérési hiba szórájának változása okozta. A szimulációban rögzített bevétel- és költségadatok mellett ($q=0,5313$) akkor érdemes csak a mérési bizonytalanság figyelembevételével foglalkozni, ha a $(\mu_y - LSL)/\sigma_y$ arány kisebb, mint 1,68, azaz a hosszú távú folyamatképesség index $p_{pk} < 1,68/3 = 0,56$. A hibás döntések következményeinek súlyossága, illetve egymáshoz képesti aránya is befolyásolja a mérési bizonytalanság figyelembevételének szükségességét. A $q=0,5313$ veszteségarány azt jelenti, hogy a másodfajú hiba vesztesége $(\pi_{00} - \pi_{01})$ csak 13,36%-kal magasabb az elsőfajú hiba veszteségénél $(\pi_{11} - \pi_{10})$. Más bevétel- és költségadatok mellett ennél jobb képességgel rendelkező folyamat esetén is érdemes lehet figyelembe venni a mérési bizonytalanságot.



8. ábra: A fedezetek alakulása K és a folyamatképesség függvényében

Ha az egyszerűség kedvéért csak a hibás döntésekből adódó költségeket tekintjük ($r_{11}=r_{10}=r_{01}=r_{00}=0$, $\pi_{11}=\pi_{00}=0$) és $\pi_{10}/q=\pi_{10}+\pi_{01}$, akkor a 9. ábra grafikonján látható módon jelentős különbség lehet a teljes folyamat során keletkező költségek között attól függően, hogyan módosítjuk a beavatkozási határt. A $C(0)$, összes költség a bizonytalanság figyelembe vétele nélküli, és a $C(K)$, az elfogadási határ K értékű módosításával elért teljes költség, aránya látható a grafikonon. Minél magasabb ez az érték, annál több megtakarítást jelent az elfogadási határ módosítása. Amint az az ábrából is látszik a beavatkozási határok módosítása akár növelheti is a költségeinket, ekkor a $C(0)/C(K)$ arány 1 alatti értéket vesz fel. Ezért fontos a K értékének helyes megválasztása. A bizonytalanság figyelmen kívül hagyása miatt jelentkező költségnövekmény jelentős, ha a q közel van valamelyik szélsőértékéhez (azaz nullához vagy egyhez tart), tehát akkor, ha a döntési hibák következményei közül az egyik sokkal nagyobb a másikonál.



9. ábra: A költségek arányának alakulása K és q függvényében

Számításokat végeztem a gyakorlatban tipikusan alkalmazott estekre: amikor nem veszik figyelembe a mérési bizonytalanságot ($K=0$), amikor szűkítik az elfogadási tartományt a mérési hiba szórásának kétszeresével ($K=2\sigma_m$), amikor ugyanekkora mértékben tágítják az elfogadási tartományt ($K=-2\sigma_m$). Ezekhez az esetekhez tartozó egységnyi fedezeteket vettem össze az általam meghatározott optimális korrekciós tényező (K_{opt}) esetén elért egységnyi fedezettel (9. táblázat). Az első három oszlopban szereplő fedezetértékek közül a félkövéren szedett és aláhúzott értékek jelzik soronkénti maximumot. Ez alapján látható, hogy a gyakorlatban használt megoldások közül melyiket érdemes használni az egyes esetekben. A számítások megerősítik a szimulációs eredményeket: a tűréshatárok melletti „biztonsági sáv” optimális szélessége (K_{opt}) folyamatosan változik a döntési kimenetekhez tartozó bevételek és költségek arányának (q) változásával. A K_{opt} értéke nem köthető kizárólagosan a mérési bizonytalanság nagyságához, és az alkalmazásával elérhető fedezet minden esetben legalább akkora, mint a gyakorlatban eddig használt biztonsági sávok esetében.

9. táblázat: Egy egységre jutó fedezet a határok módosításának függvényében
 $(\mu_x=105, \sigma_x=4, \mu_m=0, \sigma_m=2, LSL=100)$

q	Egységre jutó fedezet				K_{opt}
	$K=-2\sigma_m$	$K=0$	$K=2\sigma_m$	$K=K_{opt}$	
0,05	-10,5472	2,5184	4,9113	5,6933	2,4280
0,10	-0,4061	5,4685	4,9865	6,3438	1,6156
0,15	2,9743	6,4519	5,0115	6,7386	1,0675
0,20	4,6644	6,9436	5,0240	7,0247	0,6319
0,25	5,6785	7,2386	5,0316	7,2500	0,2582
0,30	6,3546	7,4353	5,0366	7,4362	-0,0774
0,35	6,8375	7,5758	5,0401	7,5951	-0,3884
0,40	7,1997	7,6812	5,0428	7,7339	-0,6835
0,45	7,4814	7,7631	5,0449	7,8572	-0,9690
0,50	7,7068	7,8287	5,0466	7,9683	-1,2500
0,55	7,8911	7,8823	5,0480	8,0695	-1,5310
0,60	8,0448	7,9270	5,0491	8,1625	-1,8165
0,65	8,1748	7,9648	5,0501	8,2487	-2,1116
0,70	8,2862	7,9972	5,0509	8,3291	-2,4226
0,75	8,3828	8,0253	5,0516	8,4046	-2,7582
0,80	8,4673	8,0499	5,0522	8,4758	-3,1319
0,85	8,5419	8,0716	5,0528	8,5435	-3,5675
0,90	8,6082	8,0909	5,0533	8,6083	-4,1156
0,95	8,6675	8,1081	5,0537	8,6707	-4,9280

2.2.2. A mindendarabos vizsgálatra kimondott tézis

Az előző fejezet eredményei két tézisben foglaltam össze. A tézisek megfogalmazása előtt azonban szükség van néhány definícióra.

Definíció: A PU-diagram egy olyan koordináta-rendszer, amelynek egyik tengelyén a mért jellemző valódi értékei, a másikon a mérési hiba jelenik meg. A koordináta-rendszer pontjai így a mérési eredményeket adják. A két tengely által kifeszített síkot a mért és a tényleges értékek, valamint az ezekre vonatkozó elfogadási határok egymáshoz képesti pozíciója által meghatározott döntési kimenetek alkotják.

A PU-diagramra illesztett térfogatok alapját a feltételes eseményeket (döntési alternatíva és tényállapot párosokat) megvalósító egyes döntési kimenetek (tényleges és mért érték párok) halmaza, magasságát az egyes esetekhez tartozó bekövetkezési valószínűségek és a feltételes esemény pénzürtékben kifejezett következmények szorzata adja. A teljes eseménytérre kiszámolt térfogat értéke a döntési szituációhoz tartozó fedezet várható értékét adja.

Megjegyzés: A következmény a pénzürték helyett, más univerzális értékmérővel (pl. utilitásokkal) is megadható, de ezzel az esettel a dolgozatomban nem foglalkozom.

T1: Ha egy mérési bizonytalansággal terhelt döntéshez tartozó kimenetek, azok bekövetkezési valószínűségei, valamint a kimenetekhez tartozó következmények (véges pénzértékben kifejezve) ismertek, akkor analitikusan felírható a mérési bizonytalanság és a várható fedezet közötti összefüggés. Az így kapott összefüggésből numerikusan meghatározható az elfogadási határok módosításának optimális értéke, amely a kapcsolódó fedezet várható értékének maximumát eredményezi. A tűréshatár és az optimális elfogadási határ távolságát a K_{opt} optimális korrekciós tag adja meg.

Kapcsolódó saját közlemények:
(Hegedűs, 2009) (Kosztyán, et al., 2010),
(Kovács, et al., 2010),

Megjegyzés: Két elfogadási határ esetén külön definiálható és meghatározható egy alsó $K_{L,opt}$ és egy felső $K_{U,opt}$ optimális korrekciós tag.

T2: A mintavételes megfigyelésekből meghatározott, a mérési bizonytalanságtól és a feltételes következményektől függő optimális korrekciós tag sztochasztikusan konvergál a mindendarabos vizsgálatból meghatározható optimális korrekciós taghoz.

Kapcsolódó saját közlemény:
(Kosztyán & Hegedűs, 2011)

2.3. A mérési bizonytalanság figyelembevétele mintavételes vizsgálatban

Mivel a gyakorlatban gyakran nincs lehetőség mindendarabos vizsgálatra, vagy az nem lenne gazdaságos, ezért mintavételes vizsgálatoknál is szükség van egy ilyen minimális kockázattal járó elfogadási határra. A mindendarabos esetre kidolgozott módszeremből kiindulva a mintavételes megfelelőség-vizsgálatok két területére fogalmaztam meg hipotéziseket, az átvételi minőségellenőrzésre illetve a szabályozó kártyák alkalmazására.

2.3.1. Mintavételes átvételi ellenőrzés

Abban az esetben, amikor nem a teljes sokaságot vizsgáljuk át elemenként, hanem abból mintát veszünk, és e minta elemeinek mérésen alapuló minősítéséből következtetünk a sokaság megfelelőségére, akkor is figyelembe vehető a mérés bizonytalansága. Két hipotézist fogalmaztam meg az átvételi minőség-ellenőrzésre:

H2.1: A mintavételi és mérési költségek, a hibás döntések kockázata alapján meghatározható az a mintavételi terv és elfogadási szabály, amely maximálja a várható fedezetet.

H2.2: A megfelelőség értékelésében adott mintavételi terv esetén megadható egy olyan döntési szabály vagy szabályrendszer, amely figyelembe veszi a mérési bizonytalanságot és maximálja a döntéssel összefüggő várható fedezetet.

Korábban már analitikusan igazoltam, hogy a mintavételes vizsgálatból kapott tapasztalati eloszlás alapján becsülhető az optimális elfogadási határ. Ezt tartalmazza a második (T2) tézisem. A mintából becsült korrekciós tényező aszimptotikusan tart az elméleti korrekciós tényezőhöz, így kellően nagy elemszámú szimulációval is közelíthető az optimális elfogadási határ értéke.

Azt az esetet vizsgáltam, amikor nem tételekből, hanem folyamatból veszünk mintát, így az N alapsokaság két mintavétel között legyártott, de még át nem vett termékek, vagy félkészek számát jelenti.

A Monte Carlo szimulációkat úgy állítottam össze Matlabban, hogy a $\pi_{ij}=r_{ij}-c_{ij}$ $i, j \in \{0;1\}$ döntési kimenetekhez tartozó fedezetek, az LSL, USL specifikációs határok, a tényleges érték eloszlása (típusa és paraméterei), a mérési bizonytalanság eloszlása (típusa és paraméterei) bemenő paraméterként szerepel. Habár a gyakorlatban a vizsgált jellemző tényleges értékének eloszlása közvetlenül nem figyelhető meg, a mért érték és a mérési bizonytalanság eloszlásából dekonvolúció segítségével meghatározható. További bemenő paraméter az n mintaelemszám és a két mintavétel és döntés között legyártott N darabszám. Emellett egy elfogadási szabály is definiálható, hogy a minta hányad részének kell megfelelő minősítést szerezni, hogy elfogadjuk a tételt.

A szimuláció során legeneráljuk a tényleges értékeket, majd ezekre mérési bizonytalanságot illesztünk a bemeneti eloszlásoknak megfelelően. Mind a tényleges értéket mind a bizonytalansággal terhelt mérési eredményt eltárolja gép, így lehetőséget

biztosítunk a megfelelőségről hozott döntések helyességének vizsgálatára és az egyes döntési hibák számának meghatározására. A mintavételi terv szerint felosztjuk a kapott mérési eredményeket N nagyságú halmazokra és ezekből kiválasztunk n darab elemet ($N \geq n$). Egy adott N nagyságú sokaságból többször is kiválaszthatnánk n darab mintaelemet, és ezeket a mintákat külön-külön értékelhetjük. Akár $\binom{N}{n}$ mintavételt is vizsgálhatunk, az összes kombináció kiértékelésének számítási igénye azonban igen hamar túllépné az erőforrásokat.

A mintában szereplő egyedek (bizonytalansággal terhelt) mért y értéke és az elfogadási szabály alapján dönt a gép az elfogadásról vagy visszautasításról. Ez a döntés lesz a valós (bizonytalanság figyelembe vétele nélküli) döntés. Még két másik döntési kimenetelt rögzítünk a szimuláció során, a mérési bizonytalanság nélküli döntést, amikor a tényleges x értékre alapozunk, illetve amikor a K_l^{Nn} ($l=1..q$) mértékével módosított elfogadási határookra, és a mért y értékre alapozunk. Ez utóbbi döntés eredménye nem skaláris érték, hanem egy q elemű vektor. A K korrekciós tényező felső indexe a rögzített mintavételi tervre, a sokaság (N) és a minta (n) méretére utal, az alsó pedig arra, hogy K^{Nn} vektor hányadik elemét vette számításba a kiértékelés során. A K^{Nn} vektor elemeit megadhatjuk felsorolással, valamilyen (számtani vagy mértani) sorozatként, vagy q darab véletlen szám legenerálásával.

A szimuláció során kimenetként kapjuk a Π_0 valódi, Π_G mérési bizonytalanság nélküli és Π_K korrekciós tényezőtől függő várható összes fedezetet. A háromfajta fedezeti érték így összehasonlíthatóvá válik, megadható, hogy mely K^{Nn} értékek adnak jobb megoldást annál, mintha nem vennénk tudomást a bizonytalanságról, illetve ezek a Π_G értékhez képest milyen távol vannak. Kiválasztható a Π_K legmagasabb összes várható fedezetet adó K_l^{Nn} érték. Ez lesz ennél a rögzített mintavételi tervnél az optimális korrekciós tényező.

A szimulációs vizsgálatok következő lépéseként az n mintaelemszámot és két mintavétel között legyártott N darabszámot is vektoriális bemeneti változóként definiáltam. Mind a mintavételhez, mind a mintában lévő elemek leméréséhez társítható költség, ezek legyenek rendre c_N és c_n . Így a mintavételes ellenőrzés költsége $(M/N) \cdot (c_N + n \cdot c_n)$ értékkel csökkenti az összes fedezetet (M az összes termékegyed száma), valamint a mintából való becslés bizonytalansága is változik az N/n arány változásával (még hozzá nem is lineárisan). Az egyes N és n kombinációkhoz

megadható az előző szimulációs lépésben bemutatott módon az adott mintavételi tervnél optimális K_l^{Nn} érték. Ebben a lépésben pedig megkapjuk azt a mintavételi tervet, amiben a mérési bizonytalanság figyelembe vételével a legmagasabb várható összes fedezetet érhetjük el az előzetesen definiált kombinációk közül.

A bemutatott szimulációs eljárás formájában a megfelelés-ellenőrzés irányításáért felelős vezető egy olyan eszközt kap a kezébe, amely segítségével meghatározhatja a döntési kockázatok és várható fedezetek szempontjából legjobb mintavételi tervet és elfogadási szabályt.

Szimulációs vizsgálataim alapján a következő altéziseket mondtam ki:

T2.1: Rögzített mintavételi terv esetén a minta jellemzőiből, a mérési bizonytalanságból, valamint a döntési kimenetekhez tartozó bevételekből és költségekből becsülhető a korrekciós tag(ok) optimális értéke (amely megadja a mintavételi tervhez tartozó minimális kockázattal, vagy maximális várható fedezettel járó beavatkozási határ(oka)t).

Kapcsolódó saját közlemények:
(Kosztján, et al., 2008a), (Kosztján, et al., 2008c),
(Kovács, et al., 2009)

T2.2: A mintavételi tervek és a hozzájuk tartozó optimális korrekciós tagok közül kiválaszthatók azok, amelyek esetén a megfelelés-értékelés (mintavételezés és mérés) és a döntés kimenetelének várható fedezete maximális.

Kapcsolódó saját közlemények:
(Csizmadia, et al., 2008), (Kosztján, et al., 2008b),
(Kosztján, et al., 2008c)

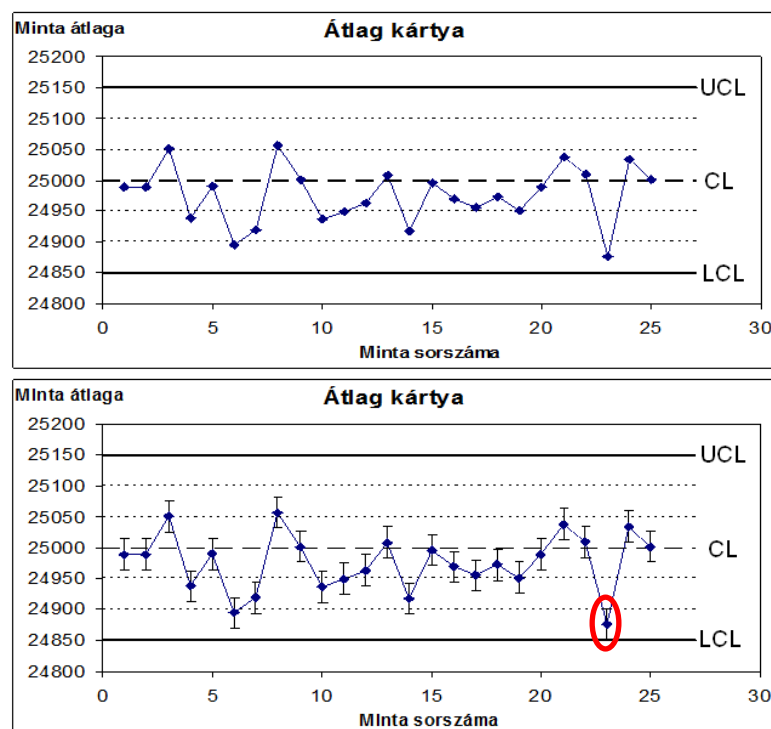
2.3.2. A mérési bizonytalanság kezelése szabályozó kártyák alkalmazásában

A megfelelés vizsgálatában gyakran használnak szabályozó kártyákat, mivel azok több információt szolgáltatnak a folyamatról, mint az egyszerű hisztogramok. A szabályozó kártyákat megbízhatóság alapon szerkesztik, nem veszik figyelembe a döntési kockázatokat és a mérési bizonytalanságot. E kártyák esetében már nem a tűréshatároknak való megfelelést ellenőrzik, hanem a folyamat stabilitását, így a

korábban definiált négy döntési kimenetel, és a hozzájuk tartozó feltételes fedezetek is módosulnak a tartalmukban. A nem-megfelelőség itt szabályozatlanságot jelent, és a beavatkozás vagy a beavatkozás elmaradásának költségét és esetleges bevételeit kell vizsgálnunk.

H3: Kidolgozható a szabályozó kártyák egy új csoportja, amely lehetővé teszi a kockázat-alapú megfelelőség-szabályozást (folyamatszabályozást).

A szabályozó kártyáknál a mért értéket nem a tűréshatárokkal, hanem a beavatkozási vagy szabályozási határokkal vetik össze. A mérési pontokat helyettesíthetjük intervallumokkal. Mely intervallumok hosszát úgy határozzuk meg, hogy a túlszabályozásból és az alulszabályozásból származó összes kockázat minimális legyen. Egy mérési intervallum akkor tekinthető a beavatkozási/szabályozási határon belülinek, ha teljes terjedelmével a határon belül van (10. ábra). A korábban (5. ábra) már bemutatott ekvivalens átalakítás itt is elvégezhető, az intervallumok alkalmazása helyett a beavatkozási határokat módosítjuk.



10. ábra: Felül a szokványos átlagkártya, alul a mérési bizonytalanság figyelembe vétele kockázat alapon meghatározott intervallumokkal.

A mintavételes vizsgálathoz elkészített szimuláció kezdeti lépései, a tényleges értékek és a mérési bizonytalanság generálása, a mért értékek előállítása ugyanúgy felhasználható a szabályzókárták vizsgálatára. A tűréshatárok mellett azonban a szabályozási határokra is szükségünk van. Az alsó (LCL – lower control limit) és felső (UCL – upper control limit) szabályozási határokat a vizsgált kártyára jellemző, gyakorlatban szokásos határkialakítás szabályait figyelembe véve határoztam meg. Az így kapott határoktól való eltérést adja meg a K_L és K_U értéke. Ez azt jelenti, hogy korábban a tűréshatárokhoz (LSL és USL) rendeltem korrekciós tagokat, mivel a tűréshatárok egyben elfogadási határok is voltak. A szabályozó kártyáknál az elfogadási és a tűréshatárok szétválásával a korrekciós tag elválik a tűréshatártól, csak az elfogadási határhoz illeszkedik. Így megmarad a korrekciós tagok döntési szabályt módosító értelmezése. Valójában korábban sem módosította a technológiai jellegű tűréshatárokat, hiszen azok termék vagy folyamat tervezésekor kerülnek kialakításra és az alapvető működést befolyásolja a teljesülésük vagy nem teljesülésük.

A középérték stabilitását vizsgáló kártyák közül a legelterjedtebben használt átlagkártát, valamint a kisebb várható érték eltolódásokra az átlagkártánál jobban érzékeny mozgóátlag (MA) és exponenciálisan súlyozott mozgóátlag (EWMA) kártyákat vizsgáltam. A szóródás stabilitását vizsgáló kártyák közül szintén a legismertebbeket, a terjedelem és szórás kártyákat választottam.

A szimulációkat úgy is elkészíthettem volna, hogy egyből az új beavatkozási határok értékeit keressék, az eredmények kiértékelése szempontjából mindegy, hogy az új LCL^* és UCL^* értékeket keressék Monte Carlo szimulációval vagy $LCL+K_L$ és $UCL-K_U$ értékeket. Az utóbbi megoldást azért tartom hasznosabbnak, mert megmutatja, hogy a várható fedezet maximálásához kell-e és milyen mértékben változtatni a kiinduló/eredeti beavatkozási határokat. A kiinduló beavatkozási határoknál a szokásos megoldást, a középvonaltól számított háromszoros (kártypontokra vonatkozó) szórás távolságot vettem alapul. Ettől el lehet térni, ha a vizsgált gyakorlati esetben más határkialakítási szabályokat használnak.

A cél minden esetben a döntési kimenetek, ezen belül is főként az első és másodfajú döntési hibák, bekövetkezési valószínűségének megváltoztatása úgy, hogy a várható fedezet maximális legyen. Mivel a különböző kártyákon az egyes ábrázolandó pontok számítási módja más és más, ezért a hozzájuk tartozó szórás is változni fog, sőt a pontok szóródását leíró eloszlásfüggvény típusa is változhat kártyáról-kártyára. Ennek folyamányaként nem használhatjuk ugyanazt a $K_{L,opt}$ és $K_{U,opt}$ optimális korrekciós

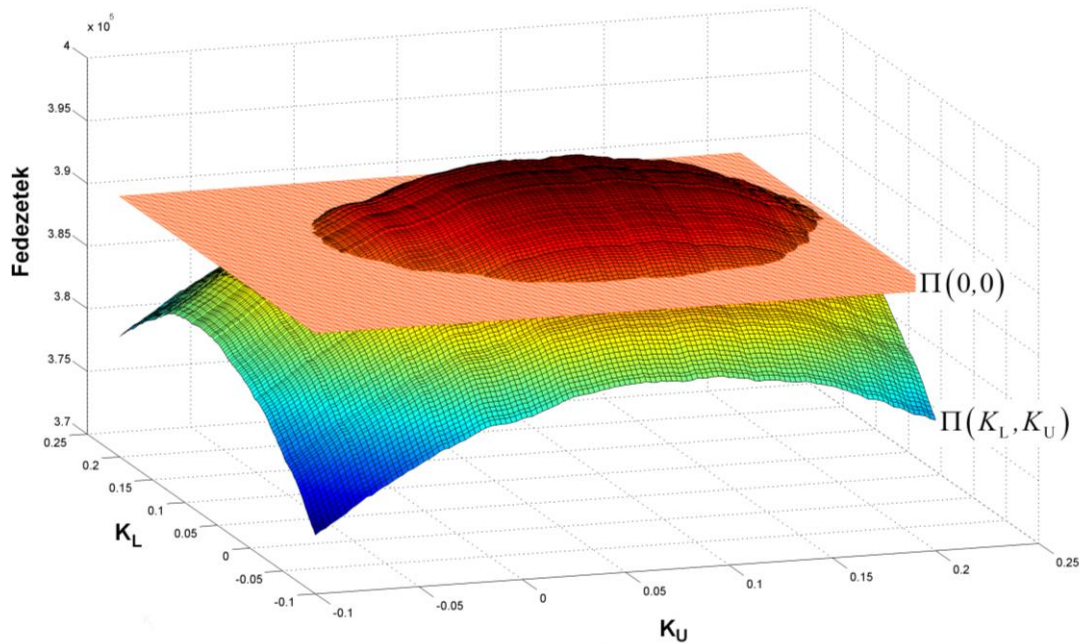
tényező párost minden esetben, azokat minden kártyára és mérési szituációra külön meg kell határozni.

Tekintsünk egy magyarázó példát: Van egy normális eloszlásúnak feltételezett tényleges értékünk $\mu_x=100$ és $\sigma_x=12$ paraméterekkel. Valamint e jellemző mérési eredményéhez társuló mérési hiba szintén normális eloszlással, $\mu_m=2$ és $\sigma_m=0,8$ paraméterekkel. A jellemző stabilitásának vizsgálatára elkészítjük a fent említett kártyákat, és összehasonlítjuk 2 millió mintavétel és ötelemű minták adatai alapján (10. táblázat). A mozgóátlag kártya pontjainak számításához 4 egymást követő mintát veszünk figyelembe ($w=4$). Az exponenciálisan súlyozott mozgóátlag kártyánál $\lambda=0,2$. A döntéshez kapcsolódó fedezetek legyenek $\pi_{11}=1$; $\pi_{10}=-3$; $\pi_{01}=-9$ és $\pi_{00}=-3$, így a döntési hibák veszteségének aránya $q=0,4$. Ideális döntésnek azt tekintetem, ha nem létezne mérési bizonytalanság, és a valós értékek alapján megalkotott beavatkozási határokhoz viszonyítanánk a valós értékekből kiszámított kártyapontokat.

10. táblázat: Példa a szabályozó kártyák határainak módosítására

Kártya típusa	$K_{L,opt}$	$K_{U,opt}$	A valós döntés fedezete az ideális %-ában	Optimális döntés fedezete az ideális %-ában	Optimális döntés fedezete a valós %-ában
átlag	0,0775	0,0925	69,34%	70,13%	101,14%
MA	0,0375	0,04	69,18%	69,90%	101,04%
EWMA	0,03	0,03	69,38%	70,05%	100,97%
R	0,15	<0	99,56%	99,57%	100,01%
s	0,06	<0	99,63%	99,63%	100,01%

A szóródást vizsgáló kártyák módosítás nélkül is az ideálishoz sokkal közelebbi fedezet értéket eredményeztek, mint a középértéket vizsgálók. Ezeken a beavatkozási határok (alsó és felső egyaránt) felfelé mozdításával lehetett minimálisan javítani, hisz a mérési bizonytalanság varianciája hozzáadódott a valós értékek varianciájához. A középértéket figyelő kártyákon nagyjából 1% fedezetnövekedést lehetett elérni az eredeti, mérési bizonytalanságot és döntési kockázatokat figyelmen kívül hagyó, döntésekhez képest.



11. ábra: A $\Pi(K_L, K_U)$ fedezet alakulása K_L és K_U függvényében, a $\Pi(0,0)$ -hoz viszonyítva átlagkártya alkalmazása esetén

Minden mást változatlanul hagyva módosítsuk a fajlagos fedezetek arányát úgy, hogy csak az egyik értéket változtatjuk. Ha növekszik a másodfajú hiba veszteségének értéke, azaz a hozzá tartozó fedezet csökken -9 -ről $\pi_{01} = -19$ -re és a $q=0,2$ lesz, akkor a $K_{L,opt}$ és $K_{U,opt}$ értéke is növekszik rendre $0,256$ -re és $0,290$ -re, azaz szigorodnak az beavatkozási határaink. Ha tovább növekszik másodfajú hiba vesztesége, és $\pi_{01} = -39$ (azaz $q=0,1$) lesz, akkor tovább szigorodnak a beavatkozási határok: $K_{L,opt}=0,420$ és $K_{U,opt}=0,450$. A szimulációs vizsgálatok alapján a következő tézist fogalmaztam meg.

T3: A döntéshez kapcsolódó fedezetek várható értéke maximálható a mérési bizonytalanság és a döntési kimenetek költségeinek és bevételeinek figyelembe vételével a Shewhart-féle átlag, terjedelem, szórás, valamint a mozgó átlag (MA), exponenciálisan súlyozott mozgóátlag (EWMA) szabályozó kártyák beavatkozási határainak optimális megadásával.

Kapcsolódó saját közlemények:
(Kosztyán, et al., 2008c), (Hegedűs & Vastag, 2013)

2.4. A mérési bizonytalanság figyelembevétele előrejelzések során

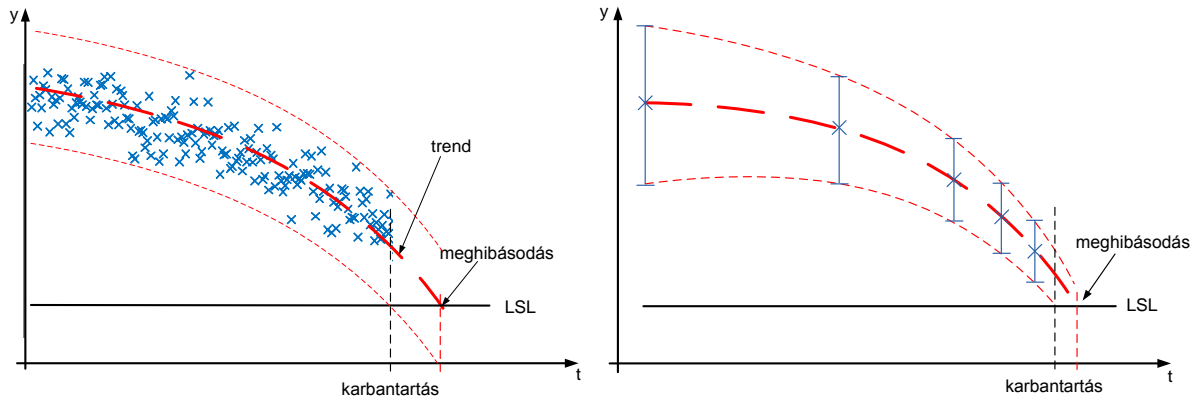
A felmerülő költségek tovább csökkenthetők, ha előrejelezzük a várható meghibásodást nem pedig utólag reagálunk rá. Az előrejelzésre használt sztochasztikus folyamatmodellek esetében is felvetődik annak a lehetősége, hogy a mérési és becslési bizonytalanságot és döntési kockázatokat figyelembe vevő modellbázisú szabályozást alakítsunk ki. Ehhez azonban az kell, hogy a mérési és becslési bizonytalanságot meg tudjuk különböztetni a sztochasztikus modellben lévő zaj többi összetevőjétől.

A **K4**-es kérdéshez már nem született hipotézis és tézis, annak részletesebb megválaszolása, kidolgozása további kutatások részét képezi. A kutatás eddigi eredményei a következő alfejezetben láthatóak.

Feltételezés: A vizsgált jellemző előrejelzett értékére alapozott döntések esetén is lehet a döntési kockázatokat minimáló szabályokat kialakítani a bizonytalanságok figyelembe vételével.

2.4.1. Mérési bizonytalanság figyelembevétele trend jelenlétekor

Állapotfüggő karbantartás esetén, ha kopás, degradáció lép fel a berendezésnél, akkor az ehhez tartozó vizsgált folyamatjellemző lefutása valamilyen trendet mutat, célszerű azt idősorosan vizsgálni. Ahhoz hogy lineáris sztochasztikus folyamatmodellekkel kezelni tudjuk, dekomponálni kell a karakterisztika értékeinek idősorát. A trend adja meg a várható értéket az előrejelzésünkben. Ehhez az előrejelzéshez kapcsolódó bizonytalanságot pedig a véletlen ingadozás értékéből, a mintavételezési gyakoriságból, mintanagyságból és az előrejelzés időtávjából kapjuk meg. Ha azonos időközönként veszünk mintát, akkor a trend körüli konfidencia intervallum állandó szélességű lesz. Az intervallum alsó és felső határa párhuzamosan fut a trend alatt illetve felett. (12. ábra bal oldala).



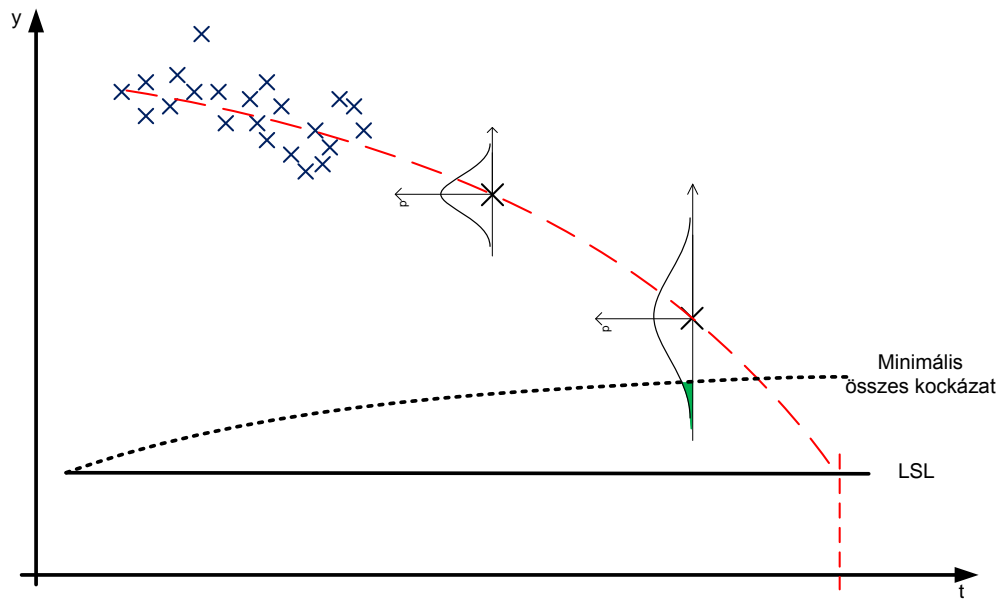
12. ábra: A mért értékekhez tartozó konfidencia intervallum

Azonos megbízhatóság mellett csökkenthető a konfidencia intervallum szélessége, ha az LSL-hez közeledve gyakrabban veszünk mintát (12. ábra jobb oldala), mert ekkor a mintából egyre kevesebb sokasági elemre következtetünk. A konfidencia intervallum nagysága:

$$INT_{1-\alpha} = \bar{y} \pm t_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{1 - \frac{n}{N}} \quad (2.16)$$

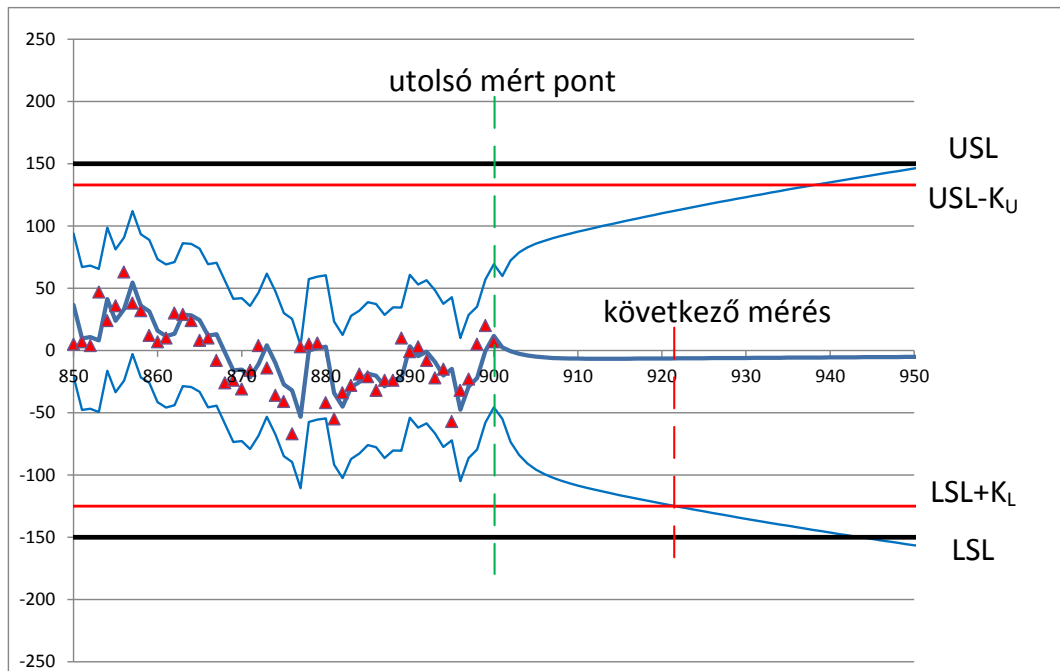
ahol n a minta nagysága, N a sokaság, amire a mintából következtetünk, σ az összes bizonytalanság szórásként kifejezve, t pedig az $1-\alpha/2$ konfidencia szinthez tartozó Student-eloszlás értéke.

A dekomponálás után identifikáljuk a valós folyamatra legjobban illeszkedő sztochasztikus folyamatot, majd meghatározzuk a paramétereit. A validálás után pedig, ha megfelelően írja le a modell a folyamatot, előrejelzésre használhatjuk a modellt. A modell a korábbi értékek alapján következtet a következőkre, ezért minél távolabbra próbálunk előrejelezni, annál nagyobb lesz a bizonytalanság.



13. ábra: Az előrejelzés bizonytalansága nő az előrejelzés időtávjával

Az általam létrehozott módszer szerint az előrejelzéses megfelelésbiztosítás során a sztochasztikus folyamat identifikálási és validálási ideje alatt a korábban bemutatott kockázat-alapú mintavételes vagy szabályozó kártyás vizsgálatnak megfelelően járunk el. A tűrés- vagy elfogadási határokat a döntési kockázatoknak megfelelően változtatjuk. Ha kellő információnk van az előrejelzéshez, előrejelzünk és számítjuk, megjelenítjük az előrejelzéshez tartozó konfidencia intervallum alsó és felső határát. Ahol ez a határ metszi az új elfogadási vagy beavatkozási határt, ott kell elvégeznünk a következő mintavételt és méréseket, majd az eredmény alapján döntenünk (14. ábra).



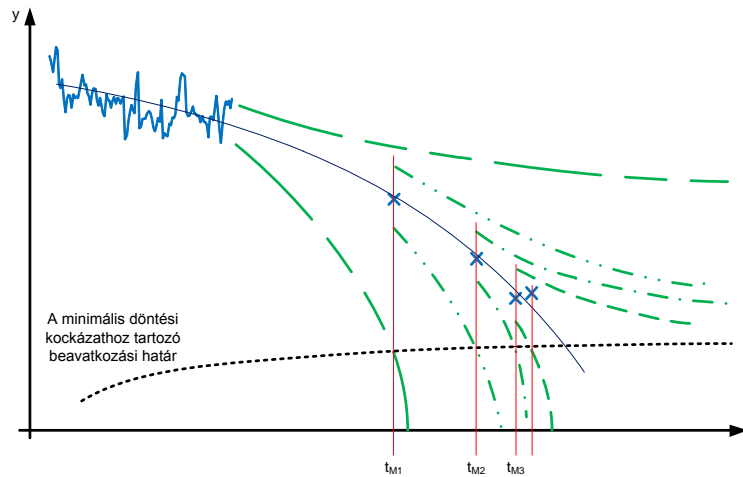
14. ábra: A vizsgált jellemző értékének előrejelzése az identifikációs és validációs szakasz után (stacioner eset).

Állapotfüggő karbantartás esetén, ha a vizsgált jellemző az egyik határ irányába mutató trenddel rendelkezik, ezt a határt figyelembe véve határozhatók meg a mintavételezési időpontok (15. ábra). Mivel a beavatkozás idejétől függ a fennmaradó kihasználatlan kapacitás mértéke és meghibásodás kockázata, a kockázatminimalizáló beavatkozási határ időben változni fog.

Szimulációval meghatározhatjuk vagy kiszámíthatjuk legkisebb kockázattal járó beavatkozási határt, ami az idő előrehaladtával változik. Kezdetben a mérési bizonytalanságból adódó másodfajú hiba kockázata kicsi, hiszen a vizsgált folyamatjellemző messze esik a tényleges meghibásodást okozó határértéktől, de a kopás miatt az idő előrehaladtával növekszik. Mivel a másodfajú hiba vesztesége nagyobb, mint az elsőfajú hiba vesztesége, (hiszen csak ekkor érdemes preventív karbantartást alkalmazni,) ez a növekedés gyorsabb lesz mint az első-fajú hiba kockázatának növekedése. Ezért a minimális összes kockázat görbéje növekedni fog (13. ábra és 15. ábra).

Ahol az előrejelzés konfidencia intervalluma metszi a minimális kockázat görbét (t_{M1}), ott kell elvégezni a következő mérést. Addig a pontig adott megbízhatóság mellett nem fog meghibásodni a berendezés. Az új mérési eredmény birtokában újra elvégezzük a dekomponálást, identifikálást és paraméterbecslést, majd ismét

előrejelzünk. Addig folytatjuk ezt az iterációt (t_{M2} , t_{M3}), amíg az előrejelzés konfidencia intervalluma és a trend körüli konfidencia intervallum elhanyagolható távolságban metszik a minimális kockázat görbét. Ebben a pontban már nem mérni, hanem karbantartani kell.



15. ábra: A mintavételezési időpontok állapotfüggő karbantartás esetén (kvázistacioner eset)

Az eredmények alapján az alábbi következtetést hoztam.

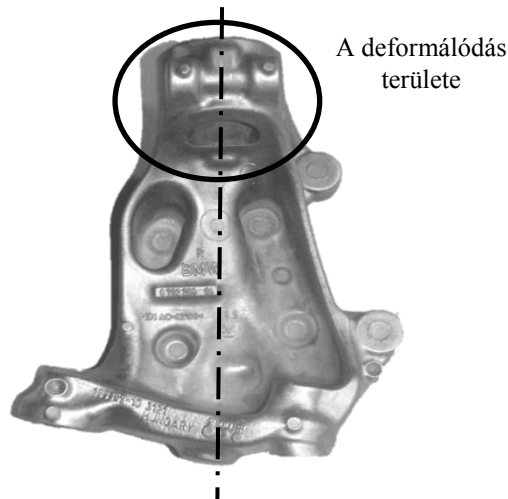
Következtetés: A mérési bizonytalanság és a döntési kimenetek költsége alapján az előrejelzett értékhez meghatározható egy olyan beavatkozási határ, amely adott megbízhatósági szint mellett minimalizálja a döntési kockázatokat, ha a vizsgált folyamat stacioner vagy kvázistacioner és leírható ARIMA folyamatokkal.

Kapcsolódó saját közlemények:
 (Kosztyán, et al., 2009), (Hegedűs & Kosztyán, 2010),
 (Hegedűs & Kosztyán, 2011), (Kosztyán & Hegedűs,
 2013)

3. Empirikus eredmények

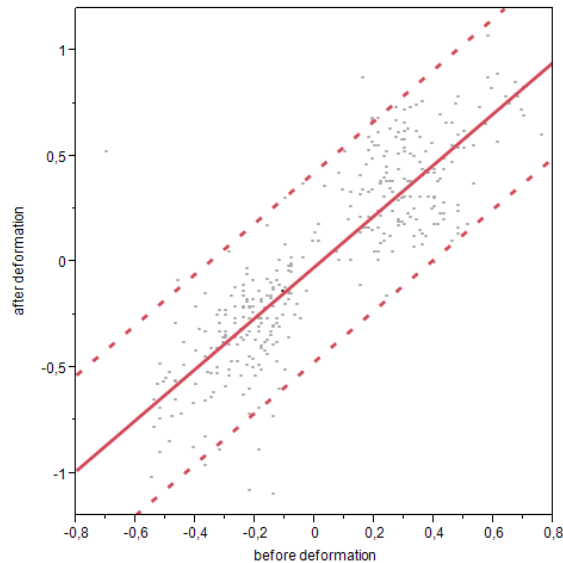
3.1. Kerékfelfüggesztés megfelelőségének szabályozása

A statisztikai ellenőrző kártyák használatának lehetőségeit egy alumínium öntvény megfelelőség-ellenőrzési példáján mutatom be. A vizsgált alkatrész köti össze az első futómű forgó részeit a lengéscsillapítóval és a felfüggesztéssel személyautókban. A lengéscsillapító csatlakoztatásánál kialakított furat középvonala nem térhet el az alkatrész a tengelyétől a végpontban mért 0,7 mm-nél nagyobb mértékben (a célérték 0 mm eltérés). Az értéket a hőkezelés előtt lemérik, de a hőkezelés és megeresztés ezt az eltérést tovább növelheti, módosíthatja. (Hegedűs & Vastag, 2013)



16. ábra: A deformálódás területe és a mérés referenciatengelye

A vizsgálatok alapján a hőkezelés előtti eltérés normális eloszlással jellemezhető $\mu=0,266$ várható értékkel és $\sigma=0,1459$ szórással. A hőkezelés előtti és utáni értékeket összevetve a kettő között pozitív lineáris kapcsolat fedezhető fel. Ha a két érték hányadosát vizsgáljuk, akkor a hőkezelés utáni eltérés/hőkezelés előtti eltérés hányados normális eloszlással jellemezhető (17. ábra), a következő paraméterekkel: $\mu_{def}=1,03$ és $\sigma_{def}=0,4$.

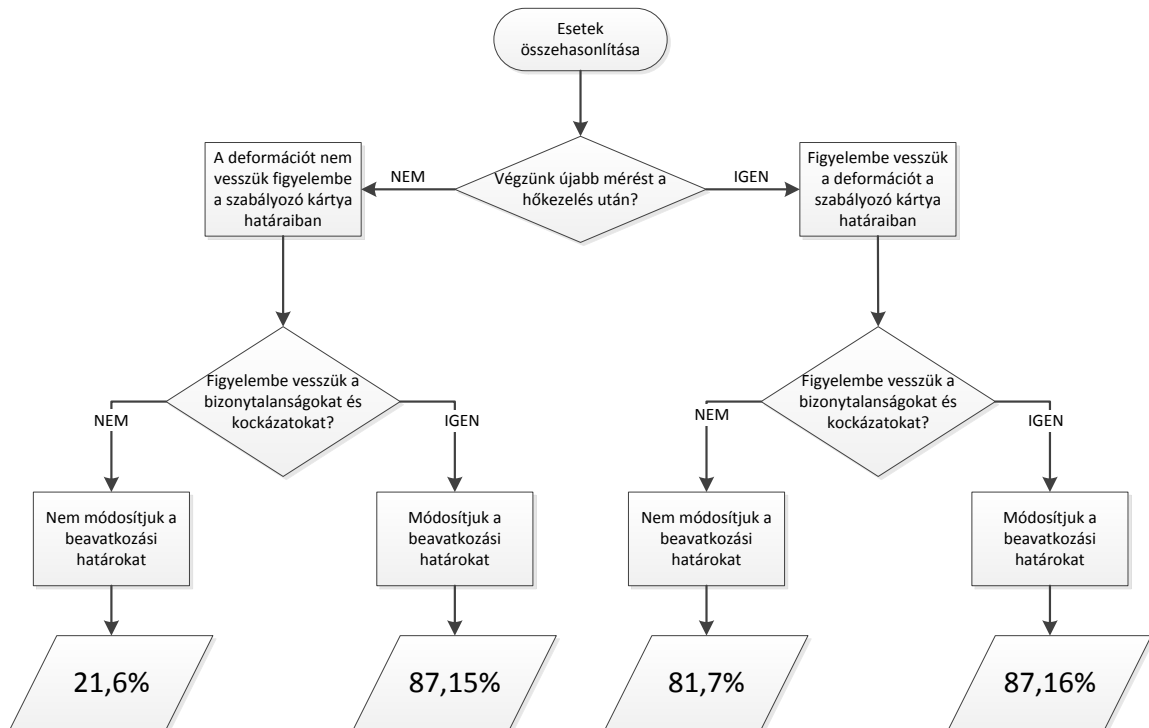


17. ábra: A deformálódás utáni érték a deformálódás előtti érték függvényében

A méréseket egy az alkatrészhez kialakított pozicionáló állvány és mikrométer együtteséből álló berendezés segítségével végzik, a pozicionálás azonban nem minden esetben tökéletes, így viszonylag nagy mérési bizonytalanság adódik a mérendő eredményhez ($\mu_m=0$ és $\sigma_m=0,0332$, normális eloszlást feltételezve itt is). A fajlagos fedezetek a következők szerint alakulnak: $\pi_{11}=4,5$; $\pi_{10}=-9,75$; $\pi_{01}=-12,75$ és $\pi_{00}=-8,25$. Négy esetet hasonlítottam össze a szimulációban az alábbi döntési fa logikáját követve (18. ábra). Az első lépésben arról döntünk, hogy a deformáció létezésének tudatában a hőkezelés után újra számítjuk-e a szabályozó határokat az átlagkártya hagyományos szabályai szerint. A következő lépésben pedig arról, hogy a deformációból adódó, a becslési és a mérési bizonytalanság, valamint a döntés kockázatának figyelembe vételével módosítjuk-e a határokat K_L és K_U korrekciós tényezőkkel. Az eredmények az ideális döntés fedezetének százalékában láthatóak. Ideálisnak az a döntés tekinthető, amelyet semmilyen bizonytalanság nem terhel, a tényleges érték alapján nyilvánítjuk megfelelőnek vagy nem-megfelelőnek a terméket.

Ha csak a hőkezelés előtt vizsgáljuk meg a terméket és figyelmen kívül hagyjuk a bizonytalanságokat és a kockázatokat, akkor az ideális döntés fedezetének 21,6%-át érjük csak el átlag-kártya használatakor. Ha továbbra sem vesszük figyelembe a kockázatokat és bizonytalanságokat, de a hőkezelés után (is) mérünk, és annak megfelelően döntünk, ez az érték 81,7%-ra nő. Ha a mérési, becslési és a deformációból adódó bizonytalanság, valamint a döntési következmények figyelembevételével módosítjuk a határokat, akkor 87,15% körüli értéket érünk el függetlenül attól, hogy a

hőkezelés előtt vagy után mértünk. Ez a fedezeti érték 302,6%-os javulását jelenti a mindent figyelmen kívül hagyó hőkezelés előtti szabályozáshoz képest és 6,86%-os javulást a hőkezelés után alkalmazott klasszikus szabályozó kártyával elért eredményhez képest. (Hegedűs, 2013)



18. ábra: Fedezetek a bizonytalanságok és kockázatok figyelembevételének függvényében az ideális eset fedezetéhez viszonyítva (Hegedűs, 2013)

Az átlag-kártya mellett mozgóátlag és exponenciálisan súlyozott mozgóátlag kártyára is szimulációkat végeztünk, ennek eredményeit a 11. táblázat foglalja össze. Az mind a fenti döntési fából, mind a táblázatból leolvasható, hogy a mérési bizonytalanságon kívül más bizonytalanságot is kezelni tudunk, amennyiben annak mértéke és következményei modellezhetők.

11. táblázat: A mérési bizonytalanság és a döntési kockázatok figyelembe vételével elérhető fedezetek

Kártya típusa			Veszteség a jó döntéshez képest (a jó döntés %-ában)	Elkerülhető veszteség (az eredeti döntés %-ában)
átlag	hőkezelés előtt	Eredeti döntés esetén	24,64	
		A mérési bizonytalanság és a döntési kockázatok figyelembevételével	16,52	32,95
	hőkezelés után	Eredeti döntés esetén	78,36	
		A mérési bizonytalanság, deformáció és a döntési kockázatok figyelembevételével	12,85	83,6
mozgóátlag	hőkezelés előtt	Eredeti döntés újraszámított határ esetén	18,44	
		A mérési bizonytalanság, deformáció és a döntési kockázatok figyelembevételével	12,84	30,37
	hőkezelés után	Eredeti döntés esetén	24,37	
		A mérési bizonytalanság, deformáció és a döntési kockázatok figyelembevételével	16,96	30,41
EWMA	hőkezelés előtt	Eredeti döntés újraszámított határ esetén	84,54	
		A mérési bizonytalanság, deformáció és a döntési kockázatok figyelembevételével	13,11	84,49
	hőkezelés után	Eredeti döntés esetén	18,47	
		A mérési bizonytalanság, deformáció és a döntési kockázatok figyelembevételével	13,08	29,18
EWMA	hőkezelés előtt	Eredeti döntés újraszámított határ esetén	24,63	
		A mérési bizonytalanság, deformáció és a döntési kockázatok figyelembevételével	17,25	29,96
	hőkezelés után	Eredeti döntés újraszámított határ esetén	92,96	
		A mérési bizonytalanság, deformáció és a döntési kockázatok figyelembevételével	13,3	85,69
EWMA	hőkezelés után	Eredeti döntés esetén	18,16	
		A mérési bizonytalanság, deformáció és a döntési kockázatok figyelembevételével	12,92	28,85

Saját eredmények, publikálva: (Hegedűs, et al., 2012), (Hegedűs & Vastag, 2013)

3.2. Fröccsöntött alkatrész megfelelőségének szabályozása

Egy másik autóalkatrész-gyártó fröccsöntéssel készít üzemanyag-pumpákhoz házakat. Az egyik fő összetevője ennek a háznak a karimás fedél, aminek csonkjain távozik az üzemanyag a motor felé, illetve tér vissza a felesleg. Ez a fedél az üzemanyag tartály felső részén kialakított kör alakú nyílásba illeszkedik. A megfelelő illeszkedés miatt a karima külső átmérőjének $121 \pm 0,2$ mm-nek kell lennie. Az átmérő megfelelőségének szabályozásához átlag-kártyát vezetnek.

Az átmérő Weibull-eloszlást követ $\alpha=121,018$ skála- és $\beta=1659,907$ alakparaméterrel. A mérési bizonytalanság normális eloszlású $\mu_m=0$ és $\sigma_m=0,038$ paraméterekkel.

A fedelet a megfelelőség-ellenőrzés után, a gyártás további lépéseiben hozzáhegesztik a villanymotort tartalmazó pumpaházhoz, így ha nem-megfelelő fedelet engedünk tovább, akkor azt a saját gyártási költségén túl a hegesztéssel rá kerülő részek gyártási költségei és a villanymotor visszanyerésének költségei is terhelik. Mivel a gyártási folyamat átmérőre vonatkozó képessége igen alacsony ($cp_k=0,704$), ezzel a $\pi_{01}=-19,31$ költséggel számolunk a másodfajú hiba elkövetésénél, a folyamat szabályozatlanul hagyásánál. Ha a kártya szabályozatlanságot mutat, akkor $\pi_{00}=-1,864$ és $\pi_{10}=-1,492$ költséggel számolunk, attól függően, hogy valóban be kellett avatkozni (π_{00}) vagy csak téves riasztás (elsőfajú hiba) volt (π_{10}). Ebben a három esetben csak költségekkel számolunk, míg bevételt csak a beavatkozás nélkül helyesen továbbengedett folyamat esetében tudunk vetíteni a félkész termékre, ekkor $\pi_{11}=0,372$.

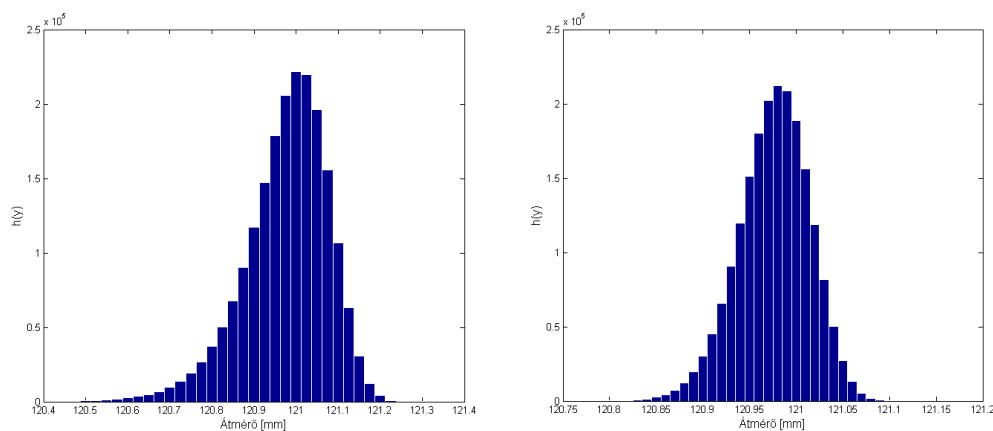
12. táblázat: Szabályozó határok normális és Weibull eloszlású változók esetén

Eloszlás	Minta elemszáma	LCL	$K_{L,opt}$	LCL_{opt}	UCL	$K_{U,opt}$	UCL_{opt}
Normális	3	120,8867	0,02	120,9067	121,0733	0,02	121,0533
	5	120,924	0,0175	120,9415	121,036	0,0175	121,0185
	7	120,94	0,015	120,955	121,0199	0,15	120,8699
Weibull	3	120,8751	0,0125	120,8876	121,0769	0,0225	121,0544
	5	120,9155	0,0175	120,933	121,9155	0,0175	121,898
	7	120,9328	0,015	120,9478	121,0192	0,015	121,0042

Megvizsgáltam 3, 5 és 7 elemű minták esetére is a kártyák használatát és meghatároztam az ezekhez kapcsolódó korrekciós tagok optimális értékét. A Weibull-eloszlás mellett a sokaságból számolt átlag és szórás paraméterekkel ($\mu_k=120,98$ és

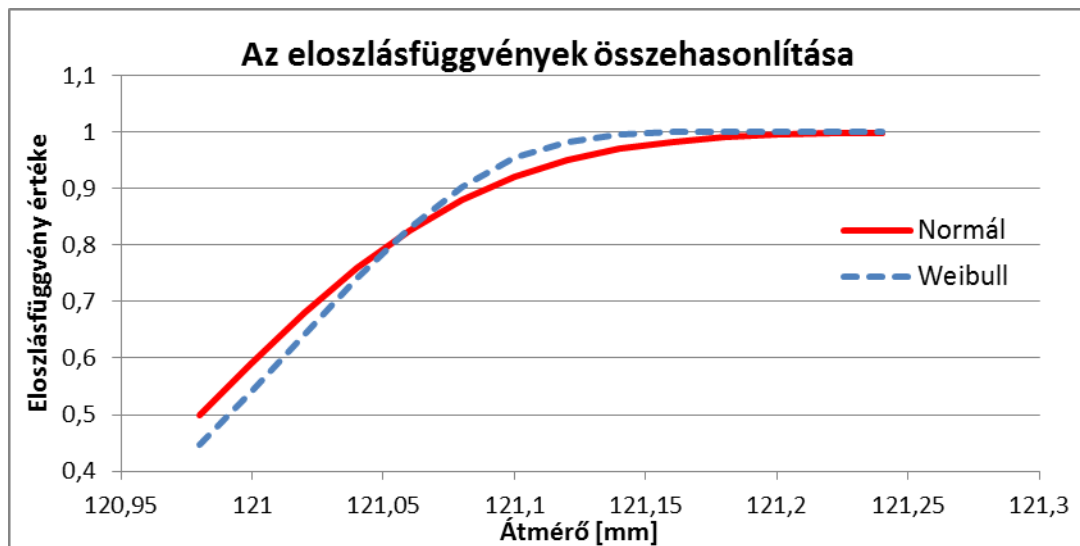
$\sigma_x=0,0852$) normál eloszlású változókra is (12. táblázat) elvégeztem a szimulációt. Mind a hat esetben a kiindulási beavatkozási határok a normális eloszlást feltételező általános kártyakialakítási szabályok ($\pm 3\sigma$ a középvonaltól) alapján kerültek kiszámításra.

A korrekciós tagok minden vizsgált esetben szűkítenek a beavatkozási határokon, de ez a szűkítés nem haladja meg a mérési bizonytalanság szórását egyik esetben sem. A vizsgált Weibull-eloszlás ferdesége $-0,9043$, ami a mintaátlagok számításánál csökken három elemből ($n=3$) számított kártyapontoknál -0.5218 , öt elemből -0.4029 és hét elemből -0.3414 (19. ábra) lesz ez az érték.



19. ábra: A Weibull-eloszlás ferdesége egyedi értékek esetében, és a 7 elemű minták átlagára

Alacsonyabb mintaelemszám esetében a ferdeség miatt kapunk különböző alsó és felső korrekciós tényezőket. A megfigyelés során becsült paraméterekkel felírt elméleti eloszlások kiemelt részlete is ezt az eltérést mutatja (20. ábra). A kétmillió szimulált mintavétel azonban nem elegendő ennek a különbségnek a kimutatására. Azaz azt mondhatjuk, hogy ebben az esetben, ha legalább 5 elemű mintát veszünk ppm szinten nem okoz veszteséget a normális eloszlás használata Weibull helyett.



20. ábra: A Weibull- és a normális eloszlás közötti különbség a várható értéktől jobbra

A döntési hibák költségei közötti nagy eltérés ($q=0,0965$) miatt, a beavatkozási határok módosításával a döntéshez kapcsolódó költségek 36,79%-a takarítható meg. Ez azonban csak a döntéshez kapcsolódó költség, a késztermék teljes költségéhez viszonyítva ez csak 0,856%-os csökkenés.

A döntéshez kapcsolódó költségváltozást a döntési kimenetek egyes esetei közötti arányok módosulása okozza. A vizsgált folyamat a gyártás 83%-ban szabályozott, ezt az átlagkártya ($n=5$) a kiinduló beállításokkal (13. táblázat) az estek 93,96%-ba helyesen, szabályozottnak is mutatja, a fennmaradó 100 028 esetben a 2 millióból elsőfajú hibát vétünk. Ennél azonban sokkal nagyobb baj, hogy a veszélyesebbnek ítélt másodfajú hiba is majdnem eléri ezt a szintet.

13. táblázat: A fröccsöntött fedél megfelelés-szabályozásának kiinduló esetei

	Továbbengedés		Beavatkozás		Összesen
	eset	százalék	eset	százalék	
Szabályozott	1 559 895		100 028		1 659 923
		77,99%		5,00%	83,00%
Szabályozatlan	93 937		246 140		340 077
		4,70%		12,31%	17,00%
Összesen	1 653 832		346 168		2 000 000
		82,69%		17,31%	100,00%

Hogy a négy esethez kapcsolódó fedezetek (itt többnyire csak költségek) alapján megtaláljuk azt az egyensúlyt, ami a maximális összes várható fedezetet nyújtja, át kell

rendeznünk kimenetek számosságának arányait. Ezt végzi el a szimuláció a korrekciós tényezők változtatásával. Az optimális K_L és K_U értékekhez tartozó esetszámok és bekövetkezési valószínűségek láthatóak a 14. táblázatban.

14. táblázat: Az esetek közötti arány az átalakítás után

	Továbbengedés		Beavatkozás		Összesen
	eset	százalék	eset	százalék	
Szabályozott	1 295 340		364 583		1 659 923
		64,77%		18,23%	83,00%
Szabályozatlan	23 160		316 917		340 077
		1,16%		15,85%	17,00%
Összesen	1 318 500		681 500		2 000 000
		65,93%		34,08%	100,00%

A beavatkozási határok a döntéseinkre lesznek hatással, az oszlopösszegek fognak változni. Mivel a hibás folyamat szabályozatlanul hagyását tartjuk költségesebbnek, ezért többször fogunk beavatkozni, majdnem megduplázódik a beavatkozások száma, 17,31%-ról 34,08%-ra. Ennek következményeként jelentősen növekszik az elsőfajú hibák aránya, de ez az ára annak, hogy 75,32%-kal tudtuk csökkenteni a másodfajú hibákat. Azaz a folyamat rossz képességei miatt „túlszabályozzuk” azt, a hagyományos szabályozó kártyák használatához képest többször kapunk riasztást, de ezzel a szükséges beavatkozások elmaradását is csökkentjük.

4. Eredmények összefoglalása

Kutatásom során olyan analitikus és szimulációs módszereket dolgoztam ki, amelyek a mérési bizonytalanság figyelembevételével csökkentik a döntési hibák kockázatát mindendarabos, mintavételes és előrejelzéses megfelelés-értékelési folyamatokban.

A mindendarabos méréses megfelelés-vizsgálatoknál analitikus számításokkal bemutattam, hogy az elfogadási határok módosítására korábban használt megbízhatóság központú, csak mérési bizonytalanságtól függő megközelítés tovább javítható, ha kockázatalapú megközelítésre térünk át.

Igazoltam, hogy az elfogadási határok kockázatminimáló módosítása mintavételes vizsgálatból származó adatokból is meghatározható, az így kapott korrekciós tagok sztochasztikusan konvergálnak a teljes sokaság jellemzőiből számolt értékekhez. Ez lehetőséget biztosít arra, hogy az analitikusan nehezen kezelhető esetekben szimulációval határozzuk meg az optimális elfogadási szabályt.

A korábbi megbízhatóság központú megközelítések normális eloszlású termék- vagy folyamatjellemzőket feltételeztek, így normálistól eltérő eloszlások esetén a döntési hibák száma eltért az előzetesen várttól. Az általam kidolgozott modellek e döntési hibák egymáshoz képesti arányát vizsgálják, nem feltételezik az adatok normalitását, így a normalitási kritérium nem teljesülésekor is megadják, hogy kell-e módosítani az elfogadási határokat és milyen mértékben ahhoz, hogy a döntés kockázata minimális legyen.

A mintavételi és mérési költségek megadásával meghatározható egy optimális mintavételezési terv is. A statisztikai folyamatszabályozásban alkalmazott szabályozó kártyák átalakításával a kártyák egy új osztályát hoztam létre, amely kockázat alapon adja meg az elfogadási határokat és figyelembe veszi a mérési bizonytalanságot.

A módszerek alkalmazásának feltétele, hogy mind a bizonytalanságot, mind a vizsgált minőségjellemzőt le tudjuk írni eloszlás- vagy sűrűségfüggvénnyel. Ha csak közelíteni tudjuk a tapasztalati eloszlást, akkor olyan elméleti eloszlásfüggvényt kell választanunk, amelynek a szélein jó az illeszkedése, hiszen ezek a részek fognak túllógni a tűrés- vagy elfogadási határon. Szükséges továbbá, hogy a döntési kimentelek száma véges legyen, és mindegyikhez véges mértékű pénzben kifejezett következményt tudjunk társítani. Amennyiben időszorként kezeljük a minőség- vagy folyamatjellemző értékeit ennek az idősnak stacionernek vagy stacionerré alakíthatónak kell lennie, ezt az alap

megbízhatóság központú módszerek is megkövetelik, amelyekre a kockázatalapú átalakítást elvégeztem.

A létrehozott módszerek és eszközök elsősorban a termelési és minőségügyi vezetők kezébe adnak egy olyan eszközt, amely a becslések bizonytalanságára vonatkozó adatok, valamint a döntési következmények gazdasági vonzatának beépítésével növeli a döntések során elérhető eredményt, csökkenti a döntések kockázatát.

Az itt bemutatott módszerek tovább bővíthetőek, ha nemcsak a termék előállítási folyamatának egy adott pontján vesszük figyelembe a bizonytalanságokat és a döntési kockázatokat, hanem a beépülési fa mentén kezeljük az egymásra ható termékjellemzők (például összeépülő alkatrészek méretei) vizsgálatokor fellépő bizonytalanságot. Így a bizonytalanság terjedése és a termék előállításának során növekvő hozzáadott érték is beépíthető a modellbe. Ennek alkalmazásához azonban a költségek és a folyamatok még pontosabb ismerete szükséges.

4.1. A dolgozat tézisei

T1: Ha egy mérési bizonytalansággal terhelt döntéshez tartozó kimenetelek, azok bekövetkezési valószínűségei, valamint a kimenetekhez tartozó következmények (véges pénzürtékben kifejezve) ismertek, akkor analitikusan felírható a mérési bizonytalanság és a várható fedezet közötti összefüggés. Az így kapott összefüggésből numerikusan meghatározható az elfogadási határok módosításának optimális értéke, amely a kapcsolódó fedezet várható értékének maximumát eredményezi. A túréshatár és az optimális elfogadási határ távolságát a K_{opt} optimális korrekciós tag adja meg.

Kapcsolódó saját közlemények:
(Hegedűs, 2009) (Kosztján, et al., 2010),
(Kovács, et al., 2010),

T2: A mintavételes megfigyelésekből meghatározott, a mérési bizonytalanságtól és a feltételes következményektől függő optimális korrekciós tag sztochasztikusan konvergál a mindendarabos vizsgálatból meghatározható optimális korrekciós taghoz.

Kapcsolódó saját közlemény:
(Kosztján & Hegedűs, 2011)

T2.1: Rögzített mintavételi terv esetén a minta jellemzőiből, a mérési bizonytalanságból, valamint a döntési kimenetekhez tartozó bevételekből és költségekből becsülhető a korrekciós tag(ok) optimális értéke (amely megadja a mintavételi tervhez tartozó minimális kockázattal, vagy maximális várható fedezettel járó beavatkozási határ(oka)t.

Kapcsolódó saját közlemények:
(Kosztján, et al., 2008a), (Kosztján, et al., 2008c),
(Kovács, et al., 2009)

T2.2: A mintavételi tervek és a hozzájuk tartozó optimális korrekciós tagok közül kiválaszthatók azok, amelyek esetén a megfelelőség-értékelés (mintavételezés és mérés) és a döntés kimenetelének várható fedezete maximális.

Kapcsolódó saját közlemények:
(Csizmadia, et al., 2008), (Kosztján, et al., 2008b),
(Kosztján, et al., 2008c)

T3: A döntéshez kapcsolódó fedezetek várható értéke maximálható a mérési bizonytalanság és a döntési kimenetek költségeinek és bevételeinek figyelembe vételével a Shewhart-féle átlag, terjedelem, szórás, valamint a mozgó átlag (MA), exponenciálisan súlyozott mozgóátlag (EWMA) szabályozó kártyák beavatkozási határainak optimális meghatározásával.

Kapcsolódó saját közlemények:
(Kosztján, et al., 2008c), (Hegedűs & Vastag, 2013)

4.2. Composition of theses

- T1:** The relationship between the measurement uncertainty and the expected monetary value of the decision can be analytically described if the outcomes of a decision that is subject to measurement uncertainty, and the probability and consequences (expressed as monetary values) of these outcomes are known. From this relationship the optimal value of acceptance limits, that maximizes the expected value of the associated profits, can be determined by numerical methods. The distance between the acceptance and the specification limits is specified as the optimal correction factor of the decision and it is noted with K_{opt} .
- T2:** The value of optimal correction component determined from sampling and affected by measurement uncertainty and conditional consequences converge stochastically to the value of the optimal correction component determined from continuous inspection.
- T2.1:** For a given sampling plan the optimal value(s) of correction component(s) can be estimated from the statistical properties of the sample, the measurement uncertainty and the costs and revenues of the decision outcomes. This optimal value (or these optimal values) lead(s) the control limit(s) that belong(s) to the minimal risk or maximal expected profit of the decision.
- T2.2:** The composite of a sampling plan and optimal correction factors that gives the maximal expected profit of the sampling conformity assessment and decision can be selected from the set of sampling plans and pertaining optimal correction components
- T3:** With the consideration of measurement uncertainty and the costs and revenues of decision outcomes the expected profit of decisions can be maximized by the determination of the optimal control limits of Shewhart's control charts for means, range and standard deviations, as well as for MA and EWMA charts.

5. Mellékletek

5.1. Analitikus megoldás a K optimális értékére exponenciális eloszlások esetén

Amennyiben csak egy alsó specifikációs határunk van (LSL) és mind a tényleges folyamat, mind a mérési bizonytalanság exponenciális eloszlást követ $f(x)=\lambda e^{-\lambda x}$, $x \geq 0$ és $g(m)=\eta e^{-\eta m}$, $m \geq 0$, $0 < \lambda < \eta$ sűrűségfüggvényekkel, az alábbi módon írható fel a (2.10). A jobb oldal nevezője, ha $LSL+K > 0$:

$$h(LSL + K) = \int_0^{LSL+K} \lambda e^{-\lambda x} \eta e^{-\eta(LSL+K-x)} dx = \lambda \eta e^{-\eta(LSL+K)} \int_0^{LSL+K} e^{-(\lambda-\eta)x} dx \quad (5.1)$$

$$h(LSL + K) = \frac{\lambda \eta}{\eta - \lambda} e^{-\eta(LSL+K)} \left(e^{-(\lambda-\eta)(LSL+K)} - 1 \right) = \frac{\lambda \eta}{\eta - \lambda} \left(e^{-\lambda(LSL+K)} - e^{-\eta(LSL+K)} \right) \quad (5.2)$$

A jobb oldal számlálója, ha $LSL > 0$:

$$\int_0^{LSL} \lambda e^{-\lambda x} \eta e^{-\eta(LSL+K-x)} dx = \lambda \eta e^{-\eta(LSL+K)} \int_0^{LSL} e^{-(\lambda-\eta)x} dx = \frac{\lambda \eta}{\eta - \lambda} e^{-\eta K} \left(e^{-\lambda LSL} - e^{-\eta LSL} \right) \quad (5.3)$$

Ebből a teljes (2.10) a következő:

$$q = \frac{e^{-\eta K} \left(e^{-\lambda LSL} - e^{-\eta LSL} \right)}{e^{-\lambda(LSL+K)} - e^{-\eta(LSL+K)}} = \frac{e^{-\eta K} \left(e^{-\lambda LSL} - e^{-\eta LSL} \right)}{e^{-\lambda K} e^{-\lambda LSL} - e^{-\eta K} e^{-\eta LSL}} \quad (5.4)$$

$$q = \frac{e^{-\eta K} \left(e^{-\lambda LSL} - e^{-\eta LSL} \right)}{e^{-\eta K} \left(e^{-\lambda K + \eta K} e^{-\lambda LSL} - e^{-\eta LSL} \right)} = \frac{\left(e^{-\lambda LSL} - e^{-\eta LSL} \right)}{e^{-(\lambda-\eta)K} e^{-\lambda LSL} - e^{-\eta LSL}} \quad (5.5)$$

$$e^{-(\lambda-\eta)K} = \frac{e^{-\lambda LSL} - e^{-\eta LSL}}{q e^{-\lambda LSL}} + \frac{e^{-\eta LSL}}{e^{-\lambda LSL}} = \frac{1 - e^{-(\eta-\lambda)LSL}}{q} + e^{-(\eta-\lambda)LSL} \quad (5.6)$$

$$K = \frac{\ln \left(\frac{1 - e^{-(\eta-\lambda)LSL} (1-q)}{q} \right)}{\eta - \lambda} = \frac{\ln \left[1 - e^{-(\eta-\lambda)LSL} (1-q) \right] - \ln q}{\eta - \lambda} \quad (5.7)$$

Ahol a logaritmuson belüli értékek pozitívnak kell lennie, különben nincs szélsőérték. Mivel a logaritmus argumentumában lévő kifejezés nevezője pozitív, $0 < q < 1$, a számlálónak is annak kell lennie.

$$\frac{1}{1-q} > e^{-(\eta-\lambda)\text{LSL}} \quad (5.8)$$

Ahhoz, hogy az így kapott szélsőérték a maximum legyen, a másodrendű deriválnak negatívnak kell lennie.

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \Delta \Pi(K)}{dx^2} &= \\ &= -\eta \frac{\lambda \eta}{\eta - \lambda} \left[(\pi_{00} - \pi_{01}) (e^{-\lambda \text{LSL}} - e^{-\eta \text{LSL}}) + (\pi_{11} - \pi_{10}) e^{-\lambda \text{LSL}} \right] e^{-\eta K} + \\ &\quad + \lambda \frac{\lambda \eta}{\eta - \lambda} (\pi_{11} - \pi_{10}) e^{-\lambda \text{LSL}} e^{-\lambda K} < 0 \end{aligned} \quad (5.9)$$

$$\lambda (\pi_{11} - \pi_{10}) e^{-\lambda \text{LSL}} e^{-\lambda K} < \eta \left[(\pi_{00} - \pi_{01}) (e^{-\lambda \text{LSL}} - e^{-\eta \text{LSL}}) + (\pi_{11} - \pi_{10}) e^{-\lambda \text{LSL}} \right] e^{-\eta K} \quad (5.10)$$

Mivel a jobboldal minden tagja pozitív a korábbi megkötések miatt, az alábbi átrendezést tehetjük:

$$\frac{\lambda}{\eta} \frac{(\pi_{11} - \pi_{10}) e^{-\lambda \text{LSL}}}{(\pi_{00} - \pi_{01}) (e^{-\lambda \text{LSL}} - e^{-\eta \text{LSL}}) + (\pi_{11} - \pi_{10}) e^{-\lambda \text{LSL}}} < e^{-(\eta-\lambda)K} \quad (5.11)$$

$$\frac{\lambda}{\eta} \frac{\pi_{11} - \pi_{10}}{(\pi_{11} - \pi_{10} + \pi_{00} - \pi_{01}) - (\pi_{00} - \pi_{01}) e^{-(\eta-\lambda)\text{LSL}}} < e^{-(\eta-\lambda)K} \quad (5.12)$$

A baloldal második törtjének nevezője az (5.8) összefüggés miatt pozitív, így mindkét oldalnak számíthatjuk a logaritmusát.

$$\begin{aligned} \ln \frac{\lambda}{\eta} + \ln(\pi_{11} - \pi_{10}) - \ln \left[(\pi_{11} - \pi_{10} + \pi_{00} - \pi_{01}) - (\pi_{00} - \pi_{01}) e^{-(\eta-\lambda)\text{LSL}} \right] < \\ < -(\eta - \lambda)K \end{aligned} \quad (5.13)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\lambda - \eta} \left\{ \ln \frac{\lambda}{\eta} + \ln(\pi_{11} - \pi_{10}) - \ln \left[(\pi_{11} - \pi_{10} + \pi_{00} - \pi_{01}) - (\pi_{00} - \pi_{01}) e^{-(\eta-\lambda)\text{LSL}} \right] \right\} > \\ > K \end{aligned} \quad (5.14)$$

Behelyettesítve az elsőrendű deriváltból kapott összefüggést K helyére

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\lambda - \eta} \left\{ \ln \frac{\lambda}{\eta} + \ln(\pi_{11} - \pi_{10}) - \ln \left[(\pi_{11} - \pi_{10} + \pi_{00} - \pi_{01}) - (\pi_{00} - \pi_{01}) e^{-(\eta - \lambda) \text{LSL}} \right] \right\} > \\ & > \frac{\ln \left[1 - e^{-(\eta - \lambda) \text{LSL}} (1 - q) \right] - \ln q}{\eta - \lambda} \end{aligned} \quad (5.15)$$

$$\begin{aligned} & \ln \left[(\pi_{11} - \pi_{10} + \pi_{00} - \pi_{01}) - (\pi_{00} - \pi_{01}) e^{-(\eta - \lambda) \text{LSL}} \right] - \ln \frac{\lambda}{\eta} - \ln(\pi_{11} - \pi_{10}) > \\ & > \ln \left[1 - e^{-(\eta - \lambda) \text{LSL}} (1 - q) \right] - \ln q \end{aligned} \quad (5.16)$$

$$\begin{aligned} & \ln \left[(\pi_{11} - \pi_{10} + \pi_{00} - \pi_{01}) - (\pi_{00} - \pi_{01}) e^{-(\eta - \lambda) \text{LSL}} \right] - \ln \frac{\lambda}{\eta} - \ln(\pi_{11} - \pi_{10}) > \\ & > \ln \left[1 - e^{-(\eta - \lambda) \text{LSL}} \frac{\pi_{00} - \pi_{01}}{\pi_{11} - \pi_{10} + \pi_{00} - \pi_{01}} \right] - \ln \frac{\pi_{11} - \pi_{10}}{\pi_{11} - \pi_{10} + \pi_{00} - \pi_{01}} \end{aligned} \quad (5.17)$$

$$\begin{aligned} & \ln \left[(\pi_{11} - \pi_{10} + \pi_{00} - \pi_{01}) - (\pi_{00} - \pi_{01}) e^{-(\eta - \lambda) \text{LSL}} \right] - \ln \frac{\lambda}{\eta} - \ln(\pi_{11} - \pi_{10}) > \\ & > \ln \left[1 - e^{-(\eta - \lambda) \text{LSL}} \frac{\pi_{00} - \pi_{01}}{\pi_{11} - \pi_{10} + \pi_{00} - \pi_{01}} \right] - \ln(\pi_{11} - \pi_{10}) + \ln(\pi_{11} - \pi_{10} + \pi_{00} - \pi_{01}) \end{aligned} \quad (5.18)$$

$$\begin{aligned} & \ln \left[(\pi_{11} - \pi_{10} + \pi_{00} - \pi_{01}) - (\pi_{00} - \pi_{01}) e^{-(\eta - \lambda) \text{LSL}} \right] - \ln \frac{\lambda}{\eta} - \ln(\pi_{11} - \pi_{10}) > \\ & > \ln \left[(\pi_{11} - \pi_{10} + \pi_{00} - \pi_{01}) - (\pi_{00} - \pi_{01}) e^{-(\eta - \lambda) \text{LSL}} \right] - \ln(\pi_{11} - \pi_{10}) \end{aligned} \quad (5.19)$$

Mindkét oldalról elhagyva az azonos tagokat

$$-\ln \frac{\lambda}{\eta} > 0 \Rightarrow \ln \frac{\lambda}{\eta} < 0 \quad (5.20)$$

$$\frac{\lambda}{\eta} < 1 \quad (5.21)$$

Ez utóbbi pedig teljesül a kiinduló $\lambda < \eta$ feltételből, azaz az első rendű derivált zérus helyéhez tartozó K érték a maximális várható fedezetet eredményezi.

5.2. Analitikus megoldás keresése K értékére normális eloszlások esetére

Legyen mind a valós folyamat, mind a mérési bizonytalanság normális eloszlású. Az egyszerűség kedvéért a mérési bizonytalanság kövessen standard normál eloszlást $[M \sim N(0,1)]$, a tényleges értékek eloszlásának paraméterei pedig μ_1 és σ_1 $[X \sim N(\mu_1, \sigma_1)]$.

Ekkor az $Y = (X+M) \sim N\left(\mu_1, \sqrt{\sigma_1^2 + 1}\right)$, a (2.10) nevezőjének képlete ennek megfelelően:

$$h(\text{LSL} + K) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{\sigma_1^2 + 1}} e^{-\frac{(\text{LSL} + K - \mu_1)^2}{2(\sigma_1^2 + 1)}} \quad (5.22)$$

A számláló pedig így írható fel:

$$\int_{-\infty}^{\text{LSL}} f(x) g(\text{LSL} + K - x) dx = \int_{-\infty}^{\text{LSL}} \frac{1}{2\pi\sigma_1} e^{-\frac{(x-\mu_1)^2}{2\sigma_1^2}} e^{-\frac{(\text{LSL} + K - x - 0)^2}{2}} dx \quad (5.23)$$

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\text{LSL}} f(x) g(\text{LSL} + K - x) dx = \\ & = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{\sigma_1^2 + 1}} e^{-\frac{\mu_1 + \sigma_1^2 (\text{LSL} + K)^2}{2(1 + \sigma_1^2)} + \frac{[\mu_1 + \sigma_1^2 (\text{LSL} + K)]^2}{2(1 + \sigma_1^2)^2}} \int_{-\infty}^{\text{LSL}} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \frac{\sigma_1}{\sqrt{\sigma_1^2 + 1}}} e^{-\frac{1}{2} \left(x - \frac{\mu_1 + \sigma_1^2 (\text{LSL} + K)}{\sigma_1^2 + 1} \right)^2 \frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2 + 1}} dx \end{aligned} \quad (5.24)$$

Legyen $a(K)$ és $b(K)$ a következő

$$a(K) = e^{-\frac{\mu_1 + \sigma_1^2 (\text{LSL} + K)^2}{2(1 + \sigma_1^2)} + \frac{[\mu_1 + \sigma_1^2 (\text{LSL} + K)]^2}{2(1 + \sigma_1^2)^2}} \quad (5.25)$$

$$b(K) = \frac{\mu_1 + \sigma_1^2 (\text{LSL} + K)}{\sigma_1^2 + 1} \quad (5.26)$$

Így a kiinduló (2.10) összefüggésünk:

$$q = \frac{a(K) \Phi \left(\frac{LSL - b(K)}{\frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2 + 1}} \right)}{e^{-\frac{(LSL+K-\mu_1)^2}{2(\sigma_1^2+1)}}} = e^{\frac{\mu_1(1+\mu_1)}{2}} e^{\frac{(LSL+K-\mu_1)^2}{2(\sigma_1^2+1)}} \Phi \left(\frac{LSL - b(K)}{\frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2 + 1}} \right) \quad (5.27)$$

$$qe^{-\frac{\mu_1(1+\mu_1)}{2}} = e^{\frac{(LSL+K-\mu_1)^2}{2(\sigma_1^2+1)}} \Phi \left(\frac{LSL - b(K)}{\frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2 + 1}} \right) \quad (5.28)$$

Ebből kellene kifejeznünk a K értékét az analitikus megoldáshoz, itt azonban mind a standard normális eloszlás eloszlásfüggvényében, mind azon kívül is szerepel a K . Így nem fejezhető ki zárt alakban.

Felhasznált irodalom

- Albers, W., Kallenberg, W. C. & Nurdiati, S., 2006. Data driven choice of control charts. *Journal of Statistical Planning and Inference*, Volume 136, pp. 909-941.
- Al-Othman, A. K., 2009. A fuzzy state estimator based on uncertain measurements. *Measurement*, Volume 42, pp. 628-637.
- Arunraj, N. S. & Maiti, J., 2010. Risk-based maintenance policy selection using AHP and goal programming. *Safety Science*, Volume 48, pp. 238-247.
- Aven, T., 2011. Interpretations of alternative uncertainty representations in reliability and risk analysis context. *Reliability Engineering and System Safety*, Volume 96, pp. 353-360.
- Bálint, J., 2006. *Minőség - Tanuljuk, tanítsuk, valósítsuk meg és fejlesszük tovább*. Budapest: Terc.
- Bartee, E. M., 1973. A holistic view of problem solving. *Management Science*, 20. kötet, pp. 439-448.
- Bélyácz, I., 2011. Kockázat és bizonytalanság a döntéshozatali alkalmazhatóság tükrében. *Hitelintézési Szemle*, 10(4), pp. 379-386.
- Ben-Daya, M. & Rahim, M. A., 2000. Effect of maintenance on the economic design of x-control chart. *European Journal of Operational Research*, 120(1), pp. 131-143.
- Biermann, S. H. & Fernandez, L., 1995. *Game Theory with Economic Applications*. Reading MA: Addison-Wesley.
- BIPM, et al., 1993. *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*. Geneva: International Organisation for Standardisation.
- Bolla, M. & Krámlí, A., 2005. *Statisztikai következtetések elmélete*. Budapest: Typotex.
- Campbell, S., 2006. Risk and the Subjectivity of Preference. *Journal of Risk Research*, Volume 9, pp. 225-242.
- Cassady, C. R., Bowden, R. O., Liew, L. & Pohl, E. A., 2000. Combining preventive maintenance and statistical process control: a preliminary investigation. *IIE Transactions*, 32(6), pp. 471-478.
- CENELEC, 1997. *Standard for the evaluation of measurement results taking measurement uncertainty into account*, Brussels: CENELEC.
- Chase, R. B., Jacobs, F. R. & Aquilano, N. J., 2006. *Operations Managements for Competitive Advantage*. 11 ed. New York: McGraw-Hill/Irwin.

- Chen, Y.-S. & Yang, Y.-M., 2002. An extension of Banerjee and Rahim's model for economic design of moving average control chart for a continuous flow process. *European Journal of Operational Research*, 16 December, 143(3), pp. 600-610.
- Crosby, P. B., 1979. *Quality is Free: The Art of Making Quality Certain*. New York: McGraw-Hill.
- Csizmadia, T., Kosztyán, Zs. T. & Hegedűs, Cs., 2008. *Minőség szabályozási és mérési bizonytalanságkezelési filozófiák alkalmazása a termelésirányításban*. Debrecen, "Hagyományok és új kihívások a menedzsmentben" nemzetközi konferencia (2008. október 2-3), pp. 156-161.
- D'Errico, G. E., 2009. Paradigms for uncertainty treatments: A comparative analysis with application to measurement. *Measurement*, Volume 42, pp. 494-500.
- da Silva Hack, P. & Schwengber ten Caten, C., 2012. Measurement Uncertainty: Literature Review and Research Trends. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 61(8), pp. 2116-2124.
- Dieck, R. H., 1997. Measurement uncertainty models. *ISA Transactions*, 36(1), pp. 29-35.
- Eisinger, S. & Rakowsky, U. K., 2001. Modeling of uncertainties in reliability centered maintenance - a probabilistic approach. *Reliability Engineering & System Safety*, Volume 71, pp. 159-164.
- Ellison, S. L. & Williams, A., 2007. *Use of uncertainty information in compliance assessment (Eurachem/CITAC Guide)*, hely nélkül: Eurachem.
- Éltető, Ö., Meszéna, G. & Ziermann, M., 1982. *Sztochasztikus módszerek és modellek*. Budapest: Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.
- Esseen, C.-G., 1956. A moment inequality with an application to the central limit theorem. *Skandinavisk Aktuarietidskrift (Scandinavian Actuarial Journal)*, Volume 39, pp. 160-170.
- Feigenbaum, A. V., 1956. Total Quality Control. *Harvard Business Review*, 34(6), pp. 93-101.
- Feigenbaum, A. V., 1991. *Teljes körű minőség szabályozás*. Budapest: ExQualitas Libri.
- Fisher, R. A., 1925. *Statistical Methods for Research Workers*. Edinburgh: Oliver and Boyd.
- Forbes, A. B., 2006. Measurement uncertainty and optimized conformance assessment. *Measurement*, Volume 39, pp. 808-814.

- Gaál, Z. & Szabó, L., 2007. *A menedzsment alapjai*. Veszprém: Pannon Egyetemi Kiadó.
- Gisbert, S., 2008. *MATLAB - Frissített kiadás*. Budapest: Typotex Kiadó.
- Hangos, K., Bokor, J. & Gerzson, M., 1995. *Computer controlled Systems*. Veszprém: Veszprémi Egyetemi Kiadó.
- Harry, M. & Schroeder, R., 2000. *Six Sigma: The Breakthrough Management Strategy Revolutionizing the World's Top Corporations*. New York: Random House.
- Hegedűs, Cs., 2009. *A mérési bizonytalanság figyelembe vétele gyártásirányító rendszereknél*. Győr, OGIK Gazdasági Informatikai Konferencia a CONFENIS 2009 társkonferenciája (2009. október 28-30.).
- Hegedűs, Cs., 2013. Kockázatalapú döntések támogatása a mérési bizonytalanság figyelembevételével. In: B. Beszteri, szerk. *A Felfedező Tudomány*. Győr: Széchenyi István Egyetem, p. Paper 11.
- Hegedűs, Cs. & Kosztyán, Zs. T., 2010. *Állapotfüggő karbantartás tervezhetőségének javítása*. Veszprém, XXII Nemzetközi Karbantartási Konferencia (2010. június 7-8.), pp. 165-177.
- Hegedűs, Cs. & Kosztyán, Zs. T., 2011. The Consideration of Measurement Uncertainty in Forecast and Maintenance Related Decisions. *Problems of Management in the 21st Century*, 1(1), pp. 46-59.
- Hegedűs, Cs., Kosztyán, Zs. T. & Katona, A., 2012. *Risk based enhancement of statistical control charts taking measurement uncertainty and shift of parameters into account*. University of Barcelona, Spain, 3rd World Conference on Information Technology (Nov 14-16 2012).
- Hegedűs, C., Kosztyán, Z. T. & Katona, A., 2013. Parameter drift in risk-based statistical control charts. *AWERProcedia Information Technology & Computer Science*, Volume 3, pp. 1360-1366.
- Hegedűs, Cs. & Vastag, Gy., 2013. A kockázat-alapú döntések a mintavételes minőségellenőrzésben a mérési bizonytalanság figyelembe vételével. *Vezetéstudomány*, XLIV(6. Klsz.), pp. 66-73.
- Heizer, J. & Render, B., 2011. *Operations Management*. Global Edition, Tenth ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall/Pearson.
- Hirshleifer, J. & Riley, J. G., 1992. Elements of Decision under Uncertainty. In: J. Hirshleifer & J. G. Riley, eds. *The Analytics of Uncertainty and Information*. Cambridge: Cambridge University Press, pp. 7-42.

- Howard, R. A., 1968. The foundation of decision analysis. *Systems Science and Cybernetics, IEEE Transactions on*, 4(3), pp. 211-219.
- Howard, R. A., 2007. Foundations of Decision Analysis Revisited. In: W. Edwards, R. F. J. Miles & D. von Winterfeld, eds. *Advances in Decision Analysis: From Foundations to Application*. New York: Cambridge University Press, pp. 32-56.
- Hurwicz, L., 1951. Optimality Criteria for Decision Making Under Ignorance. *Cowels Comission Discussing Paper, Statistics*, Volume 370.
- IEC CISPR, 1997. *Accounting for measurement uncertainty when determining compliance with a limit. (IEC CISPR/A/204/CD)*, Geneva: IEC.
- ILAC, 2009. *Guidelines on reporting of compliance with specification (ILAC-G8:03/2009)*, Silverwater: ILAC.
- ISO, 1998. *Geometrical Product Specification (GPS)—Inspection by measurement of workpieces and measuring instruments—Part I: Decision rules for proving conformance or non-conformance with specifications*, Geneva: International Organisation for Standarsitation. ISO 14253-1:1998.
- Jaynes, E. T., 2003. *Probability Theory: The Logic of Science*. New York: Cambridge University Press.
- Juran, J. M. & Godfrey, A. B., 1999. The quality control process. In: J. M. Juran & A. B. Godfrey, eds. *Juran's Quality Handbook*. New York: McGraw-Hill, pp. 4.1-4.29.
- Juran, J. M. & Gryna, F. M., 1976. *A minőség tervezése és elemzése*. Budapest: Műszaki Könyvkiadó.
- Juran, J. M., Gryna, F. M. J. & Bingham, R. S. J., 1974. *Quality Control Handbook*. 3 ed. New York: McGraw-Hill.
- Kao, S.-C. & Ho, C., 2007. Robustness of R-chart to non normality. *Communications in Statistics: Simulation and Computation*, September, 36(5), pp. 1089-1098.
- Kemény, S., Papp, L. & Deák, A., 1999. *Statisztikai minőség- (megfelelőség-) szabálysítás*. Budapest: Műszaki Könyvkiadó.
- Ketskemény, L., Izsó, L. & Könyves Tóth, E., 2011. *Bevezetés az IBM SPSS Statistcs programrendszerbe*. 3. szerk. Budapest: Artéria Stúdió Kft..
- Khan, F. I. & Haddara, M. M., 2003. Risk-based Maintenance: a quantitative approach for maintenance/inspection scheduling and planning. *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*, 16(6), pp. 561-573.
- Kindler, J., 1987. A kockázat döntésméleti közelítése. In: A. Vári, szerk. *Kockázat és társadalom*. Budapest: Akadémiai Kiadó, pp. 13-24.

- Kindler, J., 1991. *Fejezetek a döntésmélethez*. Budapest: BKE-Aula Kiadó.
- Kirchgässner, G., Wolters, J. & Hassler, U., 2013. *Introduction to modern time series analysis*. 2 ed. Heidelberg: Springer.
- Kirkup, L. & Frenkel, R. B., 2006. *An Introduction to Uncertainty in Measurement Using the GUM (Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement)*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Knight, F. H., 1921. *Risk, Uncertainty, and Profit*. Boston, MA: Hart, Schaffner & Marx – Houghton Mifflin Co..
- Koczor, Z., 2008. *Minőségirányítási rendszerek fejlesztése*. Budapest: TÜV Rheinland Akadémia.
- Koczor, Z., Göndör, V. & Gregász, T., 2005. A mérési tevékenység folyamatos fejlesztése. *Magyar Minőség*, 14(5), pp. 21-26.
- Kolmogorov, A. N., 1933. *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung*. Berlin: Julius Springer.
- Kosztján, Zs. T., Csizmadia, T. & Hegedűs, Cs., 2008a. *A mérési bizonytalanság kezelése mindendarabos és mintavételes mérések esetén*. Budapest, BGF Magyar Tudomány Napja 2008 Tudományos Konferencia (2008. november 6-7.).
- Kosztján, Zs. T., Csizmadia, T. & Hegedűs, Cs., 2008b. *Mérési bizonytalanság figyelembevétele mintavételes megfelelőség-vizsgálatnál*. Veszprém, XX. Nemzetközi Karbantartási Konferencia (2008. június 13-15), pp. 152-162.
- Kosztján, Zs. T., Csizmadia, T. & Hegedűs, Cs., 2008c. *Mérési bizonytalanság kezelése a megfelelőség értékelésében*. In: *Komplex Műszaki Tanácsadó*. Budapest: Verlag Dashöfer.
- Kosztján, Zs. T., Csizmadia, T., Hegedűs, Cs. & Kovács, Z., 2009. *A new approach to forecasting conformity treating measurement uncertainty in SPC*. Debrecen, AVA (International Congress on the Aspects and Vision of Applied Economics and Informatics) (March 26 2009), pp. 1274-1283.
- Kosztján, Zs. T., Csizmadia, T., Hegedűs, Cs. & Kovács, Z., 2010. *Treating measurement uncertainty in complete conformity control system*. In: T. Sobh, ed. *Innovations and Advances in Computer Sciences and Engineering*. Dordrecht: Springer Netherlands, pp. 79-84.
- Kosztján, Zs. T., Eppeldauer, G. P. & Schanda, J. D., 2010. *Matrix-based color measurement corrections of tristimulus colorimeters*. *Applied Optics*, 49(12), p. 2288–2301.

- Kosztján, Zs. T. & Hegedűs, Cs., 2011. A mérési bizonytalanság kockázat alapú kezelése megfelelőségi döntésekben ipari körülmények között. *Sigma*, XLII(1-2), pp. 43-55.
- Kosztján, Zs. T. & Hegedűs, Cs., 2013. Computer Aided Diagnostic Methods to Forecast Condition-Based Maintenance Tasks. *Lecture Notes in Electrical Engineering*, Volume 151, pp. 367-380.
- Kovács, E., 2011. A kockázat mint látens fogalom. *Hitelintézeti Szemle*, 10(4), pp. 349-359.
- Kovács, Z., Hegedűs, Cs., Kosztján, Zs. T. & Csizmadia, T., 2009. *Bizonytalanságok figyelembe vétele műszaki diagnosztika esetén*. Veszprém, XXI. Nemzetközi Karbantartási Konferencia (2009. június 8-9.), pp. 159-168.
- Kovács, Z., Kosztján, Zs. T., Csizmadia, T. & Hegedűs, Cs., 2010. Mérési bizonytalanság figyelembevétele a megfelelőség értékelésekor. *Minőség és Megbízhatóság*, 43(2), pp. 87-93.
- Kovács, Z. & Pató Gáborné Szűcs, B., 2006. *Kockázatmenedzsment a karbantartásban*. Veszprém, "Megbízhatóság és kultúra" XVIII. Nemzetközi Karbantartási Konferencia (2006. június 12-14.), pp. 1-6.
- Kő, A. & Lovrics, L., 2000. Döntéstámogató rendszerek. In: A. Gábor, szerk. *Válogatott fejezetek az információmenedzsmentből*. Budapest: Aula Kiadó, p. 5. fejezet.
- Lazur, L., 2002. A mérési bizonytalanság jelentősége a kijelölt vizsgáló, tanúsító és ellenőrző tevékenységben I. rész. *Minőség és Megbízhatóság*, 2002/1. kötet, pp. 3-8.
- Lee, B. H. & Rahim, M. A., 2001. An integrated economic design model for quality control, replacement, and maintenance. *Quality Engineering*, 13(4), pp. 581-593.
- Lew, M. J., 2012. Bad statistical practice in pharmacology (and other basic biomedical disciplines): you probably don't know P. *British Journal of Pharmacology*, Volume 166, pp. 1559-1567.
- Lira, I., 2002. *Evaluating the Measurement Uncertainty: Fundamentals and Practical Guidance*. Bristol: IOP Publishing.
- Magyar Szabványügyi Testület, 2005. *Vizsgáló- és kalibrálólaboratóriumok felkészültségének általános követelményei (MSZ EN ISO/IEC 17025:2001)*, Budapest: Magyar Szabványügyi Testület.
- Mauris, G., Lasserre, V. & Foulloy, L., 2001. A fuzzy approach for the expression of uncertainty in measurement. *Measurement*, Volume 29, pp. 165-177.

- Maxwell, J. C., 1882. Letter to Lewis Campbell (1850). In: L. Campbell & W. Garrett, eds. *The life of James Clerk Maxwell*. London: Macmillan & Co., p. 78.
- Medvegyev, P., 2011. Néhány megjegyzés a kockázat, bizonytalanság, valószínűség kérdéséhez. *Hitelintézeti Szemle*, 10(4), pp. 314-324.
- Montgomery, D. C., 1996. *Introduction to Statistical Quality Control*. 3rd Edition szerk. hely nélk.: John Wiley & Sons.
- Montgomery, D. C., 2008. *Introduction to Statistical Quality Control*. 6 ed. Jefferson City: John Wiley & Sons.
- Neumann, J. & Morgenstern, O., 1944. *Theory of Games and Economic Behaviour*. Princeton NJ: Princeton University Press.
- Neyman, J. & Pearson, E. S., 1933. On the Problem of the Most Efficient Tests of Statistical Hypotheses. *Philosophical Transaction of the Royal Society London A*, 231(694-706), pp. 289-337.
- Nikolaidis, Y. & Nenes, G., 2008. Economic Evaluation of ISO 2859 Acceptance Sampling Plans Used with Rectifying Inspection of Rejected Lots. *Quality Engineering*, 21(1), pp. 10-23.
- Paté-Cornell, E., 2007. Probabilistic risk analysis versus decision analysis: Similarities, differences and illustrations. In: M. Abdellaoui, R. D. Luce, M. J. Machina & B. Munier, eds. *Uncertainty and Risk: Mental, Formal, Experimental Representations*. Berlin Heidelberg New York: Springer, pp. 223-242.
- Pendrill, L. R., 2006. Optimised measurement uncertainty and decision-making when sampling by variables or by attribute. *Measurement*, Volume 39, pp. 829-840.
- Pyzdek, T., 1990. *Pyzdek's guide to SPC. Volume I (Fundamentals)*. Tucson AZ: Quality Publishing.
- Raiffa, H., 1970. *Decision Analysis - Introductory Lectures on Choices under Uncertainty*. 2 ed. Reading, MA: Addison-Wesley.
- Rédey, K. & Szentmiklósi, M., 2000. *Az SPSS for Windows szoftver alkalmazása ARIMA-modell készítésére időrelemzés és előrejelzés céljából*. [Online] Available at: <ftp://jegyzet.sth.sze.hu/!Gazdinfo/Statisztikai.algoritmusok/GYAK/gyak12/arima/ARIMA1.DOC>
- [Hozzáférés dátuma: 15 08 2011].
- Renn, O., 1992. Concepts of Risk: A Classification. In: S. Krimsky & D. Golding, szerk. *Social Theories of Risk*. Westport, CT: Praeger, pp. 53-82.

- Rényi, A., 1955. On a new axiomatic theory of probability. *Acta Mathematica Academiae Scientiarum Hungaricae*, 6(3), pp. 285-335.
- Rényi, A., 1967. *Levelek a valószínűségről*. Budapest: Akadémiai Kiadó.
- Rényi, A., 1981. *Valószínűségszámítás*. 4. szerk. Budapest: Tankönyvkiadó.
- Rossi, G. B. & Crenna, F., 2006. A probabilistic approach to measurement-based decision. *Measurement*, Volume 39, pp. 101-119.
- Rowe, W. D., 1977. *An Anatomy of Risk*. New York: John Wiley.
- Russell, R. S. & Taylor, B. W., 2000. *Operations Management*. 3 ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
- Savage, L. J., 1951. The Theory of Statistical Decision. *Journal of the American Statistical Association*, 46(253), pp. 55-67.
- Savage, L. J., 1972. *Foundations of Statistics*. 2 ed. New York: John Wiley & Sons.
- Schilling, E. G. & Nelson, P. R., 1976. The Effect of Non-Normality on the Control Limits of X-charts. *Journal of Quality Technology*, 8(4), pp. 183-188.
- Schilling, E. G. & Neubauer, D. V., 2009. *Acceptance Sampling in Quality Control*. 2 ed. Boca Raton: CRC Press.
- Schroeder, R. G., 1981. *Operations Management: Decisions Making in the Operations Function*. 3rd ed. New York: McGraw-Hill.
- Shevtsova, I., 2011. *On the absolute constants in the Berry-Esseen type inequalities for identically distributed summands*, s.l.: arXiv:1111.6554.
- Shewhart, W. A., 1931. *Economic control of quality of manufactured product*. New York: D Van Nostrand Company.
- Simon, H. A., 1982. *A vezetői döntés új tudománya*. Budapest: Statisztikai Kiadó Vállalat.
- Slack, N., Chambers, S. & Johnston, R., 2007. *Operations Management*. 5 ed. Essex: Prentice Hall.
- Stausberg, M. & Kranefeld, A., 2008. *Minőségköltiségek*. Gutassy, Attila szerk. Budapest: RAABE.
- Szabó, G. Cs., 2010. A menedzserek és a kockázat békés egymás mellett élése. *Harvard Business Review (magyar kiadás)*, 12(2), pp. 20-28.
- Szeifert, F., Chován, T., Nagy, L. & Almásy, G., 2000. *Rendszermodellek - Rendszeranalízis*. Veszprém: Veszprémi Egyetemi Kiadó.
- Szentpéteri, Sz., 1980. *Gazdasági döntések bizonytalanság esetén*. Budapest: Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.

- Szépfalusy, P., 1982. *A káosz*. Budapest: Akadémiai Kiadó.
- Taleb, N. N., Goldstein, D. G. & Spitznagel, M. W., 2010. A kockázatkezelés hat melléfogása. *Harvard Business Review (magyar kiadás)*, 12(2), pp. 15-19.
- Terán, P., 2007. Probabilistic foundations for measurement modelling with fuzzy random variables. *Fuzzy Sets and Systems*, Volume 158, pp. 973-986.
- Tribus, M. T., 1969. *Rational descriptions, decisions, and designs*. New York: Pergamon Press.
- Urbanski, M. K. & Wasowski, J., 2003. Fuzzy approach to the theory of measurement inexactness. *Measurement*, 34. kötet, pp. 67-74.
- Várlaki, P., 1986. *Bevezetés a statisztikai rendszer-identifikációba*. Budapest: Műszaki könyvkiadó.
- Veress, G., szerk., 1999. *A minőségügy alapjai*. Budapest: Műszaki Könyvkiadó.
- Vilbaste, M. et al., 2010. Can coverage factor 2 be interpreted as an equivalent to 95% coverage level in uncertainty estimation? Two case studies. *Measurement*, Volume 43, pp. 392-399.
- von Mises, R., 1957. *Probability, Statistics and Truth*. 2 ed. New York: Macmillan.
- Wald, A., 1950. *Statistical Decision Functions*. New York: Wiley.
- Wang, C. M. & Iyer, H. K., 2006. A generalized confidence interval for a measurand in the presence of type-A and type-B uncertainties. *Measurement*, 39(9), pp. 856-863.
- Wang, H., 2009. Comparison of p control charts for low defective rate. *Computational Statistics and Data Analysis*, 53(12), pp. 4210-4220.
- Whirlpool, 1978. *Total Quality Assurance: Total Cost of Quality*. s.l.:s.n.
- Whitworth, W. A., 1965. *Choice and Chance*. New York: Hafner.
- Wirandi, J. & Lauber, A., 2006. Uncertainty and traceable calibration – how modern measurement concepts improve product quality in process industry. *Measurement*, 39(7), pp. 612-620.
- Yaffee, R. A. & McGee, M., 2000. *Introduction to time series analysis and forecasting with application of SAS and SPSS*. Boston: Academic Press.
- Zoltayné Paprika, Z., 2005. *Döntésemélet*. Budapest: Alinea Kiadó.