

## SZENT ISTVÁN EGYETEM

# Silók gravitációs és vibrációs ürítése

# Doktori (PhD) értekezés Safranyik Ferenc

Gödöllő 2016

A doktori iskola megnevezése:	Műszaki Tudományi Doktori Iskola
tudományága:	Agrárműszaki tudományok
vezetője:	Prof. Dr. Farkas István egyetemi tanár, DSc SZIE, Gépészmérnöki Kar
Témavezető:	Prof. Dr. M. Csizmadia Béla egyetemi tanár, CSc SZIE, Gépészmérnöki Kar, Mechanikai és Géptani Intézet
Társ-témavezető:	Dr. Oldal István

**l'árs-témavezető:** Dr. Oldal István egyetemi docens, PhD SZIE, Gépészmérnöki Kar, Mechanikai és Géptani Intézet

az iskolavezető jóváhagyása

a témavezető jóváhagyása

### TARTALOMJEGYZÉK

JE	LÖLI	ÉSJEGYZÉK	. 1
1.	1. BEVEZETÉS, CÉLKITŰZÉSEK		
	1.1.	A téma időszerűsége, jelentősége	. 9
	1.2.	Célkitűzések	. 10
2.	SZA	KIRODALMI ÁTTEKINTÉS	. 12
	2.1.	Szemcsés halmazok leírása, osztályozása	. 12
	2.2.	Szemcsehalmazok fizikai tulajdonságai	. 13
		2.2.1. A szemcsék mérete és alakja	. 13
		2.2.2. Nedvességtartalom	. 13
		2.2.3. A szemcsék között ható vonzóerők	. 14
		2.2.4. Porszerű halmazok speciális tulajdonságai	. 15
	2.3.	Szemcsés halmazok mechanikai modellezése	. 16
		2.3.1. Kontinuum modellezés	. 16
		2.3.2. Mikroszerkezeti modellezés	. 17
		2.3.3. Kontinuum modelleknél használatos mechanikai jellemzők	. 19
		2.3.4. Kohéziómentes halmazok mikroszerkezeti modellezése	. 22
		2.3.5. Kohéziós halmazok mikroszerkezeti modellezése	. 24
		2.3.6. A diszkrét elemes módszer alkalmazhatóságának korlátai	. 26
	2.4.	Anyag- és tönkremeneteli jellemzők kísérleti meghatározása	. 27
	2.5.	Mezőgazdasági szemcsés halmazok tárolása silóban	. 29
		2.5.1. Szemcsés halmazok boltozódása silókban	. 29
		2.5.2. Silók gravitációs ürítése	. 30
		2.5.3. Kifolyási modellek	. 32
		2.5.4. Silók ürítésekor jelentkező leggyakoribb problémák	. 36
		2.5.5. Kitároló berendezések	. 37
		2.5.6. Nehezen folyó halmazok gyakorlati problémái	. 39
	2.6.	Silók vibrációs ürítése	. 41
		2.6.1. A rezgések szemcsés halmazokra gyakorolt hatása	. 41
		2.6.2. Gerjesztés silókifolyásra gyakorolt hatása	. 44
	2.7.	A szakirodalmi áttekintés összefoglaló értékelése	. 47
3.	ANY	AG ÉS MÓDSZER	. 49
	3.1.	Kísérleti silómodellek	. 49
		3.1.1. Hengeres silók szabad kifolyásának vizsgálata	. 49
		3.1.2. Szögletes silók szabad kifolyásának vizsgálata	. 50
		3.1.3. Hengeres silók vibrációs ürítésének vizsgálata	. 52
	3.2.	A diszkrét elemes módszer alkalmazhatósági korlátai	. 55
		3.2.1. A mikromechanikai paraméterek meghatározása	. 55
		3.2.2. A numerikus modellek számításigényének csökkentése	. 57
	3.3.	Silókifolyás mikroszerkezeti modellezése	. 58
		3.3.1. Szemcse- és kapcsolati modell	. 58
		3.3.2. A szimulációs folyamat leírása	. 60
		3.3.3. A vibrációs kifolyás diszkrét elemes modellezése	. 61
4.	ERE	DMENYEK	. 65
	4.1.	A mikroszerkezeti paraméterek meghatározási módszere	. 65
		4.1.1. Paraméterérzékenység vizsgálat	. 66
		4.1.2. A félautomata kalibrációs algoritmus	. 70
	4.2.	A diszkrét elemes módszer alkalmazhatóságának kiterjesztése	. 71
		4.2.1. Paraméterérzékenység vizsgálat	. 71

	4.2.2. A szemcseméret-korrekciós eljárás hitelesítése	76
	4.2.3. A szemcseméret-korrekciós eljárás alkalmazhatósági határai	77
	4.3. Általánosított, numerikus silómodell	78
	4.3.1. A kifolyási mód meghatározása	78
	4.3.2. A kifolyási tömegáram meghatározása	79
	4.4. Az Oldal-féle analitikus kifolyási modell kiterjesztése	80
	4.4.1. A számítási eredmények hitelesítése	82
	4.4.2. Az alkalmazhatósági határok kijelölése	84
	4.5. Szemestermények vibrációs ürítése	85
	4.6. Kohéziós szemcsés halmazok vibrációs ürítése	87
	4.7. Új tudományos eredmények	89
5.	KÖVETKEZTETÉSEK ÉS JAVASLATOK	92
6.	ÖSSZEFOGLALÁS	93
7.	SUMMARY	94
8.	MELLÉKLETEK	95
	M1: Irodalomjegyzék	95
	M2: Az értekezés témaköréhez kapcsolódó saját publikációk	99
	M3: A nyíróvizsgála programkódja	101
	M4: A kalibrációs algoritmus programkódja	105
9.	KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS	109

#### Jelölések:

$oldsymbol{A}(x,y,z)$	alakváltozási tenzormező	[-]
A	rezgésamplitúdó	
$A_H$	a Hamaker-féle állandó	
$A_u$	felület a kinematikai peremfeltételek előírásához	$[\mathrm{mm}^2]$
$A_p$	felület a dinamikai peremfeltételek előírásához	$[\mathrm{mm}^2]$
$A_t$	felület	$[\mathrm{mm}^2]$
$\mathbf{a}(t)$	a teljes rendszer gyorsulásvektora	[-]
$\mathbf{a}^{i}(t)$	az $i$ -edik diszkrét elem gyorsulásvektora	[-]
a	a szögletes siló kifolyónyílásának szélessége	[mm]
$a_V$	a szemcsék felülete közti távolság	[mm]
b, c	a szögletes silótest mélysége és szélessége	[mm]
$oldsymbol{C}(x,y,z)$	anyagjellemzők mátrixa	[MPa]
$C_r$	ütközési tényező	[-]
D	a silótest átmérője	[mm]
$D_h$	hidraulikus átmérő	[mm]
d	a kifolyónyílás átmérője	[-]
$d_p$	a szemcsék jellemző mérete	[mm]
$d_1, d_2$	szemcseátmérők	[mm]
$dF_n$	normálerő növekménye	[N]
$dF_t$	érintő irányú erő növekménye	[N]
$dM_n$	normál irányú nyomaték növekménye	[Nm]
$dM_t$	érintő irányú nyomaték növekménye	[Nm]
dt	időlépés	$[\mathbf{s}]$
$oldsymbol{F}(x,y,z)$	feszültségi tenzormező	[MPa]
E	rugalmassági modulus	[MPa]
$E_0$	a rugalmassági modulus kezdeti értéke	[MPa]
$F_C$	Coulomb-féle elektrosztatikus vonzóerő	[N]
$F_F$	a szemcsék közti folyadékhidakban keletkező vonzóerő	[N]
$F_V$	Van der Waals-féle vonzóerő	[N]
$F_n$	az elemek közti normálerő	[N]
$F_{nc}$	az elemek közti normálerő elasztikus komponense	[N]
$F_{nk}$	az elemek közti normálerő csillapító komponense	[N]
$F_S$	nyugalmi súrlódási erő	[N]
$F_t$	az elemek közti érintő irányú erő	[N]
$F_{tc}$	az elemek közti érintő irányú erő elasztikus komponense	[N]
$F_{tk}$	az elemek közti érintő irányú erő csillapító komponense	[N]
f	rezgésfrekvencia	[Hz]
ff	a kritikus folyási tényező	[-]

$ff_a$	a pillanatnyi folyási tényező	[-]
G	csúsztató rugalmassági modulus	
$G_0$	redukált csúsztató rugalmassági modulus	[MPa]
g	gravitációs gyorsulás	$\left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right]$
Н	ejtési magasság	[m]
h	a boltozat magassága	[mm]
$h_u$	visszapattanás utáni magasság	[m]
J	tehetetlenségi nyomaték	$[\mathrm{kgm}^2]$
$k_B$	Beverloo-féle állandó	[-]
$k_e$	elméleti ütközési tényező	[-]
$k_n, k_t$	normál- és érintő irányú csillapítási tényező	$\left[\frac{\text{Ns}}{\text{m}}\right]$
$\boldsymbol{M}(t)$	a teljes rendszer inerciamátrixa	[-]
$oldsymbol{M}^i(t)$	az $i$ -edik diszkrét elem inerciamátrixa	[-]
$M_R$	a gördülési ellenállás nyomatéka	[Nm]
m	tömeg	[kg]
$m_0$	redukált tömeg	[kg]
$m_1, m_2$	a szemcsék tömege	[kg]
$\mathbf{n}(x,y,z)$	felületi normálvektor	[mm]
$\mathbf{u}(t)$	a teljes rendszer elmozdulásvektora	[-]
$\mathbf{u}^{i}(t)$	az $i$ -edik diszkrét elem elmozdulásvektora	[-]
$\mathbf{u}(x,y,z)$	elmozdulási vektormező	[mm]
$\mathbf{u}_{0}$	kinematikai peremfeltétel	[mm]
$\mathbf{p}_0$	dinamikai peremfeltétel	[N]
Q	térfogatáram	$\left[\frac{\text{m3}}{\text{s}}\right]$
$\mathbf{q}(t, \mathbf{u}(t), \mathbf{v}(t))$	a teljes rendszer terhelésvektora	[-]
$\mathbf{q}^i(t, \mathbf{u}^i(t), \mathbf{v}^i(t))$	az $i$ -edik diszkrét elem terhelésvektora	[-]
$q_{eff}$	effektív gyorsulás	[-]
$q_1, q_2$	a szemcsék töltése	[C]
R	a kötési híd sugara	[mm]
$R_i$	az érintkezési pont és a súlypont közti távolság	[mm]
$R_0$	redukált szemcsesugár	[mm]
$R_1, R_2$	szemcsesugarak	[mm]
r	a szemcsék tömegközéppontja közti távolság	[mm]
$r_p$	szemcsesugár	[mm]
$r_t$	szemcsék súlypontja közti távolság	[mm]
$r_{p0}$	a szemcsesugár kezdőértéke	[mm]
$r_1, r_2$	a szemcsék közötti folyadékhíd geometriai jellemzői	[mm]
S	a halmaz töltöttségi foka	[-]
$S_{n,t}$	a kötési híd normál- és érintő irányú merevsége	[MPa]

$S_{\tau}$	fajlagos nyírószilárdság	[-]
$s_n,  s_t$	normál- és érintő irányú rugómerevség	$\left[\frac{N}{m}\right]$
Т	periódusidő	$[\mathbf{s}]$
$t_0$	kezdő időpont	$[\mathbf{s}]$
$t_{bond}$	a kötési hidak bekapcsolási időpontja	$[\mathbf{s}]$
V	a szemcsés halmaz össztérfogata	$[\mathrm{mm}^3]$
$V_n$	a halmazban lévő nedvességgel kitöltött térfogat	$[\mathrm{mm}^3]$
$V_p$	a szemcsés halmazban lévő teljes pórustérfogat	$[\mathrm{mm}^3]$
$\mathbf{v}(t)$	a teljes rendszer sebességvektora	[-]
$v_{max}$	a rezgés sebesség-amplitúdója	$\left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]$
$\mathbf{v}^{i}(t)$	az $i$ -edik diszkrét elem sebességvektora	[-]
$v_{im}$	ütközési sebesség	$\left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]$
$v_{nrel}$	az elemek normál irányú relatív sebessége	$\left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]$
$v_{trel}$	az elemek érintő irányú relatív sebessége	$\left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]$
$v_{n,t}$	az elemek normál- és érintő irányú sebessége	$\left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]$
W	kifolyási tömegáram	$\left[\frac{\text{kg}}{\text{s}}\right]$
$W_0$	gerjesztés nélkül mért kifolyási tömegáram	$\left[\frac{\text{kg}}{\text{s}}\right]$

#### Görög betűk:

$\alpha, \alpha_0, \alpha_1$	fázisszögek	[-]
$\beta_R,  \gamma_R$	Roscoe-féle empirikus állandók	[-]
Γ	fajlagos gyorsulás	[-]
$\gamma$	fajsúly	$\left[\frac{N}{mm^3}\right]$
$\Delta \alpha$	dimenzió nélküli ütközési idő	[-]
δ	a boltozat alaktényezője	[-]
$\Delta t$	szimulációs időlépték	[s]
$\Delta t_0$	a szimulációs időlépték kezdeti értéke	$[\mathbf{s}]$
$\delta_n$	az elemek normál irányú összenyomódása	[mm]
$\delta_t$	az elemek érintő irányú összenyomódása	[mm]
ε	porozitás	[-]
$\varepsilon_0$	a szemcsék dielektromos állandója	$\left[\frac{\mathrm{As}}{\mathrm{Vm}}\right]$
$\theta$	silógarat félkúpszöge	[°]
$\mu_b$	a szemcsehalmaz belső súrlódási tényezője	[-]
$\mu_k$	a szemcsehalmaz külső súrlódási tényezője	[-]
$\mu_r$	a gördülési ellenállás tényezője	[mm]
$\mu_0$	nyugalmi súrlódási tényező	[-]
ν	Poisson-tényező	[-]
$ u_0$	a Poisson-tényező kezdeti értéke	[-]
ρ	sűrűség	$\left[\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\right]$

$ ho_h$	halmazsűrűség	$\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right]$
$ ho_p$	halmaz pórusait kitöltő anyag sűrűsége	
$ ho_0$	a sűrűség kezdeti értéke	
$\sigma_C$	nyomószilárdság	[MPa]
$\sigma_F$	a folyadékhíd felületi feszültsége	[MPa]
$\sigma_n$	a kötési hidak húzószilárdsága	[MPa]
$\sigma_{n0}$	a kötési hidak húzószilárdságának kezdőértéke	[MPa]
$\sigma_{x,y,z}$	normálfeszültség komponensei	[MPa]
$\sigma_I$	konszolidációs feszültség	[MPa]
τ	gerjesztéssel mért nyírószilárdság	[MPa]
$ au_c$	kohézió	[MPa]
$ au_{nm}$	a kötési hidak nyírószilárdsága	[MPa]
$ au_{nm0}$	a kötési hidak nyírószilárdságának kezdőértéke	[MPa]
$ au_0$	gerjesztés nélkül mért nyírószilárdság	[MPa]
$ au_{\infty}$	a nyírószilárdság határértéke	[MPa]
$\varphi$	elemek közti súrlódási tényező	[-]
$arphi_0$	az elemek közti súrlódási tényező kezdőértéke	[-]
$\varphi_b$	a szemcsés halmaz belső súrlódási szöge	[°]
$\varphi_{\max}$	a szemcsehalmaz külső súrlódási szöge	[°]
$\varphi_r$	természetes rézsűszög	[°]
$arphi_r'$	kiömlési rézsűszög	[°]
$\Psi$	fajlagos kifolyási tömegáram	[-]
ω	a rezgés körfrekvenciája	[Hz]
$\omega_i$	mértékegység nélküli szögsebesség	[-]
$\omega_n, \ \omega_t$	a szögsebesség normál- és érintő irányú komponense	$\left[\frac{1}{s}\right]$

#### Operátorok:

$\nabla$ Hamilton-féle differenciáloperátor	[-]
---	-----

Az első fejezetben a téma aktualitását taglalom és munkám célkitűzéseit fogalmazom meg.

#### 1.1. A téma időszerűsége, jelentősége

Az alapanyagok, félkész-, késztermékek szinte az ipar valamennyi területén szemcsés anyaghalmaz formájában jelennek meg. Ilyenek például az ömlesztett mezőgazdasági anyagok, élelmiszeripari alapanyagok, műanyagok, vegyszerek, ásványi anyagok (gondoljunk akár egy zsák búzára, vagy csavaranyák sokaságára egy gépgyárban). Ezek szállítása, tárolása, feldolgozása során különleges figyelmet kell fordítani a halmazok speciális mechanikai tulajdonságaira. Nem szokványos viselkedésük, a halmazok diszkrét szerkezeti felépítéséből adódik: bizonyos körülmények között egy szemcsehalmaz szilárdtestekhez hasonlóan viselkedik, teherviselésre képes, ám a körülmények megváltozásával ugyanez a halmaz folyadékszerű viselkedést is mutathat. E kettősség megnehezíti az egyes fizikai jelenségek pontos leírását, a halmaz mechanikai viselkedésének előrejelzését. Emiatt a különböző tároló- és anyagmozgató berendezések tervezése, kiválasztás a legtöbb esetben tapasztalati úton történik, ami számos technológiai probléma forrása lehet. A fellépő problémák megoldásához elengedhetetlen a megfelelő modellezési eljárás és anyagmodell kiválasztása, illetve a modellparaméterek és anyagjellemzők meghatározása.

A szemcsehalmazok fent bemutatott kettős természete teszi lehetővé azt, hogy vízszintes (horizontális) és függőleges tárolókban (silókban) is tárolhatjuk őket. A mezőgazdaságban az egyik leggyakoribb és legkorszerűbb megoldás a kör keresztmetszetű, függőleges tengelyű tartályok, a silók alkalmazása (ezekkel a gépesített ki- és betárolás is egyszerűen megvalósítható) (Sitkei, 1981). A silók tervezése során – a szilárdsági méretezésen kívül – két fő kérdéskört kell megvizsgálni: egy siló használhatóságának alapfeltétele, hogy a betöltött anyag kiüríthető legyen a tárolóból, tehát a boltozatok kialakulását el kell kerülni vagy kialakulásukat meg kell akadályozni. A másik alapvető kérdéskör az időegység alatt a silóból kifolyó anyagmennyiség, a kifolyási tömegáram meghatározása. Ennek nagysága a silóhoz kapcsolódó anyagmozgató berendezések tervezésekor kiemelkedő fontosságú, ugyanis ezek tervezés során ez az egyik kiindulási paraméter. A kifolyási tömegáram pontatlan ismerete az anyagmozgató berendezések alul- vagy túlméretezéséhez vezet. Ez jelentős költségtöbbletet jelent a mezőgazdasági üzemeknek, mivel túlméretezés esetén üresben járhat a rendszer, de legrosszabb esetben a teljes technológiai sor elakadásához is vezethet (amikor az anyagmozgató berendezés alulméretezett a silóhoz képest és nem képes elvezetni az abból kifolyó anyagmennyiséget). A tároló- és anyagmozgató berendezés teljesítménye közötti eltérés a keverőüzemek számára is komoly problémát jelent, mivel lehetetlenné teszi az egyes komponensek pontos adagolását. A jelenlegi számítási módszerek alkalmazásával a silók kifolyási tömegáramának tervezése kétlépcsős folyamat: először a tárolási feltételek alapján a siló kifolyási módját kell meghatározni, majd a modellek közül az adott áramlási képhez megfelelő számítási módszerrel határozhatjuk meg a tömegáramot.

A bemutatott problémák megoldását segítheti a napjainkban egyre szélesebb körben elterjedő diszkrét elemes módszer (Cundall és Strack, 1979) alkalmazása. A módszer lényege, hogy a diszkrét felépítésű halmazt nem folytonos tömegeloszlású testként, hanem különálló elemek együtteseként próbáljuk leírni. A szemcsehalmazok különleges mechanikai tulajdonságai miatt a kontinuum modellek csak szűk terhelési- és szemcseméret tartományban használhatóak és ha sok szemcse alkotta, nagy kiterjedésű halmaz mechanikai tulajdonságait kell vizsgálni hibájuk elfogadhatatlanul nagymértékű. A diszkrét rendszert alkotó valamennyi szemcse különálló modellezésével az egyes fizikai jelenségek pontosabban írhatóak le. A diszkrét elemes módszer hátránya azonban, hogy jelenleg is fejlődik, gyakorlati alkalmazása egyelőre erősen korlátozott, ezért a használhatóság korlátait mindenképpen vizsgálni és lehetőségek szerint tágítani kell.

Nehezen folyó, kohéziós, finomszemcsés halmazok tárolása, kezelése mindennapos feladat a mezőgazdaságban. Az ilyen nehezen kezelhető anyagok (pl.: korpa, szója, stb.) silóból történő kiürítésekor gyakori jelenség a boltozódás, az anyagáram elakadása, emiatt a tároló használhatatlanná válik, nem lehet kiüríteni. A probléma megoldása érdekében működő leggvakrabban vibrációs elven kitároló berendezéseket alkalmaznak a Ezek tervezése és üzemeltetése azonban jelenleg tapasztalati úton mezőgazdaságban. Sok esetben használatuk ellenére mégis elakad az anyagáram, mivel a nem történik. megfelelő üzemeltetés eredményeképpen a gerjesztés sokszor rontja a tárolt halmaz folyási képességét.

A sűrűn jelentkező gyakorlati problémák miatt számos kutatót foglalkoztat a téma, azonban a legtöbb munkában csupán kísérleti eredmények alapján vonnak le következtetéseket vagy tesznek bizonyos anyagokra vonatkozó ajánlásokat. A *gerjesztési paraméterek* hengeres silók kifolyási tulajdonságaira, a kifolyó halmaz belsejében lejátszódó *mozgásokra gyakorolt pontos hatása* azonban eddig *még nem ismert*. A vibrációs kifolyásra vonatkozó modellek nem megfelelően közelítik a valóságot, ezért gyakorlati alkalmazásuk erősen korlátozott. A nehezen folyó szemcsés halmazok kifolyási tömegáramának a meglévő anyagmozgató berendezések igényeihez igazításával a malmok, takarmánykeverő üzemek működése nagymértékben javulhat, adott geometriájú silók többféle szemcsés halmaz tárolására is alkalmasak lehetnek.

#### 1.2. Célkitűzések

A fentiek alapján kutatómunkám három fő tématerületre terjed ki: a modellezéshez használatos, jelenleg is fejlődő diszkrét elemes módszer alkalmazásának kiterjesztésére, a gravitációs ürítésű, mezőgazdasági silók kifolyási tömegáramának meghatározására, valamint a vibrációs silóürítés vizsgálatára.

A diszkrét elemes módszer alkalmazási lehetőségeinek kiterjesztéséhez olyan új eljárásokat dolgozok ki, amelyekkel a gyakorló mérnökök az eddigieknél egyszerűbben és szélesebb körben használhatják a tervezési folyamatokban ezt a numerikus módszert.

A diszkrét elemes módszer gyakorlati kiterjesztésével kapcsolatos céljaim:

- A diszkrét elemes módszerben használatos anyagjellemzők és modellparaméterek meghatározási módjának egyszerűsítése és gyorsítása. Olyan eljárás kidolgozása, amellyel a *kalibrációs folyamat idő- és energiaráfordítás igénye csökkenthető* és a kalibráció részben *automatizálható*.
- Olyan *eljárás kidolgozása*, amellyel a nagyszámú szemcséből álló halmazok modellezésének szimulációs *időszükséglete csökkenthető*. A numerikus modell megoldásakor az erőforrás igények mérséklése oly módon, hogy az ne befolyásolja a számítás eredményét.

Mivel jelenleg nem létezik olyan kifolyási modell, amellyel térfogati kifolyású silók tömegárama elfogadható pontossággal ( $\pm 5\%$ -os hibahatáron belül) meghatározható, ezért kutatási céljaim gravitációs silóürítés területén:

Térfogati kifolyású silók tömegáramának pontos meghatározására alkalmas, kísérleti vizsgálatokkal ellenőrzött számítási modell létrehozása.

 A jelenleg kör keresztmetszetű silók tömegáramának számítására használható Oldal-féle kifolyási modell általánosítása. Annak vizsgálata, hogy *eltérő silókeresztmetszet* esetére ez a modell hogyan terjeszthető ki.

Vibrációs kitároló berendezések használatával a kohéziós, finomszemcsés halmazok ürítésekor gyakran kialakuló stabil boltozat megszüntethető, az anyagáram megindítható. Az ilyen berendezések helyes üzemeltetésére vonatkozó ajánlások a mezőgazdasági és takarmánykeverő üzemek kiesési költségeit csökkenthetik, a kívánt kifolyási tömegáram beállítása az üzemek működését hatékonyabbá teheti. Emiatt kutatásom harmadik nagy részterülete a rezgésparaméterek (frekvencia, amplitúdó) silókifolyásra gyakorolt hatásának vizsgálata.

Céljaim vibrációs silóürítés területén:

- A rezgésbevezetés, valamint a rezgésparaméterek (*frekvencia, amplitúdó*) szemes termények kifolyására gyakorolt *hatásának elemzése*. A gerjesztés hatására az áramlási képben, magmozgásokban fellépő változások elemzése.
- Kohéziós, finomszemcsés szemcsés halmazok vibrációs kifolyásának, valamint a kialakuló stabil boltozatok megszüntetési (és kialakulások megelőzési) lehetőségeinek vizsgálata. A kifolyási jelenség és a *rezgésparaméterek* (frekvencia, amplitúdó) közötti összefüggések feltérképezése.

A második fejezetben áttekintem a szemcsés halmazok modellezési technikáival, mechanikai tulajdonságaival, valamint a silókifolyás leírásával és a tárolási problémákkal kapcsolatos szakirodalmi kutatásokat.

#### 2.1. Szemcsés halmazok leírása, osztályozása

Szemcsés halmaznak nevezzük azokat az anyagokat, amelyek kiterjedésükhöz képest kisméretű, szilárd részekből álló, összetett mechanikai rendszerek, és viselkedésüket alapvetően meghatározza, hogy egyértelműen elkülönülő, egymástól elválni, egymáson elcsúszni és elgördülni képes elemekből állnak (Sitkei, 1981, Bagi, 2007). Ilyenek például a különböző szemes termények (pl.: búza, kukorica), élelmiszeripari alapanyagok, a talaj-, homok- vagy cementfélék. A mezőgazdaságban, élelmiszeriparban, kohászatban. bányászatban, az építőipar különböző területein vagy a gyógyszeriparban számos problémát okoz az ilven anyagok tárolása, szállítása, azok különleges mechanikai tulajdonságai miatt. Speciális tulajdonságaik abból adódnak, hogy a halmaz sajátosságai eltérnek az azt alkotó szilárd részek tulajdonságaitól. Ennek következtében egy adott szemcsés halmaz meghatározott körülmények között folyadékokhoz hasonló tulajdonságokat mutat (folyik), függőleges tárolóban (silóban) tárolhatjuk, mivel kitölti a rendelkezésre álló teret, azonban más, megváltozott körülmények között ugyanez az anyag szilárd testként viselkedik, teherviselésre képes, megőrzi alakját (Csizmadia, 2009).

A tárolt szemcsés halmaz speciális mechanikai tulajdonságainak figyelembevételével, jól megtervezett silóból gravitációs úton kiüríthető a halmaz, azonban megváltozott körülmények között (pl.: megnövekedett nedvességtartalom) a szilárd testekhez hasonlóan viselkedhet, akár teherviselésre képes boltozat is kialakulhat, amely megakadályozza a halmaz kifolyását. Ilyen esetben a tároló kiürítése csak valamilyen (legtöbbször vibrációs elven működő) kitároló berendezés használatával lehetséges. A szemcsés halmazok e kettős tulajdonsága előnyösen kihasználható anyagmozgatáskor és tároláskor, ugyanakkor számos kezelési probléma elsődleges okozója is (Tomay, 1982).

Szemcsenagyság	Szemcsés halmaz
> 3 mm	durvaszemcsés halmazok
	(búza, kukorica, sóder)
$100~\mu m-3~mm$	granulátumok (homok, korpa)
$10~\mu m-100~\mu m$	finom porok (gipsz, lisztek)
$100~\mathrm{nm}-10~\mathrm{\mu m}$	ultrafinom porok
$<100~\mathrm{nm}$	nanoporok

2.1. táblázat Szemcsés anyagok méret szerinti osztályozása (Kache, 2009)

Mivel a szemcsék mérete igen tág határokon belül változhat, leggyakrabban a halmazt alkotó szilárd részek nagysága szerint csoportosítjuk a szemcsés halmazokat (2.1. táblázat). A mezőgazdasági terményeket, ásványi anyagokat, vegyszereket, műanyagokat, liszteket, kolloidokat, illetve a nanométeres mérettartományba eső részecskékből álló speciális kerámiákat, katalizátorokat, pigmenteket is a szemcsés anyaghalmazok közé soroljuk (Kache, 2009).

Szokás kohézió szerint is csoportosítani a szemcsés halmazokat, ekkor a halmazt előtömörítő (konszolidációs) feszültség és a halmaz nyomószilárdságának aránya  $\left(\frac{\sigma_I}{\sigma_c}\right)$  alapján végezzük a felosztást (Sitkei, 1981):

$$\begin{array}{ll} \displaystyle \frac{\sigma_I}{\sigma_c} < 2 & \mbox{Nagyon kohéziós, nehezen folyó halmazok. Gravitációs} \\ \displaystyle 2 < \displaystyle \frac{\sigma_I}{\sigma_c} < 4 & \mbox{Kohéziós, boltozódásra hajlamos halmazok.} \\ \displaystyle 4 < \displaystyle \frac{\sigma_I}{\sigma_c} < 10 & \mbox{Könnyen folyó, kohéziós halmazok.} \\ \displaystyle \frac{\sigma_I}{\sigma_c} > 10 & \mbox{Szabadon folyó halmazok, szemestermények.} \end{array}$$

Erősen kohéziós halmazok esetén a szemcsék között adhéziós, Van der Waals, Coulombféle elektrosztatikus vagy a folyadéktartalom miatt kialakuló vonzóerők lépnek fel, míg a szabadon folyó anyagok esetén a szemcsék közti vonzóerő csak elhanyagolható mértékben vagy egyáltalán nem jelentkezik, a teljes halmaz tulajdonságait pedig a szemcsék közti súrlódás határozza meg (Tomay, 1982).

#### 2.2. Szemcsehalmazok fizikai tulajdonságai

A szemcsés anyaghalmazok viselkedése olyan minőségi eltérést mutat a szilárd testekhez és a fluidumokhoz képest, hogy ezek között önálló kategóriát képeznek. Viselkedésük megértéséhez fontos megismerni speciális tulajdonságaikat.

#### 2.2.1. A szemcsék mérete és alakja

A tárolási, szállítási és egyéb technológiai folyamatokat nagymértékben befolyásolja az azokban résztvevő anyagok alakja és mérete. A különböző szemcsés anyaghalmazokat alkotó szilárd részek általában szabálytalan alakúak, jellemző méreteik bizonyos szórást mutatnak. Mivel a különböző folyamatokra jelentős hatása van a szemcsék alakjának és méretének, ezért objektív mérőszámokkal (pl.: kerekség, gömbalakúság) jellemezzük azokat (Kézdi, 1965; Sitkei, 1981).

Az átlagos szemcsenagyság meghatározását – különböző elméletek alapján – a szemcsék szabálytalan geometriája miatt, karakterisztikus átmérőjükkel, statisztikai módszerekkel végezzük. A szemcsék karakterisztikus átmérője, egy olyan gömb átmérője, amelynek meghatározott fizikai tulajdonsága (pl.: térfogata, felülete vagy tömege) megegyezik a szabálytalan geometriájú szemcse ugyanezen tulajdonságával. A szemcseméret-eloszlás és az átlagos szemcsenagyság meghatározására optikai, szeparációs vagy különböző felületi módszereket alkalmazhatunk (Hiroaki et al., 2006).

Durvaszemcsés anyaghalmazok összetételét frakcionálással és a szemeloszlási diagramok felvételével határozhatjuk meg (Greschik, 1981). A gyakorlatban előforduló halmazok legtöbbjének méreteloszlása Gauss-féle normáleloszlással jellemezhető (Sitkei, 1981).

#### 2.2.2. Nedvességtartalom

Bizonyos szemcsés halmazok olyan mértékben veszik fel a levegő nedvességtartalmát, hogy emiatt fizikai-mechanikai tulajdonságaik jelentős mértékben megváltoznak. Az ilyen anyagokat higroszkóposnak nevezzük (Sitkei, 1981).



2.1. ábra Folyadékhíd két szemcse között (Schulze, 2009)

A mechanikai tulajdonságok megváltozása miatt fontos ismerni a víztárolás fizikáját. A víztárolás kétféle módon történhet: molekuláris és kapilláris adszorpció révén. Molekuláris adszorpció során a vízmolekulák a sejtfalak közvetlen közelébe kerülnek, majd a szemcsék felületi molekuláihoz tapadnak. A kapilláris adszorpció csak bizonyos (molekuláris adszorpcióval elért) nedvességtartalom felett következhet be, amely során a sejtrendszerben lévő kapilláris üregek tartják meg a nedvességet, a felületi feszültség következtében kialakuló erők révén. (Kézdi, 1965; Sitkei, 1981).

A higroszkópos finomszemcsés anyagok mechanikai tulajdonságait nagymértékben befolyásolják a szemcsék között kialakuló "folyadékhidak" (2.1. ábra) (a szemcsék érintkezési felületei között összegyűlt folyadék, amely felületi feszültsége révén "összeragasztja" azokat) (Schulze, 2009).

#### 2.2.3. A szemcsék között ható vonzóerők

A szemes és granulált anyaghalmazok viselkedését legnagyobb mértékben a szemcsék közti súrlódási viszonyok határozzák meg, azonban a finomszemcsés halmazok esetén nem ez, hanem a halmazt alkotó részecskék között fellépő adhéziós erők a dominánsak. Ezek lehetnek a szemcsék között kialakuló folyadékhidakban fellépő erők, a szemcsék között ható Van der Waals-féle adhéziós erők, vagy nagy felületi töltéssel rendelkező szemcsék esetén elektrosztatikus vonzóerők. Ezek nagymértékben meghatározzák a halmaz fizikai tulajdonságait (Hiroaki et al., 2006).

Azonos átmérőjű szemcsék közötti folyadékhídban keletkező vonzóerő nagysága (Hiroaki et al., 2006):

$$F_F = r_2^2 \pi \sigma_F \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) + 2\pi r_2 \sigma_F, \qquad (2.1)$$

ahol: -  $\sigma_F$ , a folyadékhíd felületi feszültsége,

-  $r_1,\,r_2,$ a folyadékhíd geometriai jellemzői a 2.1. ábra alapján.

Két elméleti geometriájú (gömb alakú) szemcse között ható Van der Waals-féle vonzóerő nagysága (Hiroaki et al., 2006):

$$F_V = A_H \frac{d_1 d_2}{24 \left(\frac{d_1 + d_2}{2}\right) a_V^2}, \quad a_V \ll d_1, \tag{2.2}$$

- ahol:  $A_H$ , a Hamaker-féle állandó, amely a szemcsék geometriájától és molekuláris karakterisztikájától függ,
  - $d_1, d_2,$  a szemcsék átmérője,
  - $a_V$ , pedig a szemcsék felülete közötti távolság.

Két tökéletesen gömb alakú szemcse között fellépő Coulomb-féle elektrosztatikus vonzóerő nagysága (Hiroaki et al., 2006):

$$F_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_t^2},\tag{2.3}$$

ahol: -  $r_t$ , a szemcsék tömegközéppontja közötti távolság,

- $q_1, q_2,$  a szemcsék töltése,
- $\varepsilon_0$ , pedig a szemcsék anyagának dielektromos állandója.

A fenti egyenletekből látszik, hogy a különböző adhéziós erők nagyságát a szemcsék közti távolság és a szemcsék mérete is befolyásolja. A 2.2. ábrán egy ideális geometriájú (gömb alakú) szemcse és egy síklap között a fenti három adhéziós erő változása látható állandó távolság mellett a szemcseméret, és állandó szemcseméret mellet a köztük lévő távolság függvényében. A szemcsék között ható vonzóerők elemzése alapján, megállapítható, hogy a finomszemcsés halmazok folyási tulajdonságait szemcseméretük és tömörödöttségük befolyásolja legnagyobb mértékben.



2.2. ábra Határoló felület és egy szemcse közti vonzó<br/>erők a szemcse átmérőjének valamint a távolság függvényében (<br/>a– folyadék hidak okozta vonzó<br/>erő, b– elektrosztatikus vonzó<br/>erő, c– Van der Waals-féle adhéziós erő) (Schulze, 2009)

#### 2.2.4. Porszerű halmazok speciális tulajdonságai

A finomszemcsés porok fajlagos felülete olyan nagy, hogy a felületi kémiai reakciók sokkal intenzívebben játszódnak le, mint durvaszemcsés anyagok esetén. Tárolásuk során, ha a halmaz levegővel érintkezik, termikus jellemzőitől függő mértékben reakcióhő fejlődik benne. Bizonyos hőmérséklet elérése után a reakció felgyorsul és emelkedik a halmaz belső hőmérséklete. Meghatározott, az anyagra jellemző (ún.: indukciós) idő elteltével a halmaz meggyullad, amelyet öngyulladásnak nevezünk. Az éghető szemcsés anyagok ipari kezelésekor fennáll az ún. porrobbanás lehetősége is, amelyre kiemelt figyelmet kell fordítani (Hiroaki et al., 2006).

A porszerű halmazok kérdéskörével kutatásom során *nem foglalkozom*.

#### 2.3. Szemcsés halmazok mechanikai modellezése

A szállító- és tároló berendezések megfelelő működésének biztosításához elméletileg megalapozott tervezési módszereket kell kidolgozni, amely a jelenségeket kellő pontossággal leíró modellek nélkül nem lehetséges. Ennek érdekében a szemcsés anyaghalmazok modellezésére két eltérő módszert alkalmazhatunk: a kontinuum és a mikroszerkezeti, vagy diszkrét modellezést (Csizmadia, 2009).

A kontinuum modell a szilárd testekhez és fluidumokhoz hasonlóan folytonos testként írja le a szemcsés halmazokat, míg a diszkrét módszer az egyes szemcsék mozgásegyenleteivel és a köztük létrejövő kapcsolatok figyelembe vételével írja le a halmaz valóságos viselkedését (Diszkrét Elemek Módszere, DEM) (Bagi, 2007; Oldal et al., 2012).

#### 2.3.1. Kontinuum modellezés

A szemcsés anyaghalmazok folytonos tömegeloszlású testként (kontinuumként) történő modellezése esetén a halmaz szerkezetére semmilyen feltevést nem teszünk, annak sajátosságait (mechanikából ismert módon) mérésekkel meghatározott anyagjellemzők segítségével írjuk le (Kozák, 1995; Keppler, 2006). Ekkor az anyaghalmaz állapotát leíró tenzorokat az elemi térfogatrészekből kiindulva integrálással kapjuk, a szemcsés halmaz mechanikai jellemzőit pedig folytonos függvényekkel adjuk meg. A halmaz állapotának leírására is folytonos függvényeket használunk, az állapotváltozásokat differenciálegyenletekkel írjuk le, a szilárd testektől való eltéréseket pedig speciális anyagjellemzőkkel vesszük figyelembe (Keppler, 2006; Oldal, 2007).

A szemcsés anyaghalmazok nemlineáris és nem rugalmas anyagok. Azaz egyrészt tömörödésükkel rugalmassági modulusuk folyamatosan növekszik, másrészt a terhelés megszűnése után a halmaz nem nyeri vissza eredeti alakját (Kézdi, 1965). A legegyszerűbb és a kontinuum mechanikai modellezés során leggyakrabban használt modell, mégis a homogén, izotróp lineárisan rugalmas anyagmodell, amely akkor használható, ha a nyomás csak szűk tartományban változik és csak a terhelési szakaszt vizsgáljuk, mivel ekkor a részleges visszarugózás nem okoz problémát (Oldal, 2007).



2.3. ábra Test egy kontinuum elemmel. A kontinuum elem<br/>re ható ${\bf f}$ térfogati erő és adAfelület<br/>elemre ható ${\bf p_0}$ külső erő (Égert és Keppler, 2007)

Az így modellezett halmaz állapotát az F(x, y, z) feszültségi tenzormező, az A(x, y, z) alakváltozási tenzormező és az  $\mathbf{u}(x, y, z)$  elmozdulási vektormező, illetve a feszültségi és az alakváltozási tenzormező között kapcsolatot teremtő C(x, y, z) negyedrendű tenzor írja le

(Csizmadia és Nándori, 2002; Égert és Keppler, 2007):

$$\boldsymbol{F}\nabla + \mathbf{f} = 0, \qquad (2.4)$$

$$\frac{1}{2} \left( \mathbf{u} \circ \nabla + \nabla \circ \mathbf{u} \right) = \boldsymbol{A}, \qquad (2.5)$$

$$\boldsymbol{C}\boldsymbol{A} = \boldsymbol{F} \,. \tag{2.6}$$

A kinematikai és dinamikai peremfeltételek az 2.3. ábra alapján:

$$\mathbf{u}(x,y,z)|_{A_u} = \mathbf{u_0}\,,\tag{2.7}$$

$$\boldsymbol{F}(x,y,z)\mathbf{n}(x,y,z)|_{A_p} = \mathbf{p_0}.$$
(2.8)

Ezen rugalmasságtani differenciálegyenlet-rendszer analitikus úton történő egzakt megoldása a gyakorlati problémák többségénél lehetetlen. A gyakorlatban közelítő megoldásokat keresünk numerikus módszerek (pl. végeselem módszer) segítségével (Csizmadia és Nándori, 2002).

Némely szemcsés anyagok (pl. egyes kőzetek) más tulajdonságokat mutatnak tönkremenetelük előtt és az után. A Csizmadia-féle megközelítéskor az eredeti és a törés utáni állapotot két különböző rugalmassági modulussal leírható, két lineáris szakasszal közelítjük (innen származik a bilineáris elnevezés). Ezt a modellt számos szemcsés halmazra alkalmazhatjuk, amennyiben a vizsgálati tartományt megfelelő módon két részre osztjuk és két rugalmassági modulust használunk (Csizmadia, 1988). Amennyiben ennél is pontosabb közelítés szükséges és a szemcsés anyaghalmazok terhelésük és tehermentesítésük során mutatott valóságos viselkedését, és az ekkor létrejövő anyagtulajdonság-változásokat is modellezni akarjuk, akkor a hypoplasztikus anyagmodellt használhatjuk. A modell egy differenciális tenzoregyenlet, amely a feszültségi és alakváltozási állapotot írja le és képes kezelni a tönkremeneteli állapotot valamint a porozitás változását is (Kolymbas és Bauer, 1993).

#### 2.3.2. Mikroszerkezeti modellezés

A szemcsés anyaghalmazok viselkedését alapvetően meghatározza diszkrét felépítésük. Egy adott halmaz deformációját legnagyobb mértékben nem a halmazt alkotó szemcsék deformációja, hanem a halmaz belső szerkezetének átrendeződése, a szemcsék egymáson való elgördülése, elcsúszása határozza meg. A különböző diszkrét rendszerekkel kapcsolatos problémák numerikus vizsgálatára fejlesztették ki az 1970-es években az ún. diszkrét elemes módszert (DEM), amely a számítástechnika fejlődésével egyre nagyobb teret nyer a mérnöki gyakorlatban (Cundall és Strack, 1979).

Diszkrét modell használata esetén a valós szemcsés halmazt idealizált szemcsék (diszkrét elemek) együtteseként vizsgáljuk és ezek viselkedését, a rájuk vonatkozó kinetikai alaptételek alapján egy számítógépes szimulációs ciklussal modellezzük. Valamennyi diszkrét elemes eljárás elmozdulások meghatározásán alapul, az egyes módszerek abban térhetnek el, hogy pontosan milyen egységek, milyen elmozdulásait tekintik a teljes szemcsés halmazra jellemzőnek (Bagi, 2007). A vizsgálatok során a halmazt alkotó elemek nemcsak kölcsönhatásba lépnek egymással, hanem az elemek önálló, szabad elmozdulásokra is képesek. Elsőként az egyes szemcsékre vonatkozó mozgásegyenleteket kell felírnunk, majd ezekből kapjuk meg a teljes rendszerre vonatkozó mozgásegyenletet. A szemcséket tekinthetjük végtelenül merevnek, de deformálhatónak is. (Cundall és Strack, 1979).

A diszkrét elemes modellek két alapvető fajtája a kvázistatikus és az időléptékes modellek. Az időléptékes modell lényege az, hogy egy ismert kezdeti állapotból kiindulva, kicsiny időlépések sorozatán keresztül követjük a rendszer mozgását úgy, hogy minden egyes vizsgált  $t_i$  időpillanatban teljesüljön a fenti mozgásegyenlet. Ezzel szemben a kvázistatikus modellek lényege, hogy a rendszer sebessége és gyorsulása zérus és a külső, terhelő erőrendszer megváltozása esetén zérus sebességgel jut a rendszer az új egyensúlyi állapotba (Bagi, 2007).

Egy szimulációs cikluson belül, kicsiny időlépések sorozatán keresztül, minden lépésben kiszámítjuk az elemek helyzetét a jelentkező kölcsönhatások alapján. Az első szimulációs ciklus lépései: a szemcsék létrehozása, a kapcsolatok meghatározása, a kölcsönhatások következtében fellépő kapcsolati erők és nyomatékok kiszámítása, a mozgásegyenletek megoldása, az elemek új pozíciójának kiszámítása, majd az újabb kapcsolati erők meghatározása, és így tovább (Raji és Favier, 2004). A szimuláció kezdetekor, a kiindulási állapotban ismerjük az összes elem helyzetét és a köztük ható erőket és nyomatékokat, illetve a rendszerre kívülről ható terheléseket, peremfeltételeket. A matematikai modell megoldása során azt keressük, hogy milyen elmozdulások juttatják kiindulási állapotból egyensúlyi állapotba a rendszert (Keppler et al., 2012).

Az *i*-edik diszkrét elem elmozdulás<br/>vektora az elem vonatkoztatási pontjának (általában az elem súlypontjának) eltolódását és a szemcse elfordulását jellemző komponensekből áll (Bagi, 2007):

$$\mathbf{u}^{i}(t) = \begin{bmatrix} u_{x}^{i}(t) \\ u_{y}^{i}(t) \\ u_{z}^{i}(t) \\ \varphi_{x}^{i}(t) \\ \varphi_{y}^{i}(t) \\ \varphi_{z}^{i}(t) \end{bmatrix}.$$
(2.9)

Amennyiben valamennyi szemcse elmozdulásvektorát egy hipervektorba gyűjtjük, akkor az n elemből álló teljes rendszer elmozdulásvektorát kapjuk (Bagi, 2007):

$$\mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{u}^{1}(t) \\ \mathbf{u}^{2}(t) \\ \mathbf{u}^{3}(t) \\ \vdots \\ \mathbf{u}^{n}(t) \end{bmatrix}.$$
 (2.10)

Ha ezeket az elmozdulásokat egy-egy iteráción belül megfelelően kicsinynek feltételezzük, akkor a teljes rendszer elmozdulásait ezek sorozatával közelítjük. A rendszer sebesség- és gyorsulásvektorai így (Bagi, 2007):

$$\mathbf{v}(t) = \frac{d\mathbf{u}}{dt}, \qquad \mathbf{a}(t) = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d^2\mathbf{u}}{dt^2}.$$
(2.11)

Az *i*-edik elem sebesség- és gyorsulásvektora (Bagi, 2007):

$$\mathbf{v}^{i}(t) = \begin{bmatrix} v_{x}^{i}(t) \\ v_{y}^{i}(t) \\ v_{z}^{i}(t) \\ \omega_{x}^{i}(t) \\ \omega_{y}^{i}(t) \\ \omega_{z}^{i}(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{a}^{i}(t) = \begin{bmatrix} a_{x}^{i}(t) \\ a_{y}^{i}(t) \\ a_{z}^{i}(t) \\ \varepsilon_{x}^{i}(t) \\ \varepsilon_{y}^{i}(t) \\ \varepsilon_{z}^{i}(t) \\ \varepsilon_{z}^{i}(t) \end{bmatrix}. \quad (2.12)$$

Ezután valamennyi szemcsére fel kell írnunk a kinetikai alaptételeket, a lendület- és a perdület-tételt, amely elemenként 6-6 egyenletet jelent. A lendület- és a perdülettételben szereplő erőket és nyomatékokat a szemcsékre ható külső erőrendszerek szemcsék referenciapontjába redukálásával kapjuk (2.4. ábra). A redukálandó erők időben változhatnak és függhetnek az elemek helyzetétől, illetve sebességétől is (Bagi, 2007).



2.4. ábra Két elem kölcsönhatása következtében fellépő erők és nyomatékok

A fentiek alapján az i-edik elem mozgásegyenlete (Bagi, 2007):

$$\boldsymbol{M}^{i}(t) \ \boldsymbol{a}^{i}(t) = \mathbf{q}^{i}\left(t, \ \mathbf{u}^{i}(t) \ \mathbf{v}^{i}(t)\right), \qquad (2.13)$$

amelyben a  $\mathbf{q}^{i}(t, \mathbf{u}^{i}(t)\mathbf{v}^{i}(t))$  vektor nemcsak az eltelt időtől, az *i*-edik elem elmozdulásától és sebességétől függ, hanem a vele érintkező többi szemcse jellemzőitől is. Az  $\mathbf{M}^{i}(t)$  mátrix az *i*-edik elem tömegét és inerciáját tartalmazza és ez a jellemző is függ az időtől, mivel az elem elfordulásával megváltozik annak inerciája is (Cundall és Strack, 1979).

A fenti egyenletet mindegyik elemre felírva megkapjuk a teljes rendszer mozgásegyenletét (Bagi, 2007):

$$\boldsymbol{M}(t) \ \boldsymbol{a}(t) = \mathbf{q}\left(t, \ \mathbf{u}(t) \mathbf{v}(t)\right). \tag{2.14}$$

A teljes rendszer mozgásegyenletében M(t) az egyes elemek tömegét és inerciáját tartalmazó mátrixokból összeállított blokkdiagonál-mátrix, az ún. inerciamátrix. Akármilyen típusú elemeket alkalmazunk is, a fenti mozgásegyenlet mindig ugyanilyen alakú (Bagi, 2007).

#### 2.3.3. Kontinuum modelleknél használatos mechanikai jellemzők

Porozitás, sűrűség, halmazsűrűség

Kontinuummechanikai felfogásban a szemcsés anyagot térfogategységek folytonos halmazának tekintjük és tulajdonságait folytonos függvényekkel írjuk le. A kontinuumként kezelt szemcsés halmaz minden térfogategysége szilárd részekből és "üres térfogatrészekből", azaz pórusokból áll. A halmaz térfogat és a teljes pórustérfogat arányát porozitásnak nevezzük (Kézdi, 1965; Schulze, 2009). Amennyiben a szemcsés anyaghalmaz össztérfogat<br/>aVa halmazban lévő teljes pórustérfogat pedi<br/>g $V_p,$ akkor a porozitás:

$$\varepsilon = \frac{V_p}{V}.\tag{2.15}$$

A porozitással erősen összefüggő jellemző a halmazsűrűség  $(\rho_h)$ . Ezen a térfogategységben elhelyezkedő anyaghalmaz tömegét értjük és nem ugyanaz, mint a szemcsés halmazt alkotó anyag sűrűsége  $(\rho)$ . A halmazsűrűség a szemcsék anyagsűrűségénél kisebb érték  $(\rho_h < \rho)$ , amit befolyásol a szemcseösszetétel, a tömörödöttség és a nedvességtartalom is (Benkő, 2011). Amennyiben a szemcsés halmaz pórusait olyan anyag tölti ki (pl.: levegő vagy más gáz), amelynek sűrűsége  $(\rho_p)$  nagyságrendekkel kisebb a halmazt alkotó anyag sűrűségénél, akkor a porozitás a halmazsűrűséggel a következőképpen fejezhető ki (Kache, 2009):

$$\varepsilon = 1 - \frac{\rho_h}{\rho}$$
, ha  $\rho_p \ll \rho$ . (2.16)

Finomszemcsés anyagok porozitása (és halmazsűrűsége is) nagymértékben függ a halmaz tömörödöttségtől (2.5. ábra). Például egy  $\varepsilon = 0,9$  porozitású szemcsés anyag porozitása (amelyben a pórustérfogat 90%-a, a teljes térfogatnak) tablettázás vagy brikettálás után  $\varepsilon = 0, 1$ -nél is kevesebb lehet (Greschik, 1981; Schulze, 2009).



2.5. ábra A halmazsűrűség változása a tömörítő feszültség függvényében (Schulze, 2009)

A higroszkópos szemcsés anyagok pórusait nedvesség felvétele után nemcsak gáz tölti ki, hanem a felvett nedvesség is. Ilyen esetben a pórusokat kitöltő anyag sűrűségét nem lehet elhanyagolni. Ekkor a halmazsűrűség:

$$\rho_h = (1 - \varepsilon)\rho + \varepsilon \rho_p. \tag{2.17}$$

Amennyiben nem a teljes pórustérfogatot tölti ki a nedvesség, értelmezhető a szemcsés halmaz töltöttségi foka is (S), amely a halmazban lévő nedvességgel kitöltött térfogat  $(V_n)$  és a nedvességgel ki nem töltött pórustérfogat arányát adja meg (Sitkei, 1981; Schulze, 2009):

$$S = \frac{V_n}{V_p}.$$
(2.18)

Ekkor a halmazsűrűség (a pórusokban lévő gáz sűrűségének elhanyagolásával):

$$\rho_h = (1 - \varepsilon)\rho + S\varepsilon\rho_p. \tag{2.19}$$

Belső súrlódási szög, természetes és kiömlési rézsűszög

A szemcsés anyaghalmazok tönkremenetele igen összetett folyamat. A szemcsehalmazban akkor következik be nyírási tönkremenetel, ha található benne egy olyan sík, amelyben a

keletkező csúsztatófeszültségek túllépik a keletkező normálfeszültség értékének egy meghatározott hányadát. Ekkor a szemcsék a sík mentén elcsúsznak egymáson, ez a Mohr-Coulomb-féle tönkremeneteli kritérium. Kohézió nélküli szemcsés anyaghalmazok esetén ez (Janssen, 1895; Keppler, 2006):

$$\tau_{nm} \ge \sigma_n \tan \varphi_b. \tag{2.20}$$

Kohéziós szemcsés anyaghalmazok esetén:

$$\tau_{nm} \ge \sigma_n \tan \varphi_b + \tau_c. \tag{2.21}$$

A tönkremeneteli kritériumban  $\sigma_n$  a halmazban keletkező normál feszültség,  $\varphi_b$  a szemcsés halmaz belső súrlódási szöge,  $\tau_c$  pedig a halmazra jellemző kohézió értéke, amely tehát a zérus normálfeszültséghez tartozó csúsztatófeszültség. A halmazt alkotó szemcsék méretének csökkenése a kohézió növekedésével jár. Szintén a kohéziót növeli a szemcsék alakjának eltérése az ideális gömb alaktól (Sitkei, 1981).

Belső súrlódási szögön a halmazban, a szemcsék között kialakuló súrlódási folyamat során fellépő súrlódási szöget értjük. Ennek a szögnek a tangense a szemcsehalmazra jellemző belső súrlódási tényező értékét adja meg (Janssen, 1895; Sitkei, 1981):

$$u_b = \tan \varphi_b. \tag{2.22}$$

Egy szemcsés halmaz természetes rézsűszöge ( $\varphi_r$ ) az a szög, amelyet a szabadon felhalmozott anyag felszíne a vízszintessel bezár (2.6. ábra). A belső súrlódási szög és a természetes rézsűszög extrém esetektől eltekintve nem függetlenek egymástól, azonban ezek nem azonosak egymással (Janssen, 1895; Schulze, 2009).



2.6. ábra A természetes és a kiömlési rézsűszög értelmezése (Schulze, 2009)

Más megközelítés szerint az ún. kiömlési rézsűszöggel is jellemezhető a szemcsés halmaz. Schulze (2009) értelmezése alapján a sík fenekű, közepén kifolyónyílással ellátott tartályban a kifolyás végeztével visszamaradó anyagfelszín és a tartály feneke által bezárt szög jellemző a halmazra és *kiömlési rézsűszögnek* nevezzük.

#### Külső súrlódási tényező

Külső súrlódási tényezőnek nevezzük, azon  $\varphi_{max}$  hajlásszög tangensét, amelynél egy szemcsés halmaz megcsúszik egy érdes lejtőn (2.7. ábra). Szemcsés halmazok külső súrlódási tényezőjét a halmaz nedvességtartalma nagymértékben befolyásolja, bizonyos nedvességtartalom felett a halmazban lévő víz növelheti, míg ez alatt csökkentheti a súrlódási ellenállást. A szemcsés halmazok nedvességtartalmának változása tehát

megváltoztathatja azon technológiai berendezések működését, amelyekben a súrlódás jelentős szerepet játszik (Sitkei, 1981).



2.7. ábra A külső súrlódási szög meghatározási módja (Sitkei, 1981)

#### 2.3.4. Kohéziómentes halmazok mikroszerkezeti modellezése

A diszkrét modellezés eredménye részben a geometriai jellemzőktől (a szemcsék és a szerkezeti elemek geometriájától), részben pedig a diszkrét elemek kapcsolatának mechanikai jellemzőitől függ. Az elemek kölcsönhatásai következtében létrejövő erők és nyomatékok meghatározására a diszkrét elemes módszer ún. kapcsolati modelleket használ (Tsuji et al., 1992). A kapcsolati modellek állandóit a szemcsehalmaz mikromechanikai paramétereinek nevezzük (Cundall és Strack, 1979). Diszkrét modellezés esetén az egyik legnehezebb feladat ezen mikromechanikai paraméterek meghatározása, mivel azok sok esetben közvetlen módon nem mérhetőek. Egyes jellemzőket (pl.: porok vagy kohéziós szemcsés anyagok esetén) egyáltalán nem lehet mérni, ekkor például paraméter identifikációs technikákat alkalmazhatunk (Gonzalez-Montanello et al., 2011).



2.8. ábra A Hertz-Mindlin-féle csúszásmentes ("no slip") kapcsolati modell (Tsuji et al., 1992)

Kohézió nélküli, mezőgazdasági termények modellezésére a Hertz-Mindlin-féle csúszásmentes ("no slip") kapcsolati modell alkalmazható a leghatékonyabban (Raji és Favier, 2004; Keppler et al., 2012), amely a rendszerben fellépő kölcsönhatásokat, csillapított lengőrendszerek (2.8. ábra) segítségével modellezi.

Az elemek kölcsönhatása következtében a köztük létrejövő normál- és érintő irányú erők egy rugalmas és egy csillapító tagból állnak (Tsuji et al., 1992):

$$F_n = F_{nc} - F_{nk} = \frac{4}{3} E_0 \delta_n^{\frac{3}{2}} \sqrt{R_0} - 2\sqrt{\frac{5}{6}} \frac{\ln C_r}{\sqrt{\ln^2 C_r + \pi^2}} \sqrt{2E_0} \sqrt[4]{R_0} \delta_n \sqrt{m_0} v_{nrel}, \qquad (2.23)$$

ahol: -  $E_0$ , a kölcsönhatásba kerülő két szemcse redukált rugalmassági modulusa

 $\frac{1}{E_0} = \frac{1 - \nu_1^2}{2(1 + \nu_1)G_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{2(1 + \nu_2)G_2}, \text{ ha a két szemcse Poisson-tényezője } \nu_1 \text{ és } \nu_2,$ 

 ${\cal G}_1$ és  ${\cal G}_2$  pedig a szemcsék csúsztató rugalmassági modulusa,

-  $\delta_n,$ a szemcsék normál irányú összenyomódása,

-  $R_0 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ , a redukált szemcsesugár, ha  $R_1$  és  $R_2$  a kölcsönhatásba kerülő szemcsék sugara,

- 
$$m_0 = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$
, a kölcsönhatásba kerülő elemek redukált tömege,

-  $C_r$ , az ütközési tényező,

n

-  $v_{nrel},$ az elemek normál irányú relatív sebessége.

Az érintő irányú kapcsolati erő (Tsuji et al., 1992):

$$F_t = F_{tc} - F_{tk} = -8G_0\sqrt{R_0\delta_n}\delta_t - 2\sqrt{\frac{5}{6}}\frac{\ln C_r}{\sqrt{\ln^2 C_r + \pi^2}}\sqrt{2E_0}\sqrt[4]{R_0\delta_n}\sqrt{m_0}v_{trel},\qquad(2.24)$$

ahol: -  $G_0$ , a kölcsönhatásba kerülő két szemcse redukált csúsztató rugalmassági

nodulusa: 
$$\frac{1}{G_0} = \frac{2 - \nu_1}{G_1} + \frac{2 - \nu_2}{G_2},$$

-  $\delta_t$ , a szemcsék érintő irányú összenyomódása,

-  $v_{trel}$ , az elemek érintő irányú relatív sebessége.

Az érintő irányú kapcsolati erő maximuma a nyugalmi súrlódási erő  $F_S \leq \mu_0 F_n$ , ahol  $\mu_0$ , a nyugalmi súrlódási tényező.

A 2.8. ábrán látható kapcsolati modellben szereplő rugalmas elem normál irányú rugómerevsége az elemek mikromechanikai jellemzőit felhasználva a Hertz-féle érintkezési feszültség alapján számítható (Cundall és Strack, 1979):

$$s_n = \frac{16}{15} \sqrt{R_0} E_0 \sqrt[5]{\frac{15m_0 v_{im}^2}{16\sqrt{R_0}E_0}},$$
(2.25)

ahol  $v_{im}$  az ütközési sebesség. E közelítésben az érintő irányú rugómerevség értékét a normál irányú rugómerevség bizonyos hányadaként definiáljuk. A rugómerevségek alapján a kapcsolati modellben szereplő normál irányú csillapító tag csillapítási tényezője  $(k_n)$  és az elemek ütközési tényezője  $(C_r)$  közötti kapcsolat felírható (Cundall és Strack, 1979):

$$k_n = \sqrt{\frac{4m_0 s_n}{1 + \left(\frac{\pi}{C_r}\right)^2}},\tag{2.26}$$

Az érintő irányban elhelyezett csillapító tag csillapítási tényezője  $(k_t)$  szintén a 2.26-os egyenlettel, viszont az érintő irányú rugómerevség  $(s_t)$  felhasználásával számítható.

A gördülési ellenállás nyomatéka (Tsuji et al., 1992):

$$M_r = \mu_r F_n R_i \omega_i, \tag{2.27}$$

- ahol:  $R_i$ , az *i*-edik elem érintkezési pontja és tömegközéppontja közötti távolság,
  - $\omega_i$ , az *i*-edik elem mértékegység nélküli szögsebessége,
  - $\mu_r$ , gördülési ellenállási tényező.

Az elemek között keletkező érintő irányú kapcsolati erőnek is van az egyes szemcsék tömegközéppontjára vonatkozó forgató hatása:  $M_t = F_t R_i$ .

Kohéziómentes szemcsés halmazok diszkrét modellezésénél használatos mikromechanikai paraméterek tehát:

- A szemcsék Poisson-tényezője,
- a szemcsék közti és a szemcsék és a falak közti ütközési tényező,
- a szemcsék közti és a szemcsék és a falak közti súrlódási tényező,
- a szemcsék közti és a szemcsék és a falak közti gördülési ellenállási tényező.

#### 2.3.5. Kohéziós halmazok mikroszerkezeti modellezése

Kohéziós szemcsés halmazok (pl.: korpa, különböző lisztek, talajok) mikroszerkezeti modellezésére a Hertz-Mindlin-féle kapcsolati modell kötési hidakkal kiegészített változatát széles körben alkalmazzák, amely lényege, hogy az elemeket véges merevségű kötőanyag "ragasztja össze". A modell, a kohéziós halmaz szemcséi között keletkező kapilláris- és viszkózus erők alapján fellépő párhuzamos kötési erők elméletén (Zhang és Li, 2006) alapul.



2.9. ábra A Hertz-Mindlin-féle, kötési hidakkal kiegészített kapcsolati modell (Potyondy és Cundall, 2006)

A diszkrét elemes modell, a "ragasztott" kötések bekapcsolódásáig az előző fejezetben bemutatott Hertz-Mindlin csúszásmentes kapcsolati modellel számítja az elemek közt keletkező erőket ( $t_0 = 0$  s-tól,  $t = t_{bond}$  időpillanatig), majd a  $t_{bond}$  időpillanatban, amikor az elemek deformációja eléri kritikus értékét, aktiválódnak a kötések, a szemcsék "összeragadnak" (Potyondy és Cundall, 2006). Az "összeragadt" elemek közötti kapcsolat felszakadhat a kötési híd teherbírásának kimerítésekor, és a szemcsék újabb kölcsönhatása során ismét kialakulhat.

A kötések aktiválódásakor az érintkezési-, és az ún. kötési sugáron belül lévő pontok kötési hidakkal "ragadnak" egymáshoz. (2.9. ábra). A kötési hidak véges merevségűek, teherviselésre képesek és fel is szakadhatnak. A terhelések hatására, a kapcsolódó szemcsék

között, a kötési hidakon keresztül erőláncolat keletkezik a halmazban (Zhang és Li, 2006). A hidak keletkezésekor az azokban fellépő erők és nyomatékok értéke nulla, majd valamennyi időlépésben növekszik értékük. Ezek az inkrementális növekmények (Potyondy és Cundall, 2006):

$$dF_n = -v_n S_n A_t \, dt, \tag{2.28}$$

$$dF_t = -v_t S_t A_t \, dt, \tag{2.29}$$

$$dM_n = -\omega_n S_t J \, dt, \tag{2.30}$$

$$dM_t = -\omega_t S_t \frac{J}{2} dt, \qquad (2.31)$$

ahol: -  $A_t = R^2 \pi$ ,  $J = \frac{1}{2} R^4 \pi$  és R a kötési híd sugara (2.9. ábra),

- $S_{n,t}$ , a kötési híd normál-, és érintő irányú nyírómerevsége
- dt, az időlépés,
- $v_{n,t}$ , az elemek normál-, és érintő irányú sebessége,
- $\omega_{n,t}$ , a szögsebesség vektor normál-, és érintő irányú összetevője.

A kötési hidak akkor szakadnak fel, ha az azokban keletkező normál-, és csúsztatófeszültségek meghaladják annak normál-, és nyírószilárdságát (Potyondy és Cundall, 2006):

$$\sigma_{max} < -\frac{F_n}{A_t} + \frac{2M_t}{J}R,\tag{2.32}$$

$$\tau_{max} < -\frac{F_t}{A_t} + \frac{M_t}{J}R.$$
(2.33)

A fenti kötési erők, nyomatékok, szabványos, ún. Hertz-Mindlin erők (Potyondy és Cundall, 2006).

Kohéziós szemcsés halmazok mikroszerkezeti modellezésénél használatos mikromechanikai paraméterek tehát:

A közvetve vagy közvetlenül mérhető paraméterek:

- a szemcsék Poisson-tényezője,
- a szemcsék közti és a szemcsék és a falak közti ütközési tényező,
- a szemcsék közti és a szemcsék és a falak közti súrlódási tényező,
- a szemcsék közti és a szemcsék és a falak közti gördülési ellenállási tényező.

#### A nem mérhető paraméterek:

- a kötési híd normál-, és érintő irányú merevsége,
- a kötési hídra jellemző maximális normálfeszültség,
- a kötési hídra jellemző kritikus nyírófeszültség,
- a kötési híd sugara.

A diszkrét elemes modellezésnél nagyon fontos és nehéz feladat a szimulációs modell, illetve a modell paramétereinek (azaz a mikromechanikai jellemzőknek) meghatározása. Ennek egyik lehetséges módja, a halmaz tönkremeneteli határgörbéjének felvétele (pl.: nyíróvizsgálattal), majd a tönkremeneteli folyamat diszkrét modellezése, ezután a mérési és szimulációs eredmények összehasonlítása (lásd részletesen a következő fejezetben).

#### 2.3.6. A diszkrét elemes módszer alkalmazhatóságának korlátai

A szakirodalomban található és az előzőekben bemutatott diszkrét elemes modellek gyakorlati alkalmazhatóságát legnagyobb mértékben jelenleg két fő tényező korlátozza:

- A modellezni kívánt szemcsés halmaz mikromechanikai paramétereinek meghatározása szinte minden esetben jelentős nehézséget okoz,
- -és a numerikus modellek nagy számításigénye némely esetben ellehetetlenítheti azok megoldását.

A szemcsés halmazok mikromechanikai paramétereinek meghatározása igen bonyolulttá és hosszadalmassá teszi a numerikus modellezést, mivel a legtöbb esetben több kutatást és időráfordítást igényel a paraméterek kalibrálása, mint a diszkrét elemes modell létrehozása és megoldása. A probléma elsődleges oka, hogy a modellezés eredménye főként a diszkrét elemek közötti kölcsönhatások mechanikai állandóitól, azaz az adott halmazra jellemző mikromechanikai paraméterektől (pl.: a szemcsék sűrűségétől, rugalmassági modulusától, Poisson-tényezőjétől, stb.) függ (Bagi, 2007). A szemcsés halmazt leíró makroszerkezeti jellemzők mérhetőek és az ezeket használó kontinuum modellekben közvetlenül A mikroszerkezeti modell használatakor azonban a halmazt alkotó felhasználhatóak. szemcsék mechanikai tulajdonságaival írjuk le a teljes halmaz – makro szintű – viselkedését, azonban nagy problémát jelent, hogy ezen mikromechanikai jellemzők legtöbbje (pl.: a szemcsék Poisson-tényezője, vagy a kohéziós modellek paraméterei) egyáltalán nem mérhető (bár az ideális megoldás a közvetlen mérés lenne). A numerikus közelítés miatt sok esetben előfordul az is, hogy a néhány közvetlen méréssel meghatározható mikromechanikai paraméter kísérletileg meghatározott értéke mégsem vezet jó eredményre, viszont a paraméterek bizonyos – akár többféle – kombinációjával is megfelelő pontossággal írhatjuk le a teljes halmaz viselkedését. Emiatt és mivel egyelőre általánosan használható (akár szabványosított) módszert nem ismerünk a mikromechanikai paraméterek meghatározására (Asaf et al., 2007), elengedhetetlen egy robusztus kalibrációs eljárás kidolgozása, amellyel egy adott halmazra vonatkozó, anyagjellemzőként használható mikromechanikai paraméterhalmaz előállítható.

A módszer ipari alkalmazását az egyes technológiai folyamatokban manipulált nagy kiterjedésű, szemcsék milliárdjaiból álló halmazok modellezése is megnehezíti, mivel az ilyen sok diszkrét elemet kezelő modellek megoldása ipari, nagy teljesítményű munkaállomásokkal is akár hetekig tarthat. A nagyon hosszú szimulációs idő ellehetetleníti a technológiai folyamatok numerikus szimulációkkal történő optimálását, azaz a modellek többszöri megoldását különböző peremfeltételekkel.

A mikroszerkezeti modellek paramétereinek meghatározására elterjedt, ún. kalibrációs módszerek lényege, hogy a teljes halmaz makro szintű tulajdonságait mérjük és szimulációkkal is meghatározzuk, majd egészen addig változtatjuk az egyes szemcsék (mikromechanikai) paramétereit, míg a méréssel egyező makro viselkedést nem ad modellünk eredményül. A modellparaméterek meghatározására a kutatók számos eljárást

használnak: Coetzee és Els (2014) a természetes rézsűszög vizsgálatával, valamint tömörödési- és súrlódási tesztekkel határozták meg sziklahalmazok mikromechanikai jellemzőit, Derakhshani és társai (2015) homokórákat és a halmazok sík felületen történő felhalmozását vizsgálták a modellparaméterek kalibrációjához, Tanaka és társai (2000) vizsgálattal állapították hitelesítették penetrációs meg és különböző talajok mikromechanikai paramétereit. A Szent István Egyetem Mechanika és Műszaki Ábrázolás Tanszékén működő "Szemcsés anyagok" kutatócsoport – és más kutatók (Simons et al., 2015) – eredményei alapján az egyik legjobb megoldás, ha a nyíróvizsgálattal meghatározott tönkremeneteli határgörbe két paramétere (a kohézió és belső súrlódási szög) alapján kalibráljuk a modellparamétereket, mivel az így kapott paraméterhalmaz a nyomóerők széles tartományában megfelelően használható.

A diszkrét elemes módszer jelenleg is fejlődik, használhatóságával kapcsolatos vizsgálatok, különböző kutatási területeken jelenleg is folynak. Az eljárást gyógyszeripari (Ketterhagen et al., 2007), bányászati (Okan és Nuri, 2011), élelmiszeripari (Yuan et al., 2011) és mezőgazdasági (Langston et al., 1995) kutatásokban is használják. A módszer alkalmas a silóürítés modellezésére (Coetzee és Els, 2009; Gonzalez-Montanello et al., 2011), a silóban kialakuló feszültségek (Masson és Martinez, 2000; Gonzalez-Montanello et al., 2012), a kifolyási módok (Anand et al., 2008, Yang és Hsiau, 2001), a silóba beépített terelőelemek hatásának (Yang és Hsiau, 2001) vizsgálatára és silószárítók működésének optimálására is (Keppler et al., 2012).

A silókifolyás diszkrét elemes modellezési lehetőségeit vizsgáló munkák legtöbbjében a silóban tárolt halmazban fellépő feszültségeket, valamint a tárolótér falára kifejtett nyomás változását elemzik, viszont a kifolyási tömegáram becsülhetőségének módját nem vizsgálják. A tanulmányozott munkákban arra sem térnek ki, hogy milyen határok között (milyen kifolyási módok esetén) számítható a numerikus modellekkel a tömegáram, illetve hogy az eddigi analitikus kifolyási összefüggésekhez képest mennyivel könnyíti meg a diszkrét elemes módszer használata a gyakorló mérnökök munkáját. A bemutatott tanulmányok eredményeit a silószerkezetek tervezése során hasznosíthatják leghatékonyabban a mérnökök, viszont a tervezett silók tömegáramának becslése (és így azokhoz anyagmozgató gépek illesztése), a jelenleg ismert kifolyási modellekkel térfogati áramlás esetén csak nagy hibával lehetséges.

#### 2.4. Anyag- és tönkremeneteli jellemzők kísérleti meghatározása

egy szemcsés anyaghalmazból Nyírókészülék segítségével vett  $\min ta$ belsejében meghatározott sík mentén ható erőrendszert működtetve idézünk nvírási elő tönkremenetelt, a nyírási síkra merőleges irányból, állandó nyomóerő működtetése mellett (Janssen, 1895; Sitkei, 1981; Keppler, 2006; Csizmadia, 2009).

Nyírókísérlet során a halmazból vett mintát egy osztott kivitelű dobozba helyezzük és a mintát normális irányú, állandó terheléssel összenyomjuk (2.10. ábra). Az osztott kivitelű nyíródoboz felső része rögzített, alsó része pedig vízszintesen elmozdítható. A mérés során a nyírócella alsó, elmozdítható része a benne lévő anyaggal együtt vízszintesen elmozdul miközben a nyírási síkban erőmérő cellával mérjük a minta elnyírásához szükséges erőt, illetve a mozgó rész elmozdulását, így megkapjuk a nyírási diagramot (2.10. ábra). A nyírási diagram vízszintes szakasza a tönkremeneteli szakasz, ezt a nyíróerőt használjuk a feszültségállapot meghatározásához (Janssen, 1895). A nyírási diagram első szakasza a halmaz előtömörítésétől függően változik.



2.10. ábra Nyírókészülék és nyírási diagramok (Janssen, 1895; Sitkei, 1981)

Szemcsés halmazok nyíróvizsgálata során a különböző terhelésekhez tartozó Mohr-körök, a szilárd anyagoktól eltérően különböző átmérőjűek. A köröket a  $\sigma - \tau$  síkon ábrázolva és ezekre burkológörbét illesztve kapjuk a halmaz tönkremeneteli határgörbéjét (2.11. ábra).



2.11. ábra Különböző szemcsés halmazok tönkremeneteli határgörbéje (Sitkei, 1981; Balássy et al., 1989)

Az ideális ömlesztett anyagok, mint a szemestermények és a száraz homok tönkremeneteli határgörbéje egy origón átmenő egyenes (2.11/a ábra), amelyet az 2.20 lineáris összefüggés ír le. A lineáris tönkremeneteli határgörbe meredeksége a halmazra jellemző belső súrlódási szög értékét adja meg. Egyes szemcsés halmazok (pl.: talaj) tönkremeneteli határgörbéje szintén lineáris (a jelenséget a 2.21 összefüggés írja le), azonban az egyenes nem az origón megy át (2.11/b ábra). Ez azt jelenti, hogy nulla normál feszültség esetén is szükség van  $\tau_c$  mértékű csúsztatófeszültségre az anyag elnyírásához. Ezt az értéket kohéziónak nevezzük (Sitkei, 1981; Oldal, 2007). Bizonyos szemcsés halmazok tönkremeneteli határgörbéje nemlineáris (2.11/c, d ábra), azonban a gyakorlatban ilyen esetekben is az előző összefüggéseket használjuk, mivel a tényleges görbe közelítő leírása a gyakorlatban jelentősen megnehezíti-, vagy lehetetlenné teszi a feladatok megoldását, ugyanakkor a lineáris közelítéssel is elegendően pontos eredményt kapunk (Oldal, 2007).

A nyírókészülékben vizsgált anyagban a doboz falán is nyomás lép fel, tehát a feszültségállapot nem egytengelyű. Emiatt a tönkremeneteli állapothoz tartozó Mohr-körök burkológörbéje nem azonos a mért nyomó- és csúsztatófeszültségek által meghatározott pontokra fektetett egyenessel. Ez a belső súrlódási szög és a kohézió értékében is eltérést jelent. Szintén a nyíróvizsgálat hibája, hogy a normál terhelés működtetésekor kialakuló nyomáseloszlás nem egyenletes, valamint a nyírási folyamat megindulásakor a feszültségátrendeződések miatt a nyomáseloszlás biztosan egyenetlenné válik, a kiértékelésnél pedig a csúsztató feszültséget, egyenletes nyomáseloszlást feltételezve számítjuk (Keppler, 2006; Csizmadia, 2009).

#### 2.5. Mezőgazdasági szemcsés halmazok tárolása silóban

A szemcsés anyaghalmazok 2.2. pontban bemutatott, a többi halmazállapothoz képest eltérő tulajdonságai teszik lehetővé, hogy vízszintes, horizontális tárolókban és függőleges tárolókban, ún. silókban is tárolhatjuk ezeket. A leggyakoribb megoldás a kör keresztmetszetű silótestből és csonka kúp alakú garatból álló tartályok, silók alkalmazása, amelyekben megfelelő minőségben, gépesített ki- és betárolás biztosítható (Tomay, 1975; Sitkei, 1981). Silók tervezésekor elsődleges szempont, hogy a lehető legkisebb kivitelezési költség mellett a siló kiüríthető legyen és ismerjük az anyag ürítésekor az egységnyi idő alatt kiüríthető anyag tömegét (a kifolyási tömegáramot), amely a tárolóhoz kapcsolódó anyagmozgató berendezések tervezhetősége, kiválaszthatósága, megfelelő működése miatt fontos (Oldal, 2007). A tárolók tervezésekor elsősorban nem a szerkezet méretezése jelent problémát, hanem a méretezéshez szükséges, a szemcsés halmazból adódó terhelések pontos meghatározása (Janssen, 1895; Tomay, 1975; Csizmadia, 2009).

#### 2.5.1. Szemcsés halmazok boltozódása silókban

Boltozati hatásról akkor beszélünk, ha szemcsés halmazok tárolására szolgáló határoló felületeknek csak meghatározott része mozog (pl.: siló kiürítésekor). Szilárd testek esetében az addig megtámasztott rész tehermentesül, és a terhelés a megmaradó felületen oszlik meg. Szemcsés halmazok esetén a határoló felületek egy részének elmozdítása következtében olyan feszültségi állapot alakul ki, amelyben a szabaddá vált felületen csökken a terhelés (Kozák, 1995; Yong, 2012). Kohéziómentes szemcsés anyagok az elmozdított határfelületekkel együtt mozognak (kifolynak a silóból, ha kinyitjuk a kifolyónyílást), a kohéziós, nehezen folyó halmazok esetén azonban előfordulhat teherviselésre képes, ún. stabil boltozat kialakulása is, amely megtartja a teljes halmaz súlyát (Tomay, 1982; Sitkei, 1981). A boltozatok másik fajtája az összeomló (instabil) boltozat, amely a kifolyás során folyamatosan létrejön, majd újra felépül (Oldal et al., 2012).

A silók használhatóságának egyik alapfeltétele, hogy a betöltött anyag kitárolható legyen, tehát a silókban a stabil boltozat kialakulása káros, elkerülendő jelenség. A boltozódás tervezésére Jenike módszere (1964) terjedt el, amelyhez az ún. folyási függvényt kell használni. A folyási függvény a szemcsés halmaz kéttengelyű feszültségállapothoz tartozó tönkremeneteli feszültsége az előtömörítés függvényében (ami háromtengelyű feszültségállapotban megy végbe).

Ezzel a jellemzővel a zárt silóban tömörödő (háromtengelyű feszültségállapotban lévő) majd a kifolyónyílás nyitása után kifolyó (kéttengelyű feszültségállapotban lévő) halmazt modellezhetjük. A függvény felvételéhez triaxiális készülékben először állandó oldalirányú megtámasztás mellett tömörítjük a mintát, azaz konszolidációs feszültséget ( $\sigma_I$ ) hozunk létre benne, majd az oldalirányú megtámasztás megszüntetése mellett megmérjük a halmaz nyomószilárdságát ( $\sigma_C$ ). Az adott konszolidációs feszültséghez (azaz a különböző mértékű

előtömörítéshez) tartozó nyomószilárdság értékek ábrázolásával kapjuk a halmazra jellemző folyási függvényt (Jenike, 1964). A boltozódás vizsgálatához meg kell határozni a folyási tényezőt is, amely a kifolyónyílás átmérője és az ahhoz tartozó kritikus boltozódási feszültség közötti kapcsolatot írja le. Kör keresztmetszetű silók esetén (d a kifolyónyílás átmérője,  $\gamma$  pedig a halmaz fajsúlya):

$$ff = \frac{2\sigma_I}{\gamma d}.\tag{2.34}$$

A folyási tényezőt a folyási függvénnyel egy koordináta-rendszerben ábrázolva meghatározható a két függvény metszéspontja, a kritikus pont (2.12. ábra), amelynek segítségével a szükséges minimális kifolyónyílás mérete meghatározható.



2.12. ábra A folyási függvény értelmezése (Jenike, 1964)

Kör alakú kifolyónyílás esetén valamennyi átmérőhöz más-más folyási tényező tartozik, ami azt jelenti, hogy a stabil boltozat kialakulását megfelelően nagyra választott kifolyónyílással megakadályozhatjuk. Jenike módszere azonban nem veszi figyelembe a kúpos silógarat félkúpszögének hatását, amely a Jacob-féle állandóval korrigálható (Jacob, 2000). A végeselem módszeren alapuló Keppler-féle boltozódási algoritmus segítségével pedig az előzőeknél pontosabban határozható meg a kritikus kifolyónyílás minimális mérete (Keppler, 2006).

#### 2.5.2. Silók gravitációs ürítése

Amennyiben nem alakul ki stabil boltozat a silógaratban, a tárolt halmaz gravitációsan (kifolyást segítő berendezés alkalmazása nélkül) kiüríthető a silóból. A nem megfelelő silókialakítás üzemzavarokhoz, a tárolt anyag minőségének romlásához, a költségek megnövekedéséhez, illetve a kapcsolódó anyagmozgató berendezések elégtelen működéséhez vezethet. Emiatt a silók geometriáját minden esetben a tárolt szemcsés anyag tulajdonságainak figyelembevételével kell kialakítani (Tomay, 1975; Jenike, 1987).

Tervezéskor elsőként a halmaz kifolyási módját kell meghatározni, mivel ez a terhelési és kifolyási paramétereket nagymértékben befolyásolja. A szemcsés anyagok ürítésekor megkülönböztetünk tölcséres és térfogati kifolyást, azonban a két áramlási mód között nincs éles határvonal, így beszélhetünk átmeneti kifolyásról is (Janssen, 1895; Sitkei, 1981). Abban az esetben, ha a kifolyónyílás asszimetrikusan helyezkedik el a silótesthez képest, aszimmetrikus kifolyásról beszélünk (Schulze, 2009). Térfogati áramláskor (2.13/a ábra) a silóban lévő teljes anyagmennyiség mozgásban van. E kifolyási módnál a fellazulási zóna egy növekvő nagyságú ellipszoid, amely hamarabb érinti a silófalat, mint ahogy a csúcsa

eléri az anyagfelszínt. Térfogati áramlás csak akkor alakul ki, ha a garat félkúpszöge megfelelően nagy, illetve a garat belső felülete és a tárolt szemcsés anyag közti súrlódás megfelelően kicsi (Sitkei, 1981; Schulze, 2009).



2.13. ábra Különböző kifolyási módok (Sitkei, 1981)

Amennyiben a fellazulási zóna a kifolyónyílástól a tárolt anyag felszínén kialakuló, a halmaz természetes rézsűszögének megfelelő tölcsérig futó vékony henger, akkor tölcséres kifolyásról beszélünk (2.13/b ábra). Tölcséres kifolyáskor a garat és a silótest falán álló zónák alakulnak ki és az anyag csak a kifolyónyílás feletti zónában mozog. Az álló zónák akár egészen a silótest felső részein, a szabad anyagfelszínig vagy csak a garat körüli részeken is kialakulhatnak. Álló zóna aszimmetrikusan is kialakulhat, amennyiben a kifolyónyílás excentrikus elhelyezésű a silótesthez képest. Ekkor aszimmetrikus kifolyásról beszélünk (2.13/c ábra).

A fellazulási zónától (vagyis a kifolyási módtól) függően a silónyomás is változik. Amennyiben a fellazulási zóna eléri a silófalat, akkor az ürítési nyomásugrás akár két-háromszorosa is lehet a függőleges nyomásnak. Tervezéskor tehát el kell döntenünk, hogy milyen kifolyási módot szeretnénk és az adott kifolyási mód következtében kialakuló nyomásviszonyokat figyelembe kell venni a méretezés során (Tomay, 1975; Schulze, 2009).

Tölcséres kifolyási mód esetén sokkal kisebb falsúrlódási erő lép fel, a siló kisebb önsúlyú és alacsonyabbak a siló építési költségei, mint térfogati kifolyási módú siló esetén. A tölcséres kifolyás egyik legnagyobb hátránya viszont, hogy a be- és a kitárolás sorrendje felcserélődik, ami a termék minőségromlásához vezethet, mivel a silóba elsőként betöltött anyagrészek jóval több időt töltenek a tárolóban, mint a később betöltött részek. További hátrányos tulajdonságok, hogy sok esetben a tölcséres kifolyású silót nem lehet teljesen gravitációsan kiüríteni, az anyag inhomogénné válhat és betöltéskor összetömörödhet. A térfogati kifolyási mód előnyei, hogy a be- és kitárolás sorrendje azonos, gravitációs úton a siló a legtöbb esetben teljesen kiüríthető, az anyaghalmaz pedig homogén marad a tárolás során, mivel valamennyi anyagrész egyszerre mozog az ürítés során. A térfogati kifolyás hátránya, hogy a siló kialakítása sokkal drágább, illetve nagyobb terhelések érik a silófalat (Sitkei, 1981, Tomay, 1982).



2.14. ábra Kifolyási módok kúpos és négyszög keresztmetszetű garat esetén (Schulze, 2009)

A kialakuló kifolyási profil – mind kúpos, mind szögletes garat esetén – a garat hajlásszögétől ( $\theta$ ), a halmaz külső súrlódási szögétől (azaz a falsúrlódási szögtől –  $\varphi_{max}$ ) valamint a halmaz belső súrlódási szögétől függ ( $\varphi_b$ ). A térfogati és a tölcséres áramlás között azonban nincs éles átmenet, köztük ún. átmeneti kifolyás alakulhat ki, amely esetén mindkét áramlási mód létrejöhet. A kifolyási módot a gyakorlatban nomogramok segítségével határozzuk meg (2.14. ábra) (Jenike, 1987; Sitkei, 1981; Schulze, 2009).

#### 2.5.3. Kifolyási modellek

A silók használhatóságának és az azokhoz kapcsolódó anyagmozgató berendezések tervezésének, kiválasztásának alapvető feltétele a siló kifolyási tömegáramának (azaz az egységnyi idő alatt kifolyt anyagmennyiség) ismerete. A silók kifolyási tömegáramának meghatározása azonban nem lehetséges a hidrodinamika általános összefüggéseivel a szemcsés halmazok speciális mechanikai tulajdonságai miatt (2.15. ábra).

A folyadékok belső súrlódása függ azok áramlási sebességétől, nyugalmi helyzetben pedig zérusnak tekinthető. A szemcsés halmazok belső súrlódása állandó, nyugalom esetén is létezik, ezzel magyarázható, hogy az ideális folyadékoktól eltérően viselkednek (Janssen, 1895; Johanson, 1965).



2.15. ábra Newtoni folyadékok és szemcsés halmazok kifolyási sebessége a tartály ürítése során

A szemcsés halmazok tartályból történő kifolyásakor az egységnyi idő alatt kifolyó anyagmennyiség (a kifolyási tömegáram) meghatározására számos modellt dolgoztak ki a kutatók.

Kohézió nélküli halmazokra vonatkozó összefüggések:

- Hagen-módszer (Hagen, 1852),
- Beverloo-módszer (Beverloo, 1961),
- Zanker-módszer (Zanker, 1975),
- Crewdson-módszer (Crewdson et al., 1977),
- Williams-módszer (Williams, 1977),
- Gjacev-Keller módszer (Gjacev és Keller, 1984),
- Brit szabvány (British Standard, 1991),
- Oldal-módszer (Oldal et al., 2012).

Kohéziós szemcsés halmazokra vonatkozó összefüggések:

- Johanson-módszer (Johanson, 1965),
- Carleton-módszer (Carleton, 1972),
- Tomas-módszer (Tomas, 1991).

A fenti kifolyási modellek közül egyik sem használható univerzálisan, tulajdonképpen valamennyi módszerrel csakis bizonyos szemcsés halmazok és csak bizonyos silógeometria esetén számítható elfogadható pontossággal a kifolyási tömegáram. A gyakorlatban tölcséres kifolyás esetén Beverloo (1961) és Oldal (2012), térfogati kifolyás esetén pedig Johanson módszere (1965) használható, de pontossága nem közelíti meg az előző két modellét, csak nagyságrendi becslésre alkalmas. Térfogati kifolyás esetére jelenleg nem létezik a gyakorlat számára elegendő pontosságú modell.

Tölcséres kifolyású silók tömegáramát leíró egyenletét Beverloo kísérleti úton határozta meg (Beverloo, 1961):

$$W = 0,58\rho_h \sqrt{g} \sqrt{(d - k_B d_p)^5},$$
(2.35)

ahol: -  $\rho_h$ , a halmazsűrűség,

- d,a kifolyónyílás átmérője,
- $k_B$ , a Beverloo-féle állandó,
- $d_p,$ a szemcsék jellemző átmérője,
- g pedig a gravitációs gyorsulás.

A Beverloo-féle kifolyási modell figyelembe veszi, hogy a kifolyó szemcsék valamelyeset csökkentik a kifolyónyílás átmérőjét, viszont a garat félkúpszögét figyelmen kívül hagyja, ez pedig csak tölcséres kifolyás esetén lehetséges, amikor a halmaz belsejében létrejövő csatornában áramlik az anyag (Beverloo, 1961). Ezen kívül a modell hátránya, hogy a Beverloo-féle álladót  $(k_B)$  csak mérésekkel lehetséges meghatározni, tehát a fentiek alapján Beverloo modellje empirikus és kizárólag tölcséres kifolyású silók tömegárama számítható vele elfogadható pontossággal.

Johanson elméleti levezetéssel jutott a térfogati áramlás esetén alkalmazható modelljéhez, amely a következő feltételezések mellett használható (Johanson, 1965):

- Kohéziós, belső súrlódással rendelkező szemcsés halmazt tároló silókra érvényes.
- Folyamatos a kifolyás és az anyag halmazsűrűségét állandónak tekintjük.
- A kúpos garatban a kifolyó anyag állandó vastagságú íveket alkot, amelyek gyorsulása állandó.
- Az ívekben a kritikus értéknél nagyobb nyomás alakul ki.

Állandósul állapotban, térfogati kifolyás esetén a kifolyási tömegáram Johanson szerint (1965):

$$W = \gamma \frac{d^2 \pi}{4} \sqrt{\frac{dg}{4 \tan \theta} \left(1 - \frac{ff}{ff_a}\right)},\tag{2.36}$$

ahol: -  $\gamma$ , a halmaz fajsúlya,

- d, a kifolyónyílás átmérője,
- $\theta$ , a silógarat félkúpszöge,
- ff,a kritikus folyási tényező,
- $ff_a = \frac{\sigma_1}{\sigma_C}$  a pillanatnyi folyási tényező, vagyis a konszolidációs feszültség (vagy tömörítő feszültség  $\sigma_I$ ) és a nyomószilárdság ( $\sigma_C$ ) hányadosa.

Könnyen folyó, kohéziómentes anyagok esetén az  $^{ff}/_{ff_a}$  hányados értéke nulla, boltozódás esetén pedig egyenlőek, a modell a boltozódás jelenségét ezzel a hányadossal írja le. A gyakorlatban alkalmazott fenti modellek közös hiányossága, hogy a silóürítéskor tapasztalható jelenségeket (pl.: a tömegáram állandóságát) nem magyarázzák, vagy bizonyos jelenségeket nem is írnak le (pl.: sebességeloszlás), illetve hogy csak bizonyos anyagok és meghatározott kifolyási módok esetén használhatóak.

Az Oldal-féle analitikus kifolyási modell (2012) rávilágít, hogy a kifolyónyílás mentén a kifolyási sebesség nem egyenletes eloszlású. Tölcséres kifolyás esetén a kifolyónyílásnál az anyaghalmaz sebességét a boltozat felületétől szabadeséssel megtett útból számította (azzal a peremfeltétellel, hogy tölcséres kifolyás esetén a kifolyónyílás peremén lévő szemek sebessége zérus), a sebességeloszlást a boltozat alakjából (másodfokú parabola), elméleti úton határozta meg (2.16. ábra) (Oldal et al., 2012). Modelljével elméletileg igazolta, hogy szemcsés anyagok silóból való kifolyásakor a kifolyási tömegáram független az anyagoszlop magasságától. Valamennyi korábbi modell is így kezeli a kifolyási tömegáramot, azonban ezek nem adnak magyarázatot a jelenségre.



2.16. ábra Kifolyónyílás és környezete (Oldal et al., 2012)

A kifolyási tömegáram állandóságát Oldal (2012) az instabil boltozatok felépülésével és összeomlásával magyarázza, ebből levezetve a tömegáram:

$$W = \frac{\pi\sqrt{2g}}{6}\sqrt{\delta\rho_h}\sqrt{(d-d_p)^5},\tag{2.37}$$

ahol  $\delta = h/d$ , az instabil boltozat alaktényezője (2.16. ábra). A modell tölcséres áramlás esetén megfelelő pontossággal közelíti a valóságot. Érvényességi határai:

$$7d_p < d < 0, 6D,$$
 (2.38)

ahol D, a silótest átmérője. A bemutatott modellek és mérési eredmények összehasonlításával adott silógeometria és szemcsés halmaz esetén kimutatható, hogy Beverloo (1961) és Oldal (2012) kifolyási modellje tölcséres áramlás esetén megfelelő pontossággal közelíti a valóságot, térfogati áramlás esetén azonban igen nagy a hibájuk. A Johanson-féle modell jellege egyezik a valósággal, azonban hibája a teljes félkúpszög tartományon jelentős – közel 200% (2.17. ábra).



2.17. ábra Kifolyási modellek összehasonlítása (Oldal et al., 2012)

A fentiek alapján tehát jelenleg *nem létezik* olyan kifolyási modell, amely tölcséres áramlás esetén alkalmas a kifolyási tömegáram elfogadható pontosságú meghatározásra. A kifolyási

modellek közül pedig egyik sem alkalmazható a teljes félkúpszög tartományon, pedig ez a tervezési folyamatot leegyszerűsítené és lerövidítené, mivel a rendelkezésre álló módszerekkel a kifolyási térfogatáram meghatározásának első lépése a kifolyási mód megállapítása, majd az ehhez megfelelő kifolyási modell kiválasztásával számítható a tömegáram.

#### 2.5.4. Silók ürítésekor jelentkező leggyakoribb problémák

Amennyiben a silók tervezésénél nem megfelelően veszik figyelembe a tárolt szemcsés halmaz jellemzőit, az növelheti a siló szerkezetében kialakuló feszültségeket, valamint ronthatja a tárolt termék minőségét (Tikos, 1974; Sitkei, 1981). A nehezen folyó szemcsés halmazok fizikai-mechanikai tulajdonságai folyamatosan változnak tárolás közben (pl.: betöltés után a halmaz tömörödik), amely szintén problémákhoz vezet. A kifolyási képességet rontó tényezők (Tomay, 1982): a tömörödés; a nedvességtartalom növekedése; kémiai, biológiai változások; szemcseméret-csökkenés (ezen tényezők a szemcsés halmaz kohézióját és belső súrlódását növelik).

Térfogati kifolyású silók, és kohéziós finomszemcsés halmazok tárolása esetén az egyik leggyakoribb probléma a stabil boltozatok képződése, amelyek megtartják a teljes anyagoszlop súlyát (2.18/a ábra). Ha stabil boltozat alakul ki a garatban, az az anyagáram elakadásához vezet, ami meggátolja a siló kiürítését, így az használhatatlanná válik, tehát a boltozatképződés silók esetén káros jelenség (ellentétben az alagutakkal) (Tomay, 1982; Schulze, 2009). A boltozatképződés velejárója az ún. kilövődés, amikor a boltozódás következtében összeállt anyagmennyiség egyszerre szakad le, károsítva a garatot és az alatta elhelyezkedő anyagmozgató berendezéseket (Csoma, 1977). A boltozatok kialakulását legegyszerűbben megfelelően nagy kifolyónyílással akadályozhatjuk meg. Ez a módszer főként durvaszemcsés anyagoknál, szemes terményeknél jelenthet megoldást. A probléma elkerülése érdekében a kifolyónyílásnak legalább 3,5-4-szer nagyobbnak kell lennie a tárolt anyag átlagos szemcseméreténél (Jacob, 2000).



2.18. ábra A silóknál előforduló leggyakoribb tárolási problémák (Schulze, 2009)

Finom porok, kohéziós szemcsés anyagok tárolásakor a szemcsék között ható adhéziós erők miatt azonban összetapadhatnak a szemcsék, ekkor ez lesz az oka az anyagáram elakadásának. Amennyiben egy siló funkcióját boltozatképződés miatt nem képes ellátni, akkor (amennyiben a tervezéskor elmaradt) utólagosan kitároló berendezést kell beépíteni. (Tikos, 1974; Schulze, 2009).
Bizonyos termények tárolásakor problémát jelenthet a tölcséres áramlás kialakulása is (2.18/b ábra). Ilyen esetben az anyag a töltött silóban nem közvetlenül a garat falán csúszik le, hanem a siló középvonalában létrejövő "tölcsérben" mozog. Így a bevezetett termék szinte azonnal távozik a silóból, emiatt a garatfalon "álló zónák" alakulnak ki. Ekkor a siló, mint puffer működik és hosszú ideig marad az anyag az álló zónákban, emiatt tulajdonságai megváltozhatnak (élelmiszer ipari, mezőgazdasági termékeknél problémát jelenthet). Ezen kívül az álló zónákban, hosszú idő alatt annyira összetömörödhet az anyag, hogy külső hatás nélkül nem tud távozni a silóból, szinte "ráköt" a siló falára (Tikos, 1974). Az anyagmozgató berendezések kedvezőtlen elhelyezése aszimmetrikus kifolyáshoz (2.18/cIlyen például szállítócsigás anyagelvezetésnél alakulhat ki, amikor a ábra) vezethet. szállítócsiga teljesítményigénye kisebb a siló kifolyási tömegáramánál, ezért a szállítócsiga megtelik anyaggal, így nem a teljes kifolyónyíláson áramolhat ki az anyag a silóból. Aszimmetrikus kifolyás akkor is kialakulhat, ha több kifolyónyílást alkalmaznak és ezek közül csak az egyiket használják. Az aszimmetrikus kifolyási mód kedvezőtlen, aszimmetrikus terhelést jelent a silószerkezetre vonatkozóan, így növelve a vékonyfalú fém silók oldalfalának kihajlási, horpadási veszélyét (Tomay, 1975).

Tölcséres áramlás kialakulásakor inhomogén szemcseméret eloszlású anyag tárolásakor az álló zónákban létrejövő szegregáció (szétválasztódás) miatt is romolhat a silóból ürített termék minősége (2.18/d ábra). Egy siló megtöltésekor állandóan számolni kell azzal, hogy a termék a silóban szemcseméret szerint szétválasztódik. Centrikus töltés esetén a kisebb szemcsék a siló tengelyének közelében, míg a nagyobb szemcsék a peremen helyezkednek el. Amikor a silóban tölcséres áramlás jön létre, akkor szinte csak finom szemcsés anyag áramlik ki a tárolóból, mivel a garatfalon álló anyagrészekben halmozódnak fel a durva szemcsés részek. Az anyag szétválasztódása a siló folyamatos ürítését is megakadályozhatja (Csoma, 1977; Sitkei, 1981; Tomay, 1982).

## 2.5.5. Kitároló berendezések

Egy jól megtervezett silóból a szemcsés halmaz mindenféle külső hatás nélkül kifolyik. Az ilyen típust gravitációs ürítésű silónak nevezzük. Viszont amennyiben az előzőekben bemutatott problémák valamilyen kitároló berendezés alkalmazását követelik meg, a hozzáfolyás akkor is gravitációs (Sitkei, 1981).

A kitároló berendezések olyan eszközök, amelyek lehetővé teszik vagy javítják a szemcsés anyagok kifolyását a tárolóból. Fontos megkülönböztetni a kifolyást segítő — amelyek fő feladata a folyamatos áramlás biztosítása, az anyagáram szabályozása azonban ezekkel nem lehetséges — és a kifolyást szabályzó berendezéseket, amelyek alkalmazásával a szükséges tömegáramot üzembiztosan létre tudjuk hozni, illetve a kapcsolódó berendezésekhez igazíthatjuk (Kache, 2009). A kitároló berendezések tehát olyan speciális eszközök, amelyek képesek a silóban az anyagáramlás fenntartására, megakadályozzák stabil boltozatok kialakulását és javítják a szemcsés anyag áramlását (pl.: a kívánt kifolyási tömegáramot biztosíthatjuk alkalmazásukkal).

A kifolyást segítő berendezések alapvetően két csoportba sorolhatóak (Schulze, 2009):

- pneumatikus, vagy léglazításos kifolyást segítő berendezések,
- mechanikus elven működő kifolyást segítő berendezések.

A pneumatikus kifolyást segítő berendezések sűrített levegő segítségével hozzák mozgásba, lazítják a silóban tárolt anyaghalmazt. A léglazításos kitároló berendezéseket a

boltozatképződés megelőzése vagy a meglévő boltozat összetörése céljából használják nehezen folyó halmazok tárolásakor (Tomay, 1982).



2.19. ábra Csigás lazítók és forgózsilip (Tomay, 1982; Schulze, 2009)

A silóba áramoltatott sűrített levegő túlnyomást okoz benne, majd ez a túlnyomás a legkisebb ellenállás irányába terjed tovább. Amennyiben az anyagoszlop elég magas és a sűrített levegőt a garat környezetében juttatjuk a silóba, akkor a túlnyomás a kifolyónyílás irányába terjed. Amennyiben a túlnyomás elegendően nagy ahhoz, hogy legyőzze a falsúrlódást, akkor kifolyásra készteti az anyagot (Schulze, 2009).

A mechanikus elven működő kifolyást segítő berendezések, például a különböző kialakítású csigás lazítók, vagy a forgózsilip (2.19. ábra), amelyet a garat alján rögzítenek, majd a megrekedt anyagot keverve egy forgócellás adagolón keresztül üríti ki.

A mechanikus elven működő kifolyást segítő berendezések hatása nagymértékben függ a szerkezet lengéstani viszonyaitól és a tárolt anyag jellemzőitől, ezért mindenekelőtt vastag falú fém silók ürítésére használhatóak (Tikos, 1974).

A kifolyást szabályzó berendezések kialakításának főbb szempontjai:

- Ne legyen a berendezésben olyan sík felület, amelyen az anyaghalmaz megállhat (azaz ne alakuljanak ki álló zónák a berendezés geometriája miatt).
- A kifolyónyílás teljes keresztmetszetében távolítsák el az anyagot (azaz ne okozzák a siló aszimmetrikus terhelését).

A leggyakrabban és leghatékonyabban alkalmazott kifolyást szabályzó berendezések a rezgőgaratok (vibrogaratok). A berendezéseket a garathoz kell csatlakoztatni, amely rezgésbe jön és ennek hatására kifolyik az anyag a silóból. A rezgés energiáját a halmaz lazítására és az anyagáram elindítására használják, azonban előfordulhat, hogy egy adott szemcsés halmaz bizonyos paraméterű rezgés hatására tömörödik, ezáltal fokozódhat a boltozati hatás, ilyenkor a berendezés használatával kiüríthetetlenné válik a siló (Csoma, 1977; Tomay, 1982). Vannak a garaton belül (általában rezgőkúp) és a garaton kívül (általában excenter motor) elhelyezett vibrátorral működő berendezések (2.20. ábra) (Schulze, 2009). A garaton kívül elhelyezett vibrátorral ellátott berendezések szerelési és karbantartási szempontból kedvezőbbek. A vibrogaratok alapvető elemei a vibrátor és a rugalmas szigetelés. A vibromotor és a silótestre rezgés adódjon át. Erre a szerkezeti elemre



nagy terhelés adódik át a tárolt halmazból, amelyet a rezgés hatása fokoz. A vibromotor legáltalánosabb elhelyezése, a siló tengelyére merőleges rögzítési mód (Tomay, 1982).

2.20. ábra Különböző rezgőgarat kialakítások (Schulze, 2009)

## 2.5.6. Nehezen folyó halmazok gyakorlati problémái

A gyakorlatban előforduló tárolási problémákat a Gyermelyi Zrt. Takarmánykeverő üzemében vizsgáltam meg. Az üzemben többféle kohéziós, nehezen folvó anyagot tárolnak, így többféle silótípus üzeme is megfigyelhető (2.21. ábra). A vállalat alapítói a nyolcvanas évek közepén már négy község határában gazdálkodtak, s a gazdasági lehetőségeket kihasználva malmot is építettek, így biztosítva az egyenletesebb alapanyag-ellátást a tésztagyárnak, majd 1992-ben takarmányüzemet alapítottak a saját baromfitenyésztés kiszolgálására. Az állattartás legnagyobb költsége a takarmány, ezért a leggazdaságosabb megoldás, ha a vállalatcsoport állatállományának keveréktakarmány szükségletét az általuk üzemeltetett takarmánygyár látja el, zömében saját alapanyag felhasználásával. А takarmánykeverőben nehezen folyó, finomszemcsés alapanyagokkal (szójadara, szójaliszt, halliszt, porcliszt, stb.) foglalkoznak, amelyeket felhasználás előtt 3 db 350 m<sup>3</sup> térfogatú, vibrofenekű (rezgőgarattal szerelt), és 3 db 100 m<sup>3</sup> térfogatú silóban tárolnak. А technológiai folyamat rédlerekből, szállítószalagokból, bonyolult anyagmozgatási láncból, előtartályokból, darálókból áll és teljesen automatizált. A rezgőgaratokon AViTEQ elsőgenerációs, állandó fordulatszámú excentermotorokkal próbálják megelőzni az anyagáram elakadását (2.21. ábra).

A rezgőgarattal felszerelt silókban főként magas zsírtartalmú, kohéziós, nehezen folyó szójadarát tárolnak, ám annak ellenére, hogy a silókat minden esetben gerjesztéssel ürítik, számos esetben elakad az anyagáram. A hibának két különböző okát tapasztalták az üzemben: a vibrációs hatás ellenére stabil boltozat alakul ki a garatban, emiatt a silóhoz kapcsolódó rédler üresben jár, vagy a rédler teljesítményénél nagyobb sebességgel folyik ki az anyag a silóból, emiatt a többletterhelés miatt akad el a rédler.



2.21. ábra 30°-os félkúpszögű, 350 m³ térfogatú, vibrofenekű siló a Gyermelyi Zrt. takarmánykeverő üzemében

A kisméretű silókban különböző liszteket tárolnak, és mivel nem rezgőgaratos kialakításúak, csupán 2 kisméretű, pneumatikus ütőhenger található rajtuk, így még sűrűbben fordul elő az anyagáram elakadása. A probléma megoldásaként kalapáccsal ráütnek a garatra, az ütés hatására pedig általában leszakad a boltozódott anyag. A kalapácsnyomok a 2.22. ábrán jól látszódnak a garaton.

takarmánykeverő üzemében tehát mindennapos problémát jelent a A Gyermelvi Zrt. nehezen folyó szemcsés halmazok tárolása, szállítása. A tároló- és anyagmozgató berendezéseket tapasztalatok alapján tervezik, üzemeltetik. A kohéziós anyagokra ismeretek bővülése, vonatkozó, vibrációs ürítéssel kapcsolatos azanyagáram szabályozhatósága az ilyen típusú silókat üzemeltető (és tervező) cégeknek nagy segítséget jelentene.



2.22. ábra 30°-os félkúpszögű, 100 m³ térfogatú, siló, kalapácsnyomokkal a Gyermelyi Zrt. takarmánykeverő üzemében

## 2.6. Silók vibrációs ürítése

Az előző fejezetek alapján megállapítható, hogy a mezőgazdasági silók üzemeltetése során az egyik leggyakrabban jelentkező probléma az anyagáram elakadása, boltozódása a kifolyónyílás felett. Ilyen esetekben gravitációs úton a siló kiürítése nem lehetséges, ezért valamilyen kitároló berendezés alkalmazása szükséges. A leghatékonyabban alkalmazható ilyen berendezések vibrációs elven működnek. Ezen berendezések tervezése és üzemeltetése azonban szinte minden esetben tapasztalati úton történik, mivel a gerjesztés, a szemcsés halmazok mechanikai tulajdonságaira, kifolyási folyamatára gyakorolt pontos hatása (pl.: hogyan változik a kifolyási tömegáram és az áramlási kép a rezgésparaméterek függvényében) egyelőre nem ismert, illetve ilyen esetben használható kifolyási modellt nem ismerünk.

#### 2.6.1. A rezgések szemcsés halmazokra gyakorolt hatása

A mérnöki gyakorlatban a szemcsés halmazok feldolgozása, szállítása, tárolása közben számos esetben alkalmaznak rezgést a technológiai folyamatok részeként vagy azok javítása érdekében (pl.: pellettállás, tablettázás, silóürítés, stb.) és gyakran jelentkeznek a rezgések káros hatásai is (pl.: tömörödés miatti boltozódás) (Suzuki és Tanaka, 1968; Muhammad és Lambert, 1997). Ezért fontos, hogy megértsük, miként viselkednek a szemcsés halmazok gerjesztés hatására. A finomszemcsés halmazok mechanikai rezgés hatására fellazulhatnak, bizonyos feltételek mellett pedig tömörödhetnek is (Roberts és Scott, 1978).



2.23. ábra A gerjesztett nyíródoboz (Muhammad és Lambert, 1997)

A nyírószilárdság változását a fajlagos nyírószilárdsággal értelmezhetjük, amely a gerjesztéssel mért nyírószilárdság ( $\tau$ ) és a gerjesztés nélkül mért nyírószilárdság ( $\tau_0$ ) aránya (Kollmann, 2002):

$$S_{\tau} = \frac{\tau}{\tau_0}.\tag{2.39}$$

A vizsgálat során frekvencia függvényében egyre csökken a minta nyírószilárdsága majd aszimptotikusan tart egy konkrét értékhez. A jelenség különböző normálfeszültségek mellett is jelentkezik (Roscoe et al., 1958). A nyírószilárdság csökkenését Roscoe (1958) a Mohr-Coulomb-féle tönkremeneteli kritérium 2.21 egyenlet) módosításával adja meg a normálfeszültség és a porozitás függvényében:

$$\tau = f(\sigma, \varepsilon) = \tan \varphi_b \cdot \sigma + \beta_R \cdot e^{\frac{1}{\gamma_R}\varepsilon}, \qquad (2.40)$$

ahol $\beta_R$  és  $\gamma_R$ a szemcsés halmazra jellemző empirikus állandók.



2.24. ábra A fajlagos nyírószilárdság a rezgésfrekvencia függvényében (Roberts és Scott, 1978)

Roscoe (1958) szerint állandó keményedési feltételek mellett a halmaz porozitása arányos a bevezetett rezgés intenzitásával, azaz a rezgés sebesség-amplitúdójával:

$$\varepsilon \sim v_{max} = A\omega,$$
 (2.41)

ahol A a gerjesztés amplitúdója,  $v_{max}$  a gerjesztés sebesség-amplitúdója,  $\omega$  pedig a körfrekvenciája. Ez alapján a nyírószilárdság a normálfeszültség és a rezgés sebesség amplitúdójának függvényében:

$$\tau = f(\sigma, \varepsilon) = \tan \varphi_b \cdot \sigma + \beta_R \cdot e^{\frac{1}{\gamma}\varepsilon}.$$
(2.42)

Amennyiben azt az esetet vizsgáljuk, amikor a rezgés sebesség-amplitúdója végtelenül nagy  $(v_{max} \mapsto \infty)$  akkor a halmaz nyírószilárdságának határértékét  $(\tau_{\infty})$  kapjuk:

$$\tau(v \longmapsto \infty) = \tau_{\infty} = \tan \varphi_b \cdot \sigma. \tag{2.43}$$

A másik határeset, amikor a rezgés hatása nélküli nyírószilárdságot kapjuk:

$$\tau(v=0) = \tau_0 = \tan \varphi_b \cdot \sigma + \beta_R = \tau_\infty + \beta_R.$$
(2.44)

A határeseteket a 2.40 egyenletbe helyettesítve:

$$\tau = \tau_0 - \beta_R \left( 1 - e^{-\frac{v_{max}}{\gamma_R}} \right).$$
(2.45)

Az egyenletet dimenzió nélküli alakban felírva:

$$\frac{\tau}{\tau_0} = \tau_0 - \frac{\beta_R}{\tau_0} \left( 1 - e^{-\frac{v_{max}}{\gamma_R}} \right).$$
(2.46)

A  $\beta_R$  anyagjellemző a nyírószilárdság rezgésbevezetés hatására történő legnagyobb csökkenése, a  $\gamma_R$  paraméter pedig az ún. karakterisztikus rezgéssebesség, amely a legnagyobb nyírószilárdság csökkenés 63%-ához tartozó sebesség amplitúdó értéke (Roscoe et al., 1958; Kollmann, 2002).



2.25. ábra A  $\beta_R$  és a  $\gamma_R$  paraméter értelmezése (Kollmann, 2002)

Az előzőekkel ellentétben azonban amennyiben a nyíróvizsgálat konszolidációs szakaszában működtetjük a gerjesztést nem fellazul a halmaz, hanem tömörödik, nyírószilárdsága növekszik, tehát folyóképessége csökken. A tömörödés mértéke a konszolidációs feszültségtől és a gerjesztés időtartamtól, illetve paramétereitől is függ (Muhammad és Lambert, 1997).



2.26. ábra Vasérc halmaz nyírószilárdság-növekedése a konszolidációs feszültség és időtartam függvényében (Muhammad és Lambert, 1997)

A konszolidációs szakaszban működtetett rezgés hatására a szemcsés halmaz porozitása csökken, halmazsűrűsége növekszik (tömörödik), ami a nyírószilárdság növekedését vonja maga után. A 2.26. ábrán a nyírótégelybe helyezett vasérc halmaz, különböző frekvenciájú gerjesztés hatására mutatott térfogatváltozásának a halmaz nyírószilárdságára gyakorolt hatását láthatjuk (Muhammad és Lambert, 1997)).



2.27. ábra Vasérc halmaz különböző frekvenciájú gerjesztés hatására mutatott térfogatváltozása (Muhammad és Lambert, 1997)

A gerjesztés hatására folyamatosan tömörödik a halmaz, míg térfogatcsökkenése állandósult állapotban el nem ér egy állandó értéket. A szemcsés halmazok rezgés hatására mutatott tömörödését, szilárdságnövekedését leíró modellek a rezgésparaméterek szűk tartományában és csak bizonyos halmazok esetén alkalmazhatóak, jelenlegi formájukban gyakorlati alkalmazásuk nem lehetséges.

#### 2.6.2. Gerjesztés silókifolyásra gyakorolt hatása

A vibrációs elven működő kitároló berendezések (pl.: a vibrogaratok) helyes használatával jelentősen csökkenthető a nehezen folyó szemcsés halmazok nyírószilárdsága, falsúrlódása, így folyási tulajdonságaik javíthatóak, stabil boltozatok kialakulása megakadályozható, vagy tölcséres áramlási mód, térfogati áramlássá alakítható (Suzuki és Tanaka, 1972). Helytelen alkalmazásukkal azonban ellentétes célt érhetünk el, mivel a nem megfelelő rezgésparaméterek hatására az előző fejezetben bemutatottak szerint a halmaz szilárdsága növekedhet, akár be is köthet a silógaratba (Roberts és Scott, 1978).

A silók vibrációs kifolyását leíró egyik első munkában (Suzuki és Tanaka, 1968) négyszög keresztmetszetű silókban, a tengelyükkel párhuzamos (függőleges) irányú rezgések hatására kialakuló viszonyokat vizsgálták. A szerzők a gerjesztett silóban a szemcsék mozgáspályáját és a silófal mellett kialakuló "áramlási zónák" létrejöttét elemezték. Az "áramlási zóna" a silófal mellett kialakuló olyan vékony anyagréteg, amelyben a szemcsék gyorsulása nagyobb, mint a halmaz többi részén (Wassgrenn et al., 1996). A kutatók kimutatták, hogy nagy rezgésgyorsulás alkalmazása esetén a kifolyási tömegáram jelentős mértékben csökken a rezgés nélküli esethez képest. Evesque és Meftah (1993) függőleges irányú rezgéssel gerjesztett homokórát vizsgálva hasonló eredményre jutottak. Matchett (2004) a boltozatok stabilitáselmélete alapján dolgozta ki modelljét gerjesztett silókban kialakuló feszültségek meghatározására. Az elmélet egy korlátozó feltételt vesz figyelembe, az ún. "nyomó-húzó" jelenséget. Nyomó jelenségnek nevezi a szerző, amikor a rezgő silófal maradó alakváltozás eléréséig összenyomja a tárolt halmazt és húzó jelenségnek nevezi, amikor az összenyomott halmazban oldódnak a nyomó fázisban felhalmozódott feszültségek.

Wassgren (1997) disszertációjában függőleges irányú rezgéssel gerjesztett hengeres tárolók kifolyási tömegáramának meghatározására alkalmas modellt publikált. Modellje szerint a pillanatnyi kifolyási tömegáram:

$$W = \rho_h \sqrt{q_{eff}} D_h^{5/2}, \qquad (2.47)$$

ahol: -  $q_{eff}$ , a halmazra ható effektív gravitációs gyorsulás,

-  $D_h$  pedig a kifolyónyílás hidraulikus átmérője (Neddermann et al., 1982).

Az effektív gravitációs gyorsulás definíciója (Wassgren, 1997):

$$q_{eff} = \begin{cases} g(1 - \Gamma \sin(\omega t)) & 0 \le t \le t_0 & \text{nyugalom} \\ 0 & t_0 \le t < t_1 & \text{lebegés} \\ \frac{d\dot{y_t}}{dt} & t_0 \le t < t_1 + \Delta t & \text{ütközés} \\ g(1 - \Gamma \sin(\omega t)) & t_1 + \Delta t \le t < T & \text{nyugalom} \end{cases}$$
(2.48)

ahol  $t_0$  az az időpillanat, amikor a halmaz szabadesésbe kezd,  $dy_t/dt$  a halmaz ütközése közbeni gyorsulás,  $t_1$  az az időpillanat, amikor a halmaz először érintkezik a tároló falával szabadesés után,  $\Delta t$  az ütközés időtartama, T a rezgés periódusideje,  $\Gamma = A\omega^2/g$  pedig a

rendszer fajlagos gyorsulása (a legnagyobb rezgésgyorsulás és a gravitációs gyorsulás aránya). Abban az esetben, ha  $\Gamma \leq 1$ , a halmaz nem hagyja el a tároló falát és az effektív gyorsulás értéke a teljes rezgési periódus alatt (Wassgren, 1997):

$$q_{eff} = g(1 - \Gamma \sin(\omega t)). \tag{2.49}$$

Abban az esetben ha a kölcsönhatások időtartama megfelelően kicsi és  $\Gamma > 1$ , a rezgés nélküli és a rezgés hatására kialakuló tömegáram aránya (vagyis a fajlagos kifolyási tömegáram –  $\Psi = W/W_0$ ):

$$\Psi = \frac{1}{2\pi} \left( \int_0^{\alpha_0} \sqrt{1 - \Gamma \sin \alpha} \, d\alpha + \sqrt{\Gamma \cos \alpha_1 - \Gamma \cos \alpha_0 + \alpha_1 - \alpha_0} \sqrt{\Delta \alpha} + \int_{\alpha_1}^{2\pi} \sqrt{1 - \Gamma \sin \alpha} \, d\alpha \right),$$

$$(2.50)$$

ahol: -  $\alpha = \omega t$ ,

-  $\alpha_0$  a fázisszög, amíg a szemcsék elemelkednek a tároló falától,

- $\alpha_1$  a fázisszög, amíg a szemcsék újra érintkezésbe lépnek a tároló falával,
- $\Delta \alpha$  pedig a dimenzió nélküli ütközési idő.

A fajlagos kifolyási tömegáram, amennyiben  $\Gamma < 1$  (Wassgren, 1997):

$$\Psi = \frac{1}{2\pi} \left( \int_{\alpha_1}^{2\pi} \sqrt{1 - \Gamma \sin \alpha} \, d\alpha \right). \tag{2.51}$$

A modell helyességének igazolására a szerző sík silómodellből ürített üveggolyókkal végzett különböző függőleges gerjesztési frekvenciákon kifolyási vizsgálatokat. Ezután a kísérletek és a számítási modell eredményeit közös koordináta-rendszerben ábrázolta (a fajlagos kifolyási tömegáramot a fajlagos gyorsulás függvényében elemezve).



2.28. ábra Függőleges irányban gerjesztett siló fajlagos kifolyási tömegárama, a fajlagos gyorsulás függvényében és a Wassgren-féle kifolyási modell eredményei (Wassgren, 1997)

A 2.28. ábrán látható eredmények alapján függőleges irányú gerjesztés hatására, a vizsgált tartományban csak elhanyagolható mértékben változik, vagy csökken a kifolyási tömegáram a gerjesztő frekvencia függvényében. A szerző szerint a kifolyási tömegáram csökkenésének oka, hogy a gerjesztés következtében a szemcsék oszcilláló mozgást végeznek, amely

befolyásolja kölcsönhatásaikat. Wassgren kifolyási modelljének jellege megegyezik a mérési eredményekkel, azonban hibája  $\Gamma > 1$  esetén jelentős (Wassgrenn et al., 2002).



2.29. ábra Sík tárolóban kialakuló áramlási kép, illetve vízszintes irányú gerjesztés hatására létrejövő áramkép (Hunt et al., 1999)

Hunt szerzőtársaival (1999) vízszintes irányú gerjesztés kifolyási tömegáramra gyakorolt hatását vizsgálta. Kísérleteiket 45°-os félkúpszögű sík tárolóval és üveggolyókkal végezték különböző gerjesztési frekvenciákon.

A tároló oldalfala átlátszó műanyagból készült, így különböző szemcserétegek megfestésével az áramlási mód megfigyelhető. Rezgés alkalmazása nélkül tölcséres áramlás alakult ki a garatban, míg gerjesztés hatására ez térfogati áramlássá alakult át, és a garatfalon megjelentek az áramlási zónák (2.29. ábra). Az előzőekhez hasonlóan az eredmények értékeléséhez a szerzők a fajlagos kifolyási tömegáramot a fajlagos gyorsulás függvényében ábrázolták.



2.30. ábra Fajlagos kifolyási tömegáram 1 mm átmérőjű üveggolyók esetén (Hunt et al., 1999)

A 2.30. ábra alapján megállapítható, hogy vízszintes irányú gerjesztés hatására a vizsgálati tartományban valamennyi frekvencián növekszik a kifolyási tömegáram és a növekedés alacsonyabb frekvenciatartományban jelentősebb mértékű. A szerzők a szemcsék mozgáspályájának leírásával foglalkoztak, a kifolyási tömegáram meghatározására alkalmas modellt nem állítottak fel.

# 2.7. A szakirodalmi áttekintés összefoglaló értékelése

A kutatásomat megalapozó ismeretek szakirodalmi áttekintése során kiemelt figyelmet fordítottam a szemcsés halmazok silós tárolásával kapcsolatos eddig publikált elméletekre és ezek hiányosságaira, valamint a gyakorlatban sűrűn előforduló tárolási- és anyagmozgatási problémákra. A tématerület széleskörű szakirodalmának áttekintése után röviden összefoglaltam a szemcsés halmazok fontosabb fizikai, mechanikai tulajdonságait, tárolásuk jellegzetességeit és az ezzel kapcsolatban fellépő problémákat a mezőgazdaságban. Megvizsgáltam a boltozódás elkerülésére használt berendezések működési elvét, illetve üzemeltetésük körülményeit, valamint bemutattam egy, a diszkrét rendszerek modellezésére kifejlesztett numerikus eljárást és annak alkalmazási korlátait.

A szemcsehalmazok speciális mechanikai jellemzői miatt olyan minőségi eltérést mutatnak a többi halmazállapothoz képest, amely miatt tartályból történő kifolyásuk leírásához a kontinuummechanika közismert összefüggései nem használhatóak. Silós tároláskor pedig – a tároló kiüríthetőségén túl – a legfontosabb a kifolyás sebességének pontos ismerete. А szakirodalomban található tömegáram számítására alkalmas modelleket áttekintve arra a következtetésre jutottam, hogy ezek egyike sem alkalmazható a teljes félkúpszög Beverloo empirikus (1961) és Oldal elméletileg igazolt (2012) modellje tartományban. megfelelően pontos eredményt ad tölcséres áramlás esetén, viszont térfogati kifolyási módú silóknál sem ezek, sem más modellek nem adnak elfogadható pontosságú ( $\pm 5\%$ -os hibahatáron belüli) eredményt. A számítási módszerek ezen hiányosságai miatt jelenleg a silók tömegáramának tervezése kétlépcsős folyamat: elsőként a kifolyási módját kell meghatározni, majd a kifolyási mód alapján ki kell választani a megfelelő számítási módszert, amellyel a tömegáram kiszámítható. Térfogati kifolyás esetén a legpontosabb modell (Johanson modellje (1965)) is legalább 200%-os hibával alkalmazható.

Szintén fontos kérdés, és a takarmánykeverő üzemekben gyakran előforduló probléma, az anyagáram elakadása (a boltozatképződés jelensége) és emiatt az egyes alkatóelemek pontos adagolásának nehézségei. A probléma megoldás érdekében (a stabil boltozatok kialakulását megelőzendő, vagy azok feltörése céljából) legtöbbször vibrációs elven működő kifolyást segítő berendezéseket használnak. A Gyermelyi Zrt. takarmánykeverő üzemében szerzett tapasztalataim és a témában megjelent kutatások alapján megállapítottam, hogy az ilyen eszközök tervezése és kivitelezése, sőt üzemeltetésük is csupán tapasztalatok alapján történik. Ennek oka, hogy a gerjesztési paraméterek silókifolyásra gyakorolt pontos hatása nem ismert és emiatt a nem megfelelő üzemeltetés következtében sok esetben ellentétes hatást érnek el, mivel fellazítás helyett csak még jobban összetömörítik a silóban boltozódó anyagot.

A szemcsés halmazok modellezésére új eljárásokat fejlesztettek ki (pl. a diszkrét elemes módszert). A számítási módszerek fejlődésével, azok egyre bonyolultabbá válnak, egyre több paraméterrel dolgoznak. Így egyre pontosabban lehetséges ugyan a jelenségek leírása, azonban ehhez egyre növekvő számításigény és egyre nagyobb modellezési bizonytalanság társul. Ennek megfelelően a diszkrét elemes módszerrel nagyságrendekkel pontosabban lehetséges a szemcsehalmazok leírása, viszont az eljárás jelenleg is fejlődik, gyakorlati alkalmazásának egyelőre számos korlátja van. Az egyik fő korlátozó tényező a nagyszámú szemcséből álló halmazok modellezésével együtt járó nagy számításigény (egy-egy modell megoldása heteket, sőt akár hónapokat is igénybe vehet). A másik fő probléma, hogy az eljárás számos paraméterrel dolgozik, amelyek közül a legtöbb vagy csak közvetett módon, vagy egyáltalán nem mérhető (bizonyos paraméterek fizikai tartalma sem egyértelmű). Ennek következtében ezen jellemzők meghatározása (a diszkrét modell kalibrációja) a legtöbb esetben nagyon idő- és energiaigényes feladat (előfordulhat, hogy több időbe telik, mint a numerikus modell megoldása).

A felsorolt hiányosságok megoldása és a bemutatott numerikus eljárás hatékonyabb felhasználásának elősegítése vezetett dolgozatom megírásához és a tézisek megfogalmazásához.

Ebben a fejezetben a kutatási céljaim megvalósításához használt modellezési eljárásokat és kísérleti módszereket mutatom be.

# 3.1. Kísérleti silómodellek

Az egyes jelenségek megértéséhez, az azokat befolyásoló faktorok hatásának feltérképezéséhez és a szakirodalmi áttekintésben bemutatott problémákat, hiányosságokat kezelő új modellek helyességének igazolásához kísérleti vizsgálatokat végeztem. A mérőeszközöket és kiértékelési módszereket a következőkben mutatom be.

# 3.1.1. Hengeres silók szabad kifolyásának vizsgálata

A hengeres silók kifolyásának kísérleti vizsgálatát a 3.1. ábrán látható mérő- és adatfeldolgozó rendszerrel ellátott modellsilóval végeztem.



3.1. ábra Hengeres silók szabad kifolyásának vizsgálatához használt modellsiló és a mérési elrendezés

A modellsiló teste egy 110 mm átmérőjű, 700 mm hosszúságú PVC henger, amelyhez 35 mm átmérőjű kifolyónyílással ellátott, cserélhető, kúpos kialakítású garat csatlakozik. Az elkészített modellsiló esetén a silótest átmérőjének (D) és a kifolyónyílás átmérőjének (d)aránya 3,14, amely a gyakorlatban alkalmazott gabonatároló silóknak megfelel (általában a D/d > 2,5 arány jellemzi a valóságos terménytárolókat). A kifolyónyílás méretének megválasztásakor a tárolt szemcsés halmaz (búza) szemcseméretét is figyelembe kellett A szabad kifolyás vizsgálatához kohézió nélküli szemesterményt, búzát vennem. használtam, amelynek átlagos szemcsenagysága  $d_p$ = 5,5 mm,átlagos, relatív nedvességtartalma pedig  $w = 13 \pm 1,5\%$  volt, és a feltöltött hengerből egy mérés során  $4,75 \pm 0,25$  kg anyagot (a garat félkúpszögének függvényében) ürítettem ki. Sitkei (1981) ajánlása szerint búza silós tárolásakor a kifolyónyílásnak legalább 15 mm átmérőjűnek kell lennie, hogy a búzaszemek ne ékelődjenek egymásba a kiömlőnyílás felett. Ez a megállapítás egybevág Jacob (2000) folyási függvényen alapuló eredményeivel is, melyek szerint a stabil boltozatok kialakulása akkor kerülhető el, ha a hengeres siló kifolyónyílásának átmérője legalább 3,5-4-szerese a tárolt halmaz átlagos szemcseméretének.

Mivel a modellsilóban tárolt búza esetén a kifolyónyílás átmérő és az átlagos szemcsenagyság aránya  $d/d_p = 6,36$ , tehát megállapítható, hogy a bemutatott modellsiló egy valóságos gabonatárolóhoz képest arányosnak tekinthető, tehát a laboratóriumi vizsgálataim eredményei nagyobb méretű silóra is kiterjeszthetőek.

A különböző kifolyási módok vizsgálatához és értékeléséhez hét különböző félkúpszögű poliamid garatot készítettem, a félkúpszög rendre:  $\theta = 10^{\circ}$ , 20°, 30°, 40°, 50°, 60° és 70° volt (így mind térfogati, mind tölcséres áramlás esetén mérhettem a siló kifolyási tömegáramát). A kísérletek során a modellsilóból kifolyt búza tömegét három HBM (Hottinger Baldwin Messtechnik) C9B típusú erőmérő cellával (méréshatára: 500 N, érzékenysége a teljes méréstartományra vonatkozóan: 0,05%) mértem meg. Az adatfeldolgozásért a HBM Spider típusú 8 csatornás mérőerősítő- és adatgyűjtő egység felelt. Valamennyi különböző félkúpszögű garat esetén 5-szörös ismétléssel végeztem ürítési vizsgálatot és a mérések során a mintavételi frekvencia minden esetben 50 Hz volt.

Az adatfeldolgozás során az összetartozó tömeg-idő adatokat közös koordináta-rendszerben ábrázoltam és minden esetben meghatároztam az átlagos kifolyási tömegáramot. A jelenség lineáris jellege miatt kézenfekvő megoldás volt a lineáris regresszió alkalmazása, amellyel az átlagos kifolyási tömegáram (a lineáris tömeg-idő függvény meredeksége) nagyszámú adat esetén is közvetlenül és gyorsan meghatározható (3.2. ábra).





#### 3.1.2. Szögletes silók szabad kifolyásának vizsgálata

Az Oldal-féle, hengeres geometriájú silók tömegáramának számítására kifejlesztett, analitikus modell négyszög keresztmetszetű, sík áramlású tárolókra való kiterjesztéséhez az előzőekhez hasonló kísérleteket végeztem, függőleges oldalfalú, síkbeli áramlású silómodell alkalmazásával (3.3. ábra). Az ilyen szögletes, függőleges oldalfalú, síkbeli áramlású kifolyógaratoknak leginkább a gyógyszer- és a műanyagiparban van szerepük: az egyes alapanyagok pontos adagolásához, a megfelelő receptúrák elkészítéséhez használnak ilyen típusú tárolókat.

A négyszög keresztmetszetű modellsiló $0,3\,\,{\rm mm}$ vastagságú acéllemezből készült szintén cserélhető toldattal, amelyből ebben az esetben is hét különböző félcsúcsszögű készült

(szintén 10°-tól 70°-ig) (3.3\a ábra). A silótest mérete 100 × 100 mm, míg a különböző csúcsszögű garatok kifolyónyílása 20 × 100 mm méretű volt. A silótest szélességét a kísérletek során nem változtattam (c = 100 mm).



3.3. ábra A négyszög keresztmetszetű silómodellek

A kiterjesztett modell helyességének igazolása érdekében úgy alakítottam ki a silótestet, hogy 60°-os félcsúcsszögű garat mellet a silótest mélysége (b méret a 3.3\b ábrán) 25 mm-től 125 mm-ig fokozatmentesen állítható legyen. Ily módon a silótest szélesség - mélység arányát állandó szélesség (c = 100 mm) mellett a c/b = 0, 8 - 4 tartományban változtathattam.

A kiterjesztett modell alkalmazhatósági határait is megvizsgáltam. Ehhez készítettem egy újabb 60°-os félcsúcsszögű ürítőgaratot, amely kifolyónyílásának szélességét (a méret a 3.3\c ábrán) lehetett változtatni 15 mm-től, a silótest szélességéig (3.3\c ábra). Így lehetőség nyílt a silótest és a kifolyónyílás szélesség arányának változtatására az a/c = 0, 15-1 tartományban.

A mérő- és adatgyűjtő rendszer kialakítása és az adatfeldolgozás módja a hengeres silók kísérleti vizsgálatánál bemutatottakkal teljesen megegyező volt. A négyszög keresztmetszetű függőleges tárolók kifolyási tömegárama is független a silóban lévő anyagoszlop magasságától, tehát a kifolyt tömeg-idő függvény ebben az esetben is lineáris (3.4. ábra), az átlagos kifolyási tömegáram a mért adatokból lineáris regresszióval meghatározható. Valamennyi különböző csúcsszögű kifolyógarattal, illetve a modellsiló szélességének és a kifolyónyílás méretének változtatásával is ötszörös ismétléssel végeztem kifolyási vizsgálatokat.



3.4. ábra 60°-os csúcsszögű,  $20 \times 100$  mm méretű kifolyónyílással ellátott, négyszögletes modellsilóból kifolyt búza tömege az idő függvényében

## 3.1.3. Hengeres silók vibrációs ürítésének vizsgálata

A vibrációs elven működő, kifolyást szabályzó berendezések tervezéséhez, megfelelő üzemeltetéséhez elengedhetetlen a gerjesztő paraméterek (a rezgés frekvenciájának, amplitúdójának) kifolyási jellemzőkre gyakorolt hatásának pontos ismerete, ezért a 3.1.1. fejezetben bemutatott hengeres silómodellt kiegészítettem egy változtatható fordulatszámú excenteres vibrátorral (3.5\a ábra) és egy ADXL326 típusú, háromtengelyes MEMS (MicroelectroMechanical System) gyorsulásérzékelő műszerrel (3.5\b ábra).





Az excenter vibrátort a siló szimmetriatengelyére merőleges irányban rögzítettem a silógaraton (így a silótest tengelyére merőlegesen történt a rezgésbevezetés), a háromtengelyes gyorsulásérzékelőt pedig szintén a silógaraton rögzítettem (a vibrátorral

ellentétes oldalon), így lehetségessé vált a rezgésbevezetés és ezzel egy időben három egymásra merőleges irányban meg tudtam mérni a silógarat gyorsulását is (párhuzamosan a silóból kifolyt anyag tömegének mérésével) (3.6. ábra).



3.6. ábra Mérési összeállítás gerjesztett silók kifolyásának vizsgálatához és egy mért gyorsulás jel, valamint az ahhoz tartozó frekvencia spektrum

A mérési összeállítás lehetővé tette, hogy vibrátor fordulatszámának és kiegyensúlyozatlanságának változtatásával a modellsiló rezgésének frekvenciáját 0-145 Hz között, amplitúdóját pedig 0-0,11 mm között változtathassam. A mért gyorsulás jelekből Fourier-transzformációval (Bochner és Chandrasekharan, 1950) létrehoztam a jelek frekvencia spektrumát, amelyből a siló rezgésének frekvenciáját és amplitúdóját meg tudtam állapítani (3.6. ábra).

Annak érdekében, hogy a gerjesztés csak a kiömlőgaratnak adódjon át, ebben az esetben a garat és a silótest csatlakozását egy rugalmas gumigyűrű felhasználásával egészítettem ki  $(3.7\a$  ábra). A rugalmas csatlakozás hatásának elemzéséhez ugyanazon gerjesztő paraméterek mellett nemcsak a garaton, hanem a silótesten is, 3 különböző magasságban megmértem a modellsiló rezgését. Ezt az ellenőrző vizsgálatot a mérési tartomány felső határán végeztem: amikor a garat rezgésének amplitúdója 0,11 mm volt, akkor a silótest és a garat csatlakozásának környezetében (a garaton elhelyezett gyorsulásérzékelőtől 120 mm magasságban) csupán ennek 6,7%-a, míg a silótest tetején 0,8%-a volt a rezgés amplitúdó (3.7\b ábra). Ezen ellenőrző mérés alapján tehát megállapítom, hogy a gerjesztés hatására csak a kiömlőgarat jött rezgésbe, a silótest rezgőmozgása pedig ehhez képest elhanyagolható mértékű volt.



3.7. ábra A silótest és a garat csatlakozás, illetve a rezgésamplitúdó változása a modellsiló szimmetriatengelye mentén gerjesztett kifolyás kísérleti vizsgálatakor

A kísérletsorozat első részében kohézió nélküli szemcsés halmazok (pl.: búza) gerjesztett kifolyását vizsgáltam, majd ezután tértem át a kohéziós, finomszemcsés anyagokra (pl.: korpa). Mindkét anyagcsoport és valamennyi félkúpszög (tehát térfogati és tölcséres áramlás) esetén megvizsgáltam állandó gerjesztési amplitúdó mellett a gerjesztő frekvencia, valamint állandó gerjesztési frekvencia mellett az amplitúdó változásának silókifolyásra gyakorolt hatását.

A szabad kifolyás vizsgálatánál használatos búzával végzett vibrációs ürítési kísérletek alapján megállapítottam, hogy a vizsgált frekvencia- és amplitúdó tartományban a gerjesztés nem változtatja meg a kifolyási folyamat lineáris jellegét, tehát vibráció hatására is független a kifolyási tömegáram a töltetmagasságtól. A finomszemcsés, kohéziós anyagokkal végzett kísérletek alapján is hasonló megállapításra jutottam (3.8. ábra).



3.8. ábra Búza és korpa vibrációs kifolyásakor mért kifolyt tömeg az idő függvényében

Gerjesztés hatására az áramló halmazban lezajló jelenségek könnyebb megértéséhez egy mértékegység nélküli paramétert, a fajlagos kifolyási tömegáramot használtam, amely a gerjesztéssel (W) és a gerjesztés nélkül  $(W_0)$  mért kifolyási tömegáram hányadosa:

$$\Psi = \frac{W}{W_0}.\tag{3.1}$$

Mind a szemestermények, mind a kohéziós halmazok vizsgálata során elsőként a gerjesztés amplitúdójának hatását elemeztem: állandó frekvenciaszinteken (25, 45 és 105 Hz frekvenciákon) változtattam a gerjesztés amplitúdóját. Ezután pedig állandó amplitúdó mellett a gerjesztőfrekvencia változásának kifolyási tömegáramra gyakorolt hatását vizsgáltam.

## 3.2. A diszkrét elemes módszer alkalmazhatósági korlátai

A kutatók között egyre szélesebb körben elterjedő diszkrét elemes módszer 2.3.6 pontban ismertetett korlátai miatt a gyakorló mérnökök munkájában egyelőre hatékonyan nem használható. A módszer gyakorlati elterjedését elősegítendő egy új kalibrációs eljárást, valamint a modellek számításigény-csökkentésének egy módját dolgoztam ki.

## 3.2.1. A mikromechanikai paraméterek meghatározása

A diszkrét elemes modellek paramétereinek meghatározási (kalibrációs) folyamata nagymértékben egyszerűsíthető és gyorsítható, ha ismerjük az egyes mikromechanikai paraméterek változásának a halmaz makromechanikai tulajdonságaira gyakorolt hatását. Ennek feltérképezéséhez a nyíróvizsgálat diszkrét elemes modellezésén és az azzal meghatározott tönkremeneteli határgörbén alapuló paraméterérzékenység vizsgálatot végeztem. A modellparaméterek rendszerezett változtatásához a YADE, nyílt forráskódú, diszkrét elemes programrendszert (Coetzee és Els, 2009; Šmilauer et al., 2010) használtam. A szoftver nagy előnye, hogy a szimulációk *Python* programozási nyelven (Summerfield, 2009) megírt segédprogramokkal vezérelhetőek, ami igen nagy rugalmasságot biztosít mind a modellek létrehozása, mind az adatok kinyerése és értelmezése során.

## A nyíróvizsgálat diszkrét elemes modellje

Az eredmények könnyebb általánosíthatósága érdekében az 2.3.5. fejezetben bemutatott kohéziós kapcsolati modell mikromechanikai paramétereire vonatkozóan végeztem az érzékenységvizsgálatot. A szemcsemodellt két egymásba metsző gömbből építettem fel és ennek geometriai méreteit is a vizsgált paraméterek közé soroltam (3.9\a ábra). Az érzékenységvizsgálathoz létrehozott diszkrét elemes modellben 100 mm × 100 mm × 50 mm nagyságú nyíródoboz geometriai modelljét hoztam létre (3.9\b ábra).

A szimulációs folyamatban elsőként a halmazt alkotó elemeket hoztam létre a nyíródobozban, majd meg kellett várni, hogy a teljes halmaz kvázistatikus állapotba A YADE nyújtotta széleskörű felhasználói szabadság lehetővé tette ennek kerüljön. számszerűsítését a numerikus modell megoldása közben. Azt az elvet használhatjuk ki, hogy bármely szemcsehalmaz nyugalomban van, ha a rendszerben fellépő összes erő és nyomaték eredője a teljes rendszerre vonatkozóan zérushoz közelít. Ez a szimuláció forráskódjában egy parancesal (a kiegyensúlyozatlansági aránnyal) lekérdezhető. Amennyiben ez az érték zérushoz tart, akkor a diszkrét rendszer közelít a kvázistatikus állapothoz. E lekérdezés használásával pontos feltételhez lehet kötni, mikor kezdődhet a nyírási folyamat (vagyis mikor csillapodtak le a diszkrét elemekből álló rendszer rezgései).



3.9. ábra Az érzékenységvizsgálathoz használt szemcsemodell és a nyíródoboz modellje

A kvázistatikus állapot elérése után kezdődött a halmaz tömörítése, a nyomólap lefelé mozdításával. Ez egészen a nyomóerő felső határértékének eléréséig folytatódott, majd ekkor a nyomólap felfelé mozdult egészen a nyomóerő legkisebb értékének eléréséig majd újra indult a ciklus.



3.10. ábra A kiegyensúlyozatlansági arány, a tömörítő erő, és a nyíróerő változása a nyírás folyamat DEM szimulációja során az iterációs lépések függvényében

Ezzel a módszerrel sikerült megvalósítani – a kísérleti vizsgálatokhoz hasonlóan – a nyomólap mozgásának erőre szabályozását a nyírási folyamat alatt. A tömörítő erő állandó értékre történő beállása után megindult a halmaz elnyírása, amely egészen a tönkremenetelig tartott (3.10. ábra). A nyíróvizsgálat diszkrét elemes modelljének folyamatábráját a 3.11. ábrán láthatjuk (a nyíróvizsgálat programkódja a 3-as mellékletben található).



3.11. ábra A nyíróvizsgálat modelljének folyamatábrája

#### 3.2.2. A numerikus modellek számításigényének csökkentése

A szemcsés halmazokkal kapcsolatos gyakorlati problémák diszkrét elemes megoldását sok esetben – főként amikor a berendezés méreteihez képest nagyságrendekkel kisebb a szemcsék mérete – lehetetlenné teszi a modellek kiugróan magas számításigénye. Nem ritka, hogy minden egyes iterációs lépésben több millió elemre vonatkozóan kell megoldani a dinamikai alapegyenleteket, és ez a mai modern munkaállomásokkal is hetekig, hónapokig eltarthat.

A DEM modellek számításigényének csökkentésére számos módszert dolgoztak ki a kutatók. Az első megoldások a szimulációs keretszoftver és a számítógép erőforrásai közti kommunikáció optimálásán alapulnak, így növelve az algoritmus számítási sebességét (pl.: a YADE szoftver) (Mio et al., 2009, Šmilauer et al., 2010). A numerikus modellek megoldását tovább gyorsíthatja az elemek merevségének csökkentése, állandó elemméret használata, vagy a modellezett szemcsék számának csökkentése (Thakur et al., 2015). A modellezett elemek száma alapvetően kétféleképpen csökkenthető: vagy a technológia berendezés méreteit kell csökkenteni, vagy a szemcsék méretét kell növelni (a két módszer egymással párhuzamosan is alkalmazható). Természetesen bárhogy járunk is el, a modell megoldásához a teljes halmaz makromechanikai viselkedésének nem szabad megváltoznia (Pöschel et al., 2001). Ez alapján az elemek méretének növelésével párhuzamosan azok mikromechanikai paramétereit is meg kell változtatni, hogy a halmaz kiindulási tönkremeneteli jellemzőit kapjuk. A nagyméretű szemcsékhez tartozó paraméterhalmaz megtalálásához meg kell ismernünk, hogyan megy végbe a teljes halmaz deformációja.

A gerjesztett és áramló, finomszemcsés, por állagú vagy nagy kohéziójú szemcsés rendszerek alakváltozása nem az egyes szemcsék, hanem több elemből álló szemcsecsoportok (ún. klaszterek) elmozdulásával megy végbe (Mehta, 2007). Olafsen és Urbach (1998) kutatásai szerint ez a jelenség a halmaz belsejében kialakuló egyenlőtlen energia-eloszlás miatt lép fel azokban az anyagrészekben, ahol lokálisan lecsökken a porozitás (tehát összetorlódnak a szemcsék), és emiatt a kölcsönhatások gyakorisága is nagyobb mint a halmaz más részein A rendszerben fellépő energiadisszipáció miatt az egyes (Olafsen és Urbach, 1998). szemcsék ütközése a halmaz ezen zónáiban közel teljesen plasztikussá válik, így az egymással kölcsönhatásba lépő szemek összeállnak, ún. klasztereket alkotnak (Goldhirsch és Zanetti, 1993). Az összekapcsolódó szemcsékből kialakuló egységeken belül az egyes elemek bizonyos mértékben képesek elmozdulni, emiatt a klaszterek mechanikai tulajdonságai (alakjuk, méretük, merevségi-, és súrlódási jellemzőik) jelentősen eltérnek az azokat alkotó szemcsék tulajdonságaitól. Emiatt ha úgy akarjuk csökkenteni a modellek számításigényét – a klaszter megközelítés alapján – hogy növeljük az elemek méretét, elengedhetetlen, hogy pontosan ismerjük az egyes szimulációs paraméterek és a szemcseméret változásának a halmaz makro jellemzőire gyakorolt hatását. Ezen hatások feltérképezéséhez az előző pontban bemutatott nyíróvizsgálat diszkrét modelljén alapuló paraméterérzékenység vizsgálatot végeztem.

## 3.3. Silókifolyás mikroszerkezeti modellezése

Mivel a jelenlegi, gyakorlatban használható analitikus számítási módszerek egyike sem megfelelő közelítés a térfogati kifolyású silók tömegáramának számításához, ezért a napjainkban – a számítástechnika rohamos fejlődésével – egyre szélesebb körben elterjedő diszkrét elemes módszert használom a modellezéshez. A szakirodalmi feldolgozás 2.3.4. és 2.3.5. fejezetében bemutatottak alapján a módszer megfelelő alkalmazásával széles nyomástartományban és nagyszámú szemcse esetén pontosabban írhatjuk le a szemcsés halmazok viselkedését, mint a kontinuummechanikai eljárásokkal.

A szakirodalomban találhatunk néhány numerikus silómodellt, azonban ezek egyikében sem térnek ki a szerzők a kifolyási tömegáram számítására alkalmas analitikus és diszkrét elemes modellek közötti összefüggésekre, az egyes közelítések korlátaira, illetve az alkalmazhatósági határokra. Kutatásaim során a silókifolyást leíró numerikus modellek megoldásához az EDEM Academic diszkrét elemes programrendszert használtam, amelyet a szemcsés anyaghalmazokat leíró, összetett numerikus modellek megoldására fejlesztettek ki 2003-ban, az Egyesült Királyságban.

# 3.3.1. Szemcse- és kapcsolati modell

A gravitációs silókifolyás diszkrét elemes modellezéséhez az 2.3.4. fejezetben bemutatott Hertz-Mindlin-féle "csúszásmentes" kapcsolati modellt használtam Keppler és társai munkája (2012) alapján. A búzaszemeket a szerzők három egymásba metsző gömbbel modellezték (3.12. ábra). Egy ilyen diszkrét elem tömege 0,238 g, főtehetetlenségi nyomatékai pedig 1,43  $\cdot$  10<sup>-9</sup> kgm<sup>2</sup> és 8,015  $\cdot$  10<sup>-10</sup> kgm<sup>2</sup>. A búza mikromechanikai paramétereit nyíróvizsgálattal határozták meg a szerzők és kevertáramú terményszárítón

végzett mérésekkel hitelesítették azokat (Keppler et al., 2012). A mikromechanikai paramétereket a 3.1. táblázatban láthatjuk. Az ütközési-, súrlódási- és gördülési ellenállási tényezőt kölcsönhatásba lépő testek között értelmezzük, tehát ezeket meg kell adni a búzaszemek közötti, valamint az elemek és a határoló falak kölcsönhatására vonatkozóan is.



3.12. ábra Egy búzaszem geometriai modellje Keppler és tsai. munkájában (2012)

Mikromechanikai jellemző	Búza	Acél
Poisson-tényező, $\nu$	0,4	0,3
Sűrűség, $\rho$ , $^{kg}/m^3$	1460	7500
Csúsztató rugalmassági modulus, $G$ , Pa	$3,58 \cdot 10^{8}$	$8 \cdot 10^{8}$
Ütleögégi tépyegő C	Búzára: 0,5	Búzára: 0,6
$Otrozesi tenyezo, O_r$	Acélra: 0,6	-
Súrládási tápyoző u	Búzára: 0,3	Búzára: 0,25
Sunodasi tenyezo, $\mu_0$	Acélra: 0,25	-
Cördülési ellepéllés tényezőie f	Búzára: 0,01	Búzára: 0,01
Gordulesi enenanas tenyezoje, j	Acélra: 0,01	-

A szerzők egy nagyméretű szárítóberendezés működését vizsgálták, emiatt a szimulációk során kb. 40.000 db szemcse mozgását elemezték. A számításigény csökkentése céljából a búzaszemek valóságos méreténél nagyobb szemcsemodellt használtak. A szemcseméret ilyen célú növelésének azonban a modellezett technológiai berendezésben található legkisebb nyílás és a szemcsék méretének aránya szab határt, ugyanis a túlságosan kisméretű nyílásokban a szemcsék összeakadhatnak egymással – ún. stabil boltozat alakulhat ki – így meghamisítva a számítási eredményeket. Mivel a kevertáramú szárítónál jóval kisebb méretű modellsilók kiürítését modelleztem, a valóságos szemcseméretet kellett alkalmaznom, ám ehhez újra kellett kalibrálnom a mikromechanikai paramétereket.

50 db búzaszem jellemző geometriai méreteinek lemérése alapján létrehoztam egy, a búzaszemek valóságos alakját és méreteit jobban közelítő szemcsemodellt, amelyet szintén három egymásba metsző gömbből készítettem el, viszont a gömbök sugara 1,5 mm és 2,5 mm, középpontjuk közötti távolság pedig szimmetrikusan, mindkét irányban 1,5 mm volt.



3.13. ábra Egy búzaszem új geometriai modellje

Mivel a szemcsés anyaghalmazok mechanikai viselkedését legnagyobb mértékben a halmaz belső szerkezetére jellemző súrlódási viszonyok határozzák meg, ezért az új szemcsemodellhez elegendő volt a diszkrét elemek sűrűségét újrakalibrálni ( $\rho = 1430 \text{ kg/m}^3$ ) – emiatt az sem okoz problémát, hogy a modellsiló polimerből készült és nem acélból. Az új mikromechanikai paraméterekkel az új szemcsemodell tömege 0,0356 g, a főtehetetlenségi nyomatékok pedig 2,918 · 10<sup>-11</sup> kgm<sup>2</sup> és 7,654 · 10<sup>-11</sup> kgm<sup>2</sup>. A búzára (és általában a mezőgazdasági szemesterményekre) jellemző a viszonylag egyenletes szemcseméret-eloszlás, ezért a számítások során azonos méretű szemcsékkel dolgoztam.

#### 3.3.2. A szimulációs folyamat leírása

A szabad kifolyású silók kísérleti vizsgálatához hasonlóan hengeres és négyszög keresztmetszetű geometriával is készítettem diszkrét elemes szimulációkat. Mindkét típus esetén  $\theta = 10^{\circ}$ ,  $20^{\circ}$ ,  $30^{\circ}$ ,  $40^{\circ}$ ,  $50^{\circ}$ ,  $60^{\circ}$  és  $70^{\circ}$ -os félcsúcsszögű garattal ellátott geometriai modelleket készítettem, a modellsilókkal egyező méretekben (3.14. ábra).



3.14. ábra A hengeres és a szögletes siló geometriai modellje

A szimulációs folyamat lépései valamennyi geometriai változat esetén megegyeztek. Elsőként a silótestnek megfelelő térfogatban véletlenszerűen létrehoztam az elemeket (ez geometriától és a garat csúcsszögétől függően  $45\,000 - 65\,000$  db szemcsét jelentett). Ezután a gravitáció hatására lehullottak az elemek a zárt silóban, majd a kifolyónyílás kinyitásáig meg kellett várni, hogy a halmaz mozgási energiája közel zérusra csökkenjen, vagyis hogy kvázistatikus állapotba kerüljön a halmaz. Erre a lépésre azért volt szükség, mivel az 2.3.4. fejezetben bemutatott – és a modellezéshez használt – kapcsolati modell rugókból és csillapító elemekből álló lengőrendszerekkel írja le a szemcsék kölcsönhatásait és bizonyos időnek el kell telnie a rezgések lecsillapodásáig.

Az EDEM Academic programrendszer egyik hiányossága, hogy a teljes halmaz mozgási energiája a szimulációk közben nem számszerűsíthető, annak felhasználásával feltételes elágazásokat nem lehetséges készíteni, így a várakozás szükséges, legrövidebb időtartamát próbálgatással kellett beállítani. A kvázistatikus állapot elérése után ( $t_k$  időpillanatban) kinyílt a kifolyónyílás és a teljes halmaz kifolyt a silóból. A numerikus modell megoldása során regisztráltam a silóban lévő teljes halmaz tömegét, illetve a kifolyási mód megállapítása érdekében függőleges irányú sebességük alapján megszíneztem az elemeket. A szimulációs folyamat lépései a 3.15. ábrán láthatóak.



3.15. ábra A szimuláció lépései

# 3.3.3. A vibrációs kifolyás diszkrét elemes modellezése

A gerjesztés hatásának modellezéséhez az előző pontban bemutatott, búza gravitációs kifolyását leíró diszkrét elemes modellen alkalmaztam a 3.1.3. fejezetben bemutatott kísérleti vizsgálatokkal meghatározott gerjesztést. Mivel a laboratóriumi mérések során a silótest rezgése elhanyagolhatóan kismértékű volt a kiömlőgarat rezgéséhez képest, ezért ebben az esetben különálló testként modelleztem ezt a két szerkezeti részt. A testek létrehozása után a kiömlőgarat három, egymásra merőleges tengely irányába végzett rezgőmozgását definiáltam a szimulációs modellben a méréseimnek megfelelően. Ennek eredményeként a kifolyási diagramok gerjesztés esetén is lineárisak voltak, azonban a diszkrét modell szerint csökkent a kifolyási tömegáram, tehát ez a modell gerjesztés esetén *minőségileg sem közelíti megfelelően a valóságot* (3.16. ábra).

A diszkrét elemes kifolyási modell gerjesztés esetén mutatott hibája nagy valószínűséggel a szemcsék kölcsönhatását leíró Hertz-Mindlin-féle kapcsolati modellben keresendő. Ebben a közelítésben a *legbizonytalanabb faktor*, az *ütközési tényező*, ezért a továbbiakban ennek hatását elemzem. A hibakeresés során abból indultam ki, hogy a szemcsék ütközésekor, a csillapító hatást kifejező, ütközési tényezőnek nevezett paraméter hatása nem minden esetben úgy érvényesül, mint a klasszikus mechanikában megismert ütközési tényezőnek. Ennek bizonyítására paraméterérzékenység vizsgálatot végeztem.



3.16. ábra 60°-os félkúpszög mellett kísérletileg és szimulációval meghatározott tömeg-idő függvények

Vibrációs ürítés esetén a szemcsék egymáshoz viszonyított sebessége – a gerjesztő hatás miatt – nagyobb, mint gravitációs ürítésnél. Ezért megvizsgáltam, hogy a Hertz-Mindlin-féle kapcsolati modellben a szemcsék között keletkező erő, csillapítást leíró komponense hogyan változik a szemcsék relatív sebességének függvényében. A 2.23-as összefüggés alapján a kölcsönhatásba kerülő elemek között fellépő normál irányú erő csillapítást kifejező komponense (az egyes jelölések magyarázatát lásd a 2.3.4. pontban):

$$F_{nk} = 2\sqrt{\frac{5}{6}} \frac{\ln C_r}{\sqrt{\ln^2 C_r + \pi^2}} \sqrt{2E_0} \sqrt[4]{R_0 \delta} \sqrt{m_0} v_{nrel}.$$
(3.2)



3.17. ábra Csillapítóerő változása a szemcsék benyomódásának függvényében

Az érzékenységvizsgálat során a normál irányú csillapító erőt, a szemcsék benyomódásának függvényében, 0,1 m/s, 1 m/s és 1000 m/s-os relatív sebesség és állandó értékű ütközési tényező mellett vizsgáltam. A 3.17. ábrán az elemek benyomódásának függvényében ábrázoltam a

csillapító erő 1 <sup>m</sup>/s-os relatív sebességgel kapott értékhez viszonyított változását ( $F_{nk}/F_{nk1}$ ). A diagramon jól látható, hogy a csillapító hatás, az elemek egymáshoz viszonyított sebességének növekedésével növekszik, kis sebességszinteken hatása pedig elhanyagolható, tehát a szemcsék relatív sebességétől függően a modellben változik a csillapítás mértéke.

A diszkrét szimulációkban "ütközési tényezőnek" nevezett paraméter hatásának további elemzését egy számítási sorozattal végeztem. Ehhez az ütközési tényező méréséhez kidolgozott kísérlet numerikus modelljét készítettem el. A klasszikus mechanikából ismert ütközési tényezőt az ütközési folyamat tágulási és az összenyomódási szakaszában bekövetkező lendületváltozás arányaként értelmezzük (Csizmadia és Nándori, 2006). A paraméter meghatározásának egyik lehetősége, ha az egyik vizsgálandó anyagból egy golyót készítünk majd ezt meghatározott magasságból (H) ráejtjük a másik vizsgált anyagból készített végtelen tömegűnek tekinthető lapra és meghatározzuk a golyó visszapattanásának magasságát ( $h_u$ ) (3.18. ábra).



3.18. ábra Az ütközési tényező meghatározási módszere

Az m tömegű golyó ütközési előtti sebessége:

$$v_2 = \sqrt{2gH}.\tag{3.3}$$

Az ütközés után a golyó  $h_u$  magasságig pattan vissza, ez alapján az ütközési utáni sebessége:

$$u_2 = -\sqrt{2gh_u}.\tag{3.4}$$

A definíció alapján (Csizmadia és Nándori, 2006):

$$u_2 = -k_e v_2, \tag{3.5}$$

$$\sqrt{2gh_u} = k_e \sqrt{2gH},\tag{3.6}$$

$$k_e = \sqrt{\frac{H}{h_u}}.$$
(3.7)

A numerikus számítások során a Hertz-Mindlin-féle kohézió nélküli kapcsolati modellt használtam és H = 0, 2; 2 és 20 m kiindulási magasságból ejtettem egy m = 0, 2 kg tömegű, r = 10 mm sugarú golyót egy 1 m × 1 m nagyságú (a golyóhoz képest végtelen tömegűnek tekinthető) felületre. Az ütközési tényezőnek nevezett mikromechanikai paramétert ( $C_r$ ) 0,2-től 0,9-ig terjedő tartományban változtattam, majd a szimulációkban meghatároztam a golyó visszapattanásának  $h_u$  magasságát, amelyből a fenti módon kiszámítottam a  $k_e$ , a klasszikus mechanikában értelmezett ütközési tényező értékét.



3.19. ábra Az elméleti és a szimulációban beállított ütközési tényezők aránya a beállított ütközési tényező függvényében

A 3.19. ábrán látható, hogy a beállított ütközési tényező 2 és 20 m kiindulási magasság esetén jelentősen eltér az elméletileg meghatározott értéktől. Az eltérés mértéke a kiindulási H magasság (vagyis az ütközés előtti relatív sebesség) növelésével egyre jelentősebb. Ez egybevág az előző analitikus érzékenységvizsgálat eredményeivel, tehát a diszkrét modellekben jelentkező csillapítás mértéke a relatív sebesség növekedésével növekszik. Mivel a  $^{k}/c_{R} \neq 1$ , ezért nem megfelelő a numerikus közelítés. A probléma megoldása érdekében olyan kapcsolati modellt kell alkalmazni, amelyben az ütközési tényező a klasszikus mechanikában leírtakhoz hasonlóan érvényesül.

Ebben a fejezetben mutatom be a kutatás során elért új tudományos eredményeket és a kifejlesztett szimulációs eljárásokat, amelyek a szemcsés halmazok modellezéséhez, illetve a silók tervezésével, üzemeltetésével kapcsolatban fellépő problémák megoldásához nyújtanak segítséget.

#### 4.1. A mikroszerkezeti paraméterek meghatározási módszere

A nyíróvizsgálat 3.2.1. pontban bemutatott, diszkrét elemes modelljét felhasználva olyan eljárást készítettem, amellyel a számítás több, különböző normálterheléssel elvégezhető (4.1. ábra). A nyíróvizsgálatokból meghatározott, összetartozó normál- és csúsztató feszültség értékek alapján az algoritmus megrajzolja a halmaz tönkremeneteli határgörbéjét, és lineáris regresszióval kiszámítja az azt leíró jellemzőket, vagyis a halmaz makromechanikai jellemzőit (a kohézió és belső súrlódási szög értékét).



4.1. ábra A tönkremeneteli határgörbét elkészítő eljárás folyamatábrája

A 4.2. ábrán az eljárással négy különböző normálterheléssel, minden esetben négyszeres ismétléssel végzett nyíróvizsgálat alapján meghatározott tönkremeneteli határgörbe látható.



4.2. ábra Tizenhat nyíróvizsgálat szimulációjával kapott tönkremeneteli határgörbe

Ezzel a módszerrel tetszőleges számú nyíróvizsgálatot végezhetünk el külső beavatkozás nélkül, csupán a mikromechanikai paramétereket és a kísérleti beállítások számát kell definiálnunk a futtatás előtt. *Eddig ilyen automatizált módszer nem állt rendelkezésre*, a

tönkremeneteli határgörbe valamennyi pontjának kiszámításához egyesével kellett beállítanunk és futtatnunk a szimulációkat (amelyek számítási ideje akár több nap is lehet), majd kiértékelnünk azokat.

#### 4.1.1. Paraméterérzékenység vizsgálat

Az eljárást felhasználva a kohéziós kapcsolati modell egyes mikromechanikai paramétereinek a teljes halmaz kohéziójára ( $\tau_c$ ) és belső súrlódási tényezőjére ( $\mu_b$ ) gyakorolt hatását vizsgáltam. A paraméterek kezdeti értékét korábban, finomszemcsés homoktalajra vonatkozó, kézi kalibráció alapján vettem fel. Az alábbi szimulációs paraméterekre terjedt ki a vizsgálat:

- A szemcsék sűrűsége, kezdeti értéke:  $\rho_0 = 2600 \text{ kg/m^3}$ .
- A szemcsék rugalmassági modulusa, kezdeti értéke:  $E_0 = 500$  kPa.
- A szemcsék Poisson-tényezője, kezdeti értéke:  $\nu_0 = 0, 4$ .
- A szemcsék anyagára jellemző súrlódási tényező, kezdeti értéke:  $\varphi_0 = 0, 5.$
- A szemcsék közti kötési hidak húzószilárdsága, kezdeti értéke:  $\sigma_{n0} = 1000$  kPa.
- A szemcsék közti kötési hidak nyírószilárdsága, kezdeti értéke:  $\tau_{nm0}=100$  kPa.
- Egy szemcsét alkotó gömbök távolságának és sugarának aránya, kezdeti értéke:  $\gamma_0 = l/r = 0, 1 \ (r = 3 \text{ mm}, \text{ állandó sugár mellett}) \ (3.9\a \text{ ábra}).$
- A szimuláció időléptéke, kezdeti értéke:  $\Delta t_0=1,123\cdot 10^{-3}$ s (a kritikus időlépték 50%-a).

Az egyes paraméterekhez tartozó vizsgálati tartományok az alábbi ábrán láthatóak összefoglalva:



4.3. ábra Az egyes paraméterek vizsgálati tartománya

A kiindulási paraméterhalmazzal kapott tönkremeneteli határgörbe jellemzői:  $\mu_{b0} = 0,3017$ és  $\tau_{c0} = 13,24$  kPa. Valamennyi szimulációs paraméter hatásának pontos értelmezéséhez a halmaz belső súrlódási tényezőjének ( $\mu_b/\mu_{b0}$ ) és kohéziójának ( $\tau_c/\tau_{c0}$ ) változását a kiindulási paraméterhalmazzal kapott értékekhez hasonlítottam. Az összes vizsgált paraméter esetén a kezdeti érték felétől, annak másfélszereséig terjedő tartományban végeztem az érzékenységvizsgálatot. Nem tisztán lineáris kapcsolat esetén a tartományon belül is felvettem egy-egy vizsgálati pontot (4.3. ábra).

A számítások alapján, a szemcsék sűrűségének változása nincs jelentős hatással a vizsgált tartományban egyik makromechanikai paraméterre vonatkozóan sem (4.4. ábra). Ezzel ellentétben, a rugalmassági modulus változása szignifikánsan befolyásolja mind a kohézió, mind a belső súrlódási tényező értékét. A nemlineáris hatások részletesebb feltérképezéséhez ebben az esetben a vizsgálati tartományon belül az előzőnél több szorzóval dolgoztam. Megfigyelhető, hogy a szemcsék rugalmassági modulusának növelése mindkét makromechanikai paraméter globális csökkenését eredményezte (4.5. ábra).



4.4. ábra A szemcsék sűrűségének hatása

4.5. ábra A szemcsék rugalmassági modulusának hatása

Az elemek Poisson-tényezőjének a halmaz makromechanikai paramétereire gyakorolt hatását a 4.6. ábrán láthatjuk. A Poisson-tényező növelésével csekély mértékben növekszik a halmaz kohéziója, a belső súrlódási tényező esetén pedig megfigyelhető egy lokális maximum a vizsgálati tartományban.

Az elemek súrlódási tényezőjének változása jelentős mértékben befolyásolja a halmaz kohézióját: növelésével a kohézió lineáris függvény szerint szignifikánsan csökken (4.7. ábra), a belső súrlódási tényezőre gyakorolt hatása azonban elhanyagolható mértékű.

A 4.8. ábrán láthatjuk, hogy a kötési hidak húzószilárdságának nincs számottevő hatása a halmaz egyik makromechanikai paraméterére sem. Ezzel ellentétben a kötési hidak nyírószilárdsága jelentősen, lineáris karakterisztika szerint befolyásolja mind a kohézió, mind a belső súrlódási tényező értékét; növelésével a halmaz mindkét makromechanikai jellemzője is globálisan növekszik (4.9. ábra).



hatása



4.6. ábra A szemcsék Poisson-tényezőjének 4.7. ábra A szemcsék súrlódási tényezőjének hatása



4.8. ábra A kötési hidak húzószilárdságának 4.9. ábra A kötési hidak nyírószilárdságának hatása hatása

A szemcsealak megváltozásának hatását – a gömbök távolságának növelését, állandó átmérő mellet – is megvizsgáltam. A 4.10. ábra a szemcsehalmaz makromechanikai paramétereinek változását mutatja a szemcsék hosszváltozása függvényében. A szemcsék alakjának változása elhanyagolható mértékben változtatja a halmaz belső súrlódási tényezőjét, viszont jelentősen befolyásolja a halmaz kohézióját. A várakozásokkal ellentétben a szemcsék hosszúságának növelésével csökken a halmaz kohéziója, aminek oka, hogy a nagyobb elemek között kevesebb kötési híd alakul ki, mint a kisebb, rövidebb szemcsékből álló halmaz esetén.



4.10. ábra Az elemek méretére jellemző<br/>  $\gamma$  paraméter hatása

4.11. ábra A szimuláció időléptékének hatása

Végül egy numerikus paraméter, a szimuláció időléptékének hatását vizsgáltam (4.11. ábra). A diszkrét elemes modellek eredményét jelentősen befolyásolja a modellek megoldása során alkalmazott időlépték, ezt bizonyítja az is, hogy a halmaz mindkét makromechanikai paraméterére jelentős hatással van ez a szimulációs paraméter. Ez azt jelenti, hogy kalibrált mikromechanikai paraméterek csak a kalibráció során alkalmazott időlépték beállításával használhatóak más jelenségek modellezéséhez.

Az egyes mikromechanikai paramétereknek a kohéziós halmaz makro viselkedésére gyakorolt hatását összegezve a 4.1 táblázatban láthatjuk.

Szimulációs paraméter	Látszólagos kohézió változásának jellege	Belső súrlódási szög változásának jellege	
Szemcsesűrűség	Lineáris	Lineáris	
Rugalmassági modulus	Másodfokú 🔪	Másodfokú	
Poisson-tényező	Lineáris	Másodfokú	
Súrlódási tényező	Lineáris 🔨	Lineáris	
Kötési híd húzószilárdsága	Állandó ———	Állandó ———	
Kötési híd nyírószilárdsága	Lineáris	Lineáris	
Elemek alakja	Másodfokú 🗸	Állandó ——	
Időlépték	Lineáris	Másodfokú 🦯	

4.1. táblázat A paraméterérzékenység vizsgálat eredményei

# 4.1.2. A félautomata kalibrációs algoritmus

Az előző pontban bemutatott érzékenységvizsgálat eredményeit felhasználva a különböző szemcsés anyaghalmazok mikromechanikai paramétereinek meghatározása (a diszkrét elemes modellek kalibrációja) nagymértékben gyorsítható, és az érzékenységvizsgálat eredményei egy részben automatizált kalibrációs módszer fejlesztésének is alapjául szolgálnak.

A kalibrációs algoritmust (az eljárás programkódját lásd a 4-es számú mellékletben) úgy hoztam létre, hogy működtetéséhez valamennyi mikromechanikai paraméterre vonatkozóan meg kell adni egy kiinduló értéket, és az elérni kívánt, mérésekkel meghatározott tönkremeneteli jellemzőket is (referencia kohézió-, és belső súrlódási tényező értékét). A folyamat első lépése minden esetben az előzőekben bemutatott érzékenységvizsgálat elvégzése a kiindulási mikromechanikai paraméterhalmazra vonatkozóan (tetszőlegesen választott, de a kalibrációs folyamatban állandó szemcsemodell mellett), illetve a kiindulási paraméterhalmazzal kapott makro jellemzők meghatározása (4.12\a ábra). A következő lépés az érzékenységvizsgálat alapján a halmaz belső súrlódási tényezőjét legnagyobb mértékben befolyásoló mikromechanikai paraméter kiválasztása, majd a tönkremeneteli határgörbe meredekségének beállítása a referencia érték alapján. Ehhez a halmaz belső súrlódási tényezőjét (vagyis a tönkremeneteli határgörbe meredekségét) legjobban befolyásoló paramétert változtatja algoritmus, referencia érték az $\mathbf{a}$ és azérzékenységyizsgálattal meghatározottak alapján kijelölt irányba, egészen addig míg az előre definiált hibán belüli belső súrlódási tényezőt nem kapjuk (4.12\b ábra).



4.12. ábra A kalibrációs algoritmus lépései

A kalibrációs algoritmus utolsó lépése a halmaz kohéziójának (vagyis a tönkremeneteli határgörbe tengelymetszetének) beállítása, azaz a tönkremeneteli határgörbe eltolása önmagával párhuzamosan (4.12\c ábra). Ezt a belső súrlódási tényező meghatározásához hasonlóan végzi az algoritmus, azzal a különbséggel, hogy a kohéziót legnagyobb mértékben, ugyanakkor a belső súrlódási tényezőt legkisebb mértékben befolyásoló mikromechanikai paramétert választja ki és azt változtatja a referencia kohézió értékének megfelelő irányba.

Az algoritmus teszteléséhez homoktalajra korábban "kézzel" kalibrált mikromechanikai paraméterhalmazt és referencia makro paramétereket használtam. A kiindulási paramétereket a "kézzel" kalibrált értékek csekély mértékű megváltoztatásával (hétből, két mikromechanikai paramétert változtattam meg: a szemcsék súrlódási tényezőjét ötödére csökkentettem, a kötési hidak nyírószilárdságát pedig 20-szorosára növeltem) vettem fel, majd megvizsgáltam a kalibráció időszükségletét. Az algoritmus használatával mindössze 60

órára volt szükség a referencia makromechanikai jellemzők 10%-nál kisebb hibával történő meghatározásához, míg "kézi" kalibrációval több, mint 320 munkaórára volt ugyanehhez szükség. A kidolgozott, érzékenységvizsgálaton alapuló, "gradiens" módszerrel a rendkívül munkaigényes, monoton kalibrációs folyamat nagymértékben gyorsítható és részben automatizálható, illetve nagyobb az esély anyagjellemzőként, univerzálisan használható mikromechanikai paraméterek megtalálására is, mint egyszerű "próbálgatás" esetén.

## 4.2. A diszkrét elemes módszer alkalmazhatóságának kiterjesztése

A 3.2.2. pontban ismertetett klaszter elmélet alapján (a kiindulási mikromechanikai paramétereket használva) megvizsgáltam, hogy a kohéziómentes diszkrét modellek paraméterei, illetve az elemek méretének növelése milyen hatással van a halmaz makro jellemzőire, illetve ez hogyan befolyásolja a tönkremeneteli határgörbe számításigényét.

# 4.2.1. Paraméterérzékenység vizsgálat

Az egyes hatások feltérképezéséhez szintén a 3.2.1. fejezetben bemutatott, a klasszikus nyíróvizsgálat diszkrét elemes modelljén alapuló paraméterérzékenység vizsgálatot végeztem. Ebben az esetben viszont gömb alakú elemeket és a Hertz-Mindlin-féle (2.3.4. fejezet), kohézió nélküli kapcsolati modellt alkalmaztam (így nemcsak a kohéziós modell mikromechanikai paramétereinek hatását ismerhetjük meg). Ebben az eredmények könnyebb általánosíthatósága érdekében véletlenszerűen felvett kiindulási mikromechanikai paramétersereggel dolgoztam:

- A szemcsesűrűség kezdeti értéke:  $\rho_0 = 2600 \text{ kg/m^3}$ .
- A szemcsék rugalmassági modulusának kezdeti értéke:  $E_0 = 260$  kPa.
- A szemcsék Poisson-tényezőjének kezdeti értéke:  $\nu_0=0,2.$
- A szemcsék súrlódási tényezőjének kezdeti értéke:  $\varphi_0 = 0, 3.$
- A szemcsesugár kezdeti értéke:  $r_{p0} = 1$  mm.



4.13. ábra Az elemek sűrűségének hatása



A kiindulási paraméteregyüttessel kapott makro jellemzők:  $\mu_{b0} = 1,027$  és  $\tau_c = 0,045$  kPa. A kohézió nélküli kapcsolati modell alkalmazásával tehát valóban elhanyagolható mértékű a modellezett halmaz tönkremeneteli határgörbéjének tengelymetszete (a rendszer kohéziója). Ezután az érzékenységvizsgálat során valamennyi mikromechanikai paraméter esetében a kiindulási érték felétől, annak másfélszereséig terjedő intervallumban vizsgálódtam.

Az eredmények alapján az elemek sűrűségének (4.13. ábra) és rugalmassági modulusának (4.14. ábra) növelésével a halmaz kohéziója lineárisan növekszik, míg belső súrlódási tényezője szintén lineáris függvény szerint, azonban csökken a vizsgálati tartományban. Valamennyi mikrormechanikai paraméter esetén elemeztem, hogy a halmaz kohéziójának elhanyagolása mekkora hibát okoz. Az elemek rugalmassági modulusának változtatásával kaptam a legnagyobb kohéziót (annak 1,25-szorosára növelésével), amikor a modellezett halmaz kohéziója 0,085 kPa-ra növekedett (ez az érték még szintén zérusnak tekinthető). Ennek elhanyagolásával a belső súrlódási tényező értéke egyik esetben sem változott 2%-nál nagyobb mértékben, *tehát a kohézió elhanyagolása számottevő hibát nem jelent* (4.15. és 4.16. ábra).



4.15. ábra Az elemek sűrűségének hatása

4.16. ábra Az elemek rugalmassági modulusának hatása

Az elemek Poisson-tényezőjének (4.17. ábra) és súrlódási tényezőjének (4.18. ábra) növelésével a halmaz kohéziója szintén lineárisan csökken, míg a belső súrlódási tényező ugyanilyen típusú függvény szerint növekszik.



4.17. ábra Az elemek Poisson-tényezőjének 4.18. ábra Az elemek súrlódási tényezőjének hatása

Ezen mikromechanikai paraméterek esetén is megvizsgáltam a kohézió elhanyagolhatóságát. A 4.19. és 4.20. ábra alapján megállapítható, hogy az elemek Poisson-tényezőjének és
súrlódási tényezőjének esetében sem okoz 2%-nál nagyobb eltérést a közel zérus nagyságú kohézió figyelmen kívül hagyása.



4.19. ábra Az elemek Poisson-tényezőjének 4.20. ábra Az elemek súrlódási tényezőjének hatása hatása

A következő lépésben az elemek méretváltozásának hatását elemeztem. A szemcsesugarat az alábbi tartományban változtattam: 1 mm, 1,5 mm, 2 mm, 3 mm, 4 mm, 5 mm, 7 mm. Ez alapján az elemméret növelésével párhuzamosan a halmaz belső súrlódási tényezője lineáris függvény szerint növekedett, illetve megfigyelhető volt az elhanyagolható mértékű kohézió állandósága (4.21. ábra). 3 mm-es szemcsesugár felett igen nagy szórást mutat a kohézió és értelmezhetetlenné válnak az eredmények. Ennek oka, hogy e felett már a szemcseméret túlságosan nagy a nyíródoboz méreteihez képest.



4.21. ábra Az elemek méretváltozásának hatása

4.22. ábra A szimuláció számítási ideje a szemcsék méretének függvényében

A kiindulási elemméret ( $r_0 = 1 \text{ mm}$ ) esetén igen jelentős volt a szimuláció számításigénye, közel 98 óra, ami az elemméret háromszorosára növelésével már 1,5 órára csökkent, viszont ekkor a halmaz kiindulási súrlódási tényezője 197,1%-kal változott (4.22. ábra). Ezt a hatást kellett kompenzálni a megfelelő mikromechanikai paraméterek módosításával. Mivel a klaszter elmélet alapján a szemcsecsoportok dilatációra képesek, így a paraméterérzékenység vizsgálat szerint az elemek méretének növelésével, rugalmassági modulusukat és Poisson-tényezőjüket egymással párhuzamosan változtattam.



4.23. ábra A rugalmassági modulus és Poisson-tényező szükséges változása a szemcsesugár függvényében

Az érzékenységvizsgálat eredményei alapján a szemcsék rugalmassági modulusát az elemméret függvényében lineáris függvény szerint:

$$E(r_p) = 91,52r_p + 148,86; \tag{4.1}$$

míg a Poisson-tényezőt hiperbolikus függvény szerint kellett változtatni, hogy a halmaz kiindulási tönkremeneteli jellemzői számottevő mértékben ne változzanak:

$$\nu(r_p) = 0,2344 \cdot r_p^{-1,282}.$$
(4.2)

A 4.1-es és a 4.2-es összefüggések alapján meghatározott rugalmassági modulussal és Poissontényezővel kapott makrojellemzők 3-szor nagyobb szemcseméret esetén (amellyel a számítási idő több, mint 98%-kal csökkent) is csak 5%-nál kisebb mértékben térnek el a kiindulási paraméterhalmazzal meghatározott értékektől.



4.24. ábra A rugalmassági modulus és Poisson-tényező változtatásával illetve a kiindulási paraméterhalmazzal kapott makromechanikai jellemzők aránya a szemcsesugár függvényében

A bemutatott függvényekkel kiszámított mikromechanikai paraméterek alkalmazásával, a vizsgált szemcseméret tartományban a halmaz belső súrlódási tényezője minden esetben 15%-nál kisebb mértékben tér el a kiindulási paraméteregyüttessel kapott értéktől (4.24. ábra). Ez a vizsgálat is alátámasztja tehát, hogy a szemcseméret növelésének a modellezni kívánt berendezésben található legkisebb nyílásméret és a szemcsék méretének aránya szab határt.

Mivel a 4.1-es és 4.2-es összefüggésekben szereplő állandók függnek a kiindulási mikromechanikai paraméterektől ( $E_0$  és  $\nu_0$ ), ezért egy második, szintén véletlenszerűen felvett mikromechanikai paraméteregyüttessel (4.2. táblázat) is elvégeztem a vizsgálatot. A második paramétersereg elemzése alapján megállapítottam, hogy az előzőekhez hasonlóan a szemcseméret növelésével párhuzamosan a rugalmassági modulust lineáris, a Poisson-tényezőt pedig hiperbolikus függvény szerint kell változtatni, hogy közelítsük a halmaz kiindulási tönkremeneteli jellemzőit.

4.2. táblázat A második véletlenszerűen felvett mikromechanikai paraméteregyüttes)

Mikromechanikai jellemző	Érték
Sűrűség, $\rho$ , $^{kg}/m^3$	1200
Rugalmassági modulus, $E,{\rm kPa}$	120
Poisson-tényező, $\nu$	0,4
Súrlódási tényező, $\varphi$	0,2
Szemcsesugár, $r_p$ , mm	1

A második, véletlenszerűen felvett paraméterhalmaz esetén a 4.1-es és 4.2-es összefüggés állandói az alábbiak szerint módosulnak:

$$E(r_p) = 32,65 \cdot r_p + 78,72; \tag{4.3}$$

$$\nu(r_p) = 0,3654 \cdot r_p^{-0.746}.$$
(4.4)

Az előzőekhez hasonlóan, a fenti összefüggésekkel meghatározott mikromechanikai paraméterek mellett a kiindulási szemcseméret négyszeresére növeléséig megfelelően közelíthetjük az eredeti makro jellemzőket. E felett a halmaz belső súrlódási tényezőjének értéke legfeljebb 10% eltérést mutat. Ezek alapján két különböző, véletlenszerűen felvett mikromechanikai paraméteregyüttes esetén is ugyanolyan jellegű függvények szerint kell változtatni a rugalmassági modulust és a Poisson-tényezőt, és ezzel a számításigény közel egy nagyságrenddel csökkenthető.

# 4.2.2. A szemcseméret-korrekciós eljárás hitelesítése

A DEM modellek számításigényének csökkentésére kidolgozott módszer általános felhasználását bizonyítandó; megvizsgáltam, hogy másik fizikai jelenség (a penetrációs vizsgálat) numerikus modelljének számításigénye is csökkenthető-e az eljárással.



4.25. ábra Egy szántóföldi penetrációs vizsgálat eredménye (Bablena, 2015)

A penetrációs vizsgálatot az egyes talajtípusok tömörödöttségének meghatározására használják. Lényege, hogy egy kúpos (vagy más szabványos geometriájú) fejjel ellátott fém rudat (a penetrométert) nyomnak a talajba, miközben mérik a talaj penetrométerre gyakorolt ellenállását és a benyomás mélységét (Robertson, 1990). A penetrációs kísérletek eredményeinek szórása durvaszemcsés talajok esetén igen magas lehet (a halmaz belsejében fennálló "rendezetlenség" miatt), azonban a különböző mélységekben kialakuló tömörödöttség jellemzésére és összehasonlításra alkalmazható (4.25. ábra). Egyes kutatók (Tanaka et al., 2000) a diszkrét elemes modellek kalibrációjához is alkalmazzák az eljárást, mivel a benyomódás mélységét a talaj ellenállásának függvényében leíró görbe jellemző a teljes halmaz mechanikai állapotára.



4.26. ábra A penetrációs vizsgálat szimulációjának lépései

A szimulációs modellben egy szabványos geometriájú, 10 mm átmérőjű, 30°-os félkúpszögű, kúpos fejjel ellátott penetrométert 1 <sup>cm</sup>/s-os szabványos, állandó nagyságú, függőleges irányú sebességgel nyomtam a  $100 \times 100 \times 1000$  mm nagyságú anyagmintába. Az anyagminta mérete nem befolyásolja a szimuláció eredményét, mivel úgynevezett periodikus peremet állítottam be az anyagminta oldalfelületein, ami azt jelenti, hogy az egyik felülettel érintkező elem, az ezzel párhuzamos, ellentétes oldali felületen jelenik meg. Ezzel a megoldással a modellezett anyagminta úgy viselkedik, mintha szemek vennék körbe, tehát egy nagy kiterjedésű halmaz része lenne. Amikor a rendszer kvázistatikus állapotba került létrehoztam a penetrométert és állandó sebességgel a mintába nyomtam (4.26. ábra).

A legelső szimulációt az elsőként felvett mikromechanikai paraméterekkel és 1 mm-es szemcsesugárral végeztem, majd növeltem az elemek méretét. Ezzel párhuzamosan a szemcsék rugalmassági modulusát a 4.1-es, Poisson-tényezőjét pedig a 4.2-es összefüggés alapján változtattam. Valamennyi modell megoldása során meghatároztam a benyomás mélységét a penetrométerre ható erő függvényében (4.27. ábra).



Penetrométerre ható fajlagos ellenállás [MPa]

4.27. ábra A benyomás mélysége a penetrométerre ható erő függvényében különböző szemcsenagyság esetén

A 4.27. ábrán látható, hogy a kiindulási elemméret négyszereséig a penetrációs diagramok egy szórási sávba esnek, azonban e felett már elfogadhatatlanul nagymértékű a számítás hibája (mivel ekkor az elemek túlságosan nagyok a penetrométerhez képest és "kigördülnek" az alól). A kezdeti elemmérettel a modell megoldásának számításigénye 216 óra volt, amely a szemcsesugár kétszeresére növelésével közel egy tizedére csökkent, a penetrációs diagram pedig csak elhanyagolható mértékben változott (fekete és piros adatsor a 4.27. ábrán).

# 4.2.3. A szemcseméret-korrekciós eljárás alkalmazhatósági határai

A fentiek alapján tehát a kohézió nélküli diszkrét elemes modellek számításigényének csökkentésére kidolgozott (klaszter elméleten alapuló) eljárással, gömb alakú elemeket használó modellek számításigénye jelentős mértékben (közel tized részére) csökkenthető

anélkül, hogy a modellezett szemcsehalmaz makro szintű mechanikai jellemzői jelentősen megváltoznának. Két csoport véletlenszerűen választott mikromechanikai paraméterrel is igazoltam, hogy az elemek méretének növelésével, azok rugalmassági modulusát lineáris, míg Poisson-tényezőjét hiperbolikus függvény szerint kell megváltoztatni, hogy a halmaz makromechanika paraméterei számottevően ne változzanak. A függvényekben szereplő konstansokat a kiindulási modellparaméterek határozzák meg, ám a bemutatott érzékenységvizsgálattal ezek bármely esetben meghatározhatóak (még akkor is, ha más geometriájú elemeket alkalmazva más mikromechanikai paraméterekre vonatkozóan más jellegű függvényeket kapunk).

Mivel a klasszikus nyíróvizsgálat alapján dolgoztam ki az eljárást, az eredmények széles nyomóerő tartományban használhatóak. Az elemek méretének növelését azonban korlátozza a szemcseméret és a modellezett technológiai berendezés legkisebb méretének aránya. Ez a korlát mégsem jelent problémát, mivel mindkét vizsgált jelenség esetén már a szemcseméret duplájára növelésével közel tized részére csökkent a szimuláció számításigénye, a teljes halmaz makromechanikai jellemzőinek változása mégis elhanyagolható mértékű volt.

# 4.3. Általánosított, numerikus silómodell

# 4.3.1. A kifolyási mód meghatározása

A 3.3. pontban ismertetett numerikus modell jóságának igazolásához elsőként meghatároztam a különböző garatcsúcsszögek esetén a silóban kialakuló áramlási képet. Búza ürítésekor a térfogati- és tölcséres áramlás közötti átmenet  $25 - 40^{\circ}$ -os félkúpszög tartományban található (természetesen a két áramlási mód között nincsen éles átmenet). E tartomány alatt térfogati, míg felette tölcséres áramlásról beszélünk.



4.28. ábra Áramlási képek különböző kifolyási módok esetén

A 4.28. ábrán a kör keresztmetszetű siló szimmetriasíkja mentén elmetszve látható, mindhárom áramlási mód esetén (a szögletes geometriai modellel dolgozva az egyes csúcsszögekhez tartozóan hasonló sebességmezők alakultak ki). A fenti ábrán az elemeket függőleges irányú sebességük alapján színeztem meg: a legnagyobb sebességű elemek színe piros, míg az állók színe kék.

A 4.28. ábrán jól látható, hogy 20°-os garat félkúpszög esetén a teljes halmaz mozgásban van, a valóságnak megfelelően tehát térfogati áramlás alakul ki. A 60°-os félkúpszögű garat esetén csakis a kifolyónyílás feletti szemcsék mozognak, valamint megfigyelhető a halmaz felső határfelületén kialakuló tölcsér, a garatfalon pedig az álló zónák. 30°-os félkúpszög

esetén a kettő közötti átmenet látható: nincs a teljes halmaz mozgásban, viszont nem alakul ki az áramlás tisztán tölcséres jellege sem (érdekes megfigyelni, hogy a kifolyónyílástól felfelé haladva az egyre csökkenő sebességű elemcsoportok parabolához hasonló alakban helyezkednek el – Oldal vizsgálatai alapján (2012) az instabil boltozatok is parabola alakúak).

#### 4.3.2. A kifolyási tömegáram meghatározása

A sebességeloszlás vizsgálata után valamennyi szimulációban meghatároztam a silóban lévő anyag tömegének változását az idő függvényében. Mind hengeres, mind szögletes silókialakítás mellett, a kísérleti vizsgálatokkal (és elméleti meggondolásokkal) összhangban lineáris jelleget mutatnak a függvények, azaz a tömegáram állandó a kifolyás során.



4.29. ábra Méréssel és szimulációval meghatározott kifolyt tömeg - idő függvény 60°-os félkúpszögű garattal ellátott, hengeres siló esetén

Ezután a numerikus számítással kapott kifolyási tömegáram értékeket összehasonlítottam a szabad kifolyású modellsilókon végzett mérések, valamint hengeres geometria esetén az eddig használatos, analitikus kifolyási modellek eredményeivel. A 4.30. ábrán látható, hogy az Oldal-féle (Oldal et al., 2012) analitikus modell és Beverloo empirikus modellje (Beverloo, 1961) megfelelő közelítést ad tölcséres áramlás kialakulásakor, a Johanson-féle modell (Johanson, 1965) pedig térfogati áramlás esetén követi a mérési eredmények jellegét, azonban hibája a gyakorlat számára túlságosan nagy. Az új numerikus modell viszont mind térfogati, mind tölcséres áramlási mód esetén alkalmas kör keresztmetszetű silók kifolyási tömegáramának elfogadható pontosságú meghatározására (a vizsgált tartományban, valamennyi félkúpszög esetén a kísérletekhez képesti eltérés kisebb 5%-nál és szögletes silógeometria is esetén ilyen pontosságú közelítést kaptam).



4.30. ábra Számított, mért és szimulációval kapott kifolyási tömegáram értékek hengeres siló esetén

Numerikus modellem az első, amely bizonyítottan, kifolyási módtól függetlenül elfogadható pontossággal használható. Az eddigiekben először meg kellett határozni az adott siló kifolyási módját, majd ez alapján ki kellett választani a megfelelő modellt, ezután lehetett (bizonyos esetekben elfogadhatatlanul nagy hibával) meghatározni a kifolyási tömegáramot. Ez a folyamat az új numerikus modell alkalmazásával nagymértékben egyszerűsödik. A bemutatott diszkrét elemes modell megfelelően kalibrált mikromechanikai paraméterekkel szinte bármilyen szemestermény kifolyásának leírására alkalmas és nemcsak állandósult állapotban, de határhelyzetekben (tehát a kifolyás megindulásakor és kiürülő garat esetén is) leírja a jelenséget.

#### 4.4. Az Oldal-féle analitikus kifolyási modell kiterjesztése

Az 2.5.3. fejezetben bemutatottak szerint a megfelelő pontossággal alkalmazható analitikus kifolyási modellek közül az Oldal-féle összefüggés (Oldal et al., 2012) az egyetlen, amely magyarázatot ad a silókifolyásra, mint fizikai jelenségre, sőt leírja a kifolyónyílás felett kialakuló sebességeloszlást is. A modell hátránya, hogy hengeres silókra érvényes és a garat geometriai jellemzői közül csak a kifolyónyílás átmérőjét veszi figyelembe, félkúpszögét nem, emiatt ezzel a formulával csakis tölcséres áramlás esetén számítható elfogadható pontossággal a kifolyási tömegáram. Kutatásom következő fázisában megvizsgáltam, hogy az Oldal-féle elmélet keresztmetszettől függetlenül alkalmazható-e. Ehhez a modell négyszög keresztmetszetű silókra vonatkozó kiterjeszthetőségét vizsgáltam.





A kifolyónyílás mentén a sebességeloszlást az instabil boltozat alakjának (másodfokú parabola) felhasználásával, szabadesésként írta le a szerző (Oldal et al., 2012), azt a kinematikai peremfeltételt felhasználva, hogy tölcséres kifolyás esetén a boltozat szélső pontjaiban (a kifolyónyílás peremén) a szemcsék sebessége zérus (hiszen tölcséres áramláskor csak a kifolyónyílás felett mozog a halmaz). Ezt a peremfeltételt tölcséres kifolyású, négyszög keresztmetszetű silóra is alkalmazhatjuk (hiszen ez a kifolyási mód következménye), azonban figyelembe kell venni, hogy míg hengeres silók esetén forgási paraboloid alakú a boltozat (a törési határfelület), addig négyszög keresztmetszetű silók esetén ez egy parabola alapú hasáb (3.2. ábra). A törési határfelület alakjának (parabola alapú hasáb) leírása az x, y, z koordináta-rendszerben:

$$f(x,z) = h\left(1 - \left(\frac{2x}{a}\right)^2\right), \quad x \in \left[-\frac{a}{2}; \frac{a}{2}\right], \quad z \in \left[-\frac{b}{2}, \frac{b}{2}\right].$$
(4.5)

A sebességeloszlást ettől a felülettől kiinduló, zérus sebességű szabadesésként számíthatjuk:

$$v(x,z) = \sqrt{2gf(x,z)} = \sqrt{2gh\left(1 - \left(\frac{2x}{a}\right)^2\right)}.$$
(4.6)

Bevezetve az Oldal-féle boltozati alaktényezőt (Oldal et al., 2012), amely az instabil boltozat magasságának és szélességének aránya ( $\delta = h/a$ ):

$$v(x,z) = \sqrt{2g\delta a} \sqrt{1 - \left(\frac{2x}{a}\right)^2}.$$
(4.7)

A sebességeloszlás alapján a térfogatáram:

$$Q = \int_{A} v \, dA = \sqrt{2g\delta a} \int_{-b/2}^{b/2} \int_{-a/2}^{a/2} \sqrt{1 - \left(\frac{2x}{a}\right)^2} \, dx \, dz =$$
  
=  $\frac{\sqrt{2g\delta a}}{4} \int_{-b/2}^{b/2} \left[ 2x\sqrt{1 - \frac{4x^2}{a^2}} + \arcsin\left(\frac{2x}{a}\right) \right]_{-a/2}^{a/2} \, dz =$  (4.8)  
=  $\frac{\sqrt{2g\delta a}}{4} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{a\pi}{4} \, dz = \frac{\pi}{4}\sqrt{2g\delta a} \cdot ab.$ 

Ebből az átlagsebesség:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{\pi}{4}\sqrt{2g\delta a}.$$
(4.9)

Beverloo (1961) és Oldal (2012) módszeréhez hasonlóan azt feltételezem, hogy csakis azok a szemek hullanak ki a kifolyónyíláson, amelyek legalább félig a kifolyónyílás felett vannak, emiatt a kifolyónyílás szélességét egy szemcse jellemző méretével  $(d_p)$  csökkentem, így a térfogatáram:

$$Q = \frac{\pi}{4} \sqrt{2g\delta} \cdot b(a - d_p)^{3/2}.$$
 (4.10)

A halmazsűrűség  $(\rho_h)$  felhasználásával a kifolyási tömegáram:

$$W = \frac{\pi\sqrt{2g}}{4}\sqrt{\delta} \cdot \rho_h \cdot b(a-d_p)^{3/2}.$$
(4.11)

A fenti összefüggésben szereplő boltozati alaktényező magában foglalja a halmazsűrűség kifolyás közbeni változását, értékét különböző szemesterményekre Oldal (2012) kísérletileg meghatározta. A formula négyszög keresztmetszetű, tölcséres kifolyású silók térfogatáramának meghatározására alkalmazható, térfogati áramlás esetén azonban nem igaz az alkalmazott kinematikai peremfeltétel (azaz, hogy a kifolyónyílás peremén a szemcsék sebessége zérus), ezért ilyen kifolyási mód esetén nem megfelelő közelítés.

#### 4.4.1. A számítási eredmények hitelesítése

A 4.11. összefüggés helyességének igazolása érdekében a 3.3. ábrán bemutatott modellsilón végzett különböző mérések eredményeit összehasonlítottam az új formulával számítottakkal.

#### A silótest mélységének hatása

A 3.3. ábrán látható modellsilón lehetőség van 60°-os garat félcsúcsszög és állandó silótest szélesség (c = 100 mm) mellett a siló mélységének változtatására. A siló mélységét rendre b = 25 mm, 50 mm, 100 mm és 125 mm nagyságúra változtattam. A kísérleteket búzával végeztem (főbb fizikai tulajdonságait a 3.1.1. fejezetben ismertettem), valamennyi esetben ötszörös ismétléssel. A számítások során Oldal (2012) munkája alapján a búza halmazsűrűségét  $\rho_h = 900 \text{ kg/m}^3$ , a boltozati alaktényezőt pedig  $\delta = 0, 4$  értékre vettem fel.



4.32. ábra A silótest szélesség-mélység arány változásának hatása a kifolyási tömegáramra  $(c = 100 \text{ mm}, \theta = 60^{\circ})$ 

A 4.32. ábrán látható a silótest szélesség-mélység arányának függvényében a kifolyási tömegáram. Ez alapján az új számítási módszer szimmetrikusnál keskenyebb (c/b > 1) silógeometria esetén elfogadható pontossággal (5%-on belüli hibával) írja le a jelenséget, viszont abban az esetben amikor a siló mélysége nagyobb a szélességénél (c/b < 1) közel 15%-ra nő a közelítés hibája.

A kifolyónyílás szélességének hatása

A modell alkalmazhatósági határainak megállapítása érdekében megvizsgáltam a kifolyónyílás szélességváltozásának hatását is. Ehhez 60°-os csúcsszögű silógarat esetén a kifolyónyílás szélességét 15 mm-től egészen a silótest szélességéig (100 mm-ig, vagyis a függőleges garatfal eléréséig) növeltem, minden kísérleti beállítás esetén ötszörös ismétléssel végezve a méréseket. 15 mm-nél keskenyebb kifolyónyílás esetén (vagyis amikor a silótest és a kifolyónyílás szélességének aránya (a/c arány) kisebb 0,15-nél) meg sem indult az anyagáram. Ennek oka, hogy a búzaszemek méretéhez képest túlságosan kicsi volt a kifolyónyílás, ún. stabil boltozat alakult ki.

A 4.33. ábrán látható, hogy alacsony a/c arány esetén az új modell megfelelően közelíti a kísérletileg meghatározott értékeket, 0,7-es arány felett viszont már közel 220% az új közelítés hibája. Ennek oka az, hogy mikor a keresztmetszet arány közelít 1-hez (amikor nem silóról csak zártszelvényről beszélünk) a boltozati hatás – ami a modell kidolgozásának alapja – már nem lép fel.



4.33. ábra A kifolyónyílás szélességének hatása a kifolyási tömegáramra, 60°-os csúcsszög és $100~{\rm mm}$ silótest szélesség mellett

A kísérletsorozat alapján tehát a négyszög keresztmetszetű silókra kidolgozott formula 0,15 és 0,7 silótest- és kifolyónyílás arány esetén megfelelő pontosságú eredményt ad. Ezek a határok a gyakorlati számításokat azonban nem korlátozzák, mivel a boltozódás elkerülése érdekében a gyakorlatban a tárolt halmazt alkotó szemcsék jellemző méreténél legalább 3,5-4-szer nagyobb kifolyónyílást alkalmaznak, viszont nem jellemző a silótest keresztmetszetének 40%-ánál nagyobb kifolyónyílás sem.

A garatcsúcsszög változásának hatása

Utolsó lépésként azt vizsgáltam, hogy mely kifolyási módok esetén alkalmazható elfogadható pontossággal az új összefüggés. Ehhez  $\theta = 10^{\circ}$ ,  $20^{\circ}$ ,  $30^{\circ}$ ,  $40^{\circ}$ ,  $50^{\circ}$ ,  $60^{\circ}$  és  $70^{\circ}$ -os félcsúcsszögű garatok esetén ötszörös ismétléssel végeztem kifolyási vizsgálatokat (a kifolyónyílás minden esetben 20 mm szélességű, a silótest pedig 100 mm mélységű volt).

Ezen kívül a 3.3. pontban bemutatott *általánosított, numerikus silómodellel*, négyszög keresztmetszetű geometriával, különböző félcsúcsszögek esetén szintén ötszörös ismétléssel végeztem numerikus számításokat. Ezen, korábban már kísérleti vizsgálatokkal hitelesített numerikus eredményeket szintén felhasználtam a kiterjesztett kifolyási modell helyességének ellenőrzéséhez.

Az újonnan létrehozott kísérleti modell a tölcséres kifolyás tartományában (búza esetén  $\theta > \sim 35^{\circ}$ ) megfelelően közelíti a kísérleti vizsgálatok eredményeit, hiszen ebben a tartományban a halmazbeli mozgásviszonyok és a modellezésnél felhasznált peremfeltételek állandóak. Térfogati kifolyás esetén azonban nem követi a tömegáram változását a kiterjesztett összefüggés – ahogyan az alapul vett, kör keresztmetszetű silókra kidolgozott Oldal-féle (2012) közelítés sem – mivel ebben a tartományban, egyik félkúpszög esetén sem teljesül, hogy a kifolyónyílás peremén nem mozog a halmaz (4.34. ábra).



4.34. ábra Négyszög keresztmetszetű siló kifolyási tömegárama a garat csúcsszög függvényében

#### 4.4.2. Az alkalmazhatósági határok kijelölése

Az Oldal-féle kifolyási modell (2012) kiterjesztésével, a négyszög keresztmetszetű silók tömegáramának számítására felállított új összefüggés is kohézió nélküli szemcsés halmazokra (pl.: szemestermények) érvényes. A hitelesítő mérések alapján megállapítom, hogy a modell megfelelően közelíti a kifolyás jelenségét szimmetrikus keresztmetszetű és keskeny silók (a mélység-szélesség arány 1 vagy annál kisebb) esetén, viszont széles silók (amikor a mélység-szélesség arány nagyobb 1-nél) tömegáramának számításakor a modell hibája jelentősen növekszik. A 4.32. ábrán jelölt geometriai méretek alapján az érvényességi tartomány:

$$1 \le \frac{c}{b} \le 4. \tag{4.12}$$

A kísérleti vizsgálatok alapján a kifolyónyílás szélesség jelentős tartományában érvényes a kiterjesztett modell, azonban közelítve a silótest jellemző méretéhez (amelyet elérve már nem is silóról, hanem egyszerű szelvényről beszélünk) a modell pontossága egyre csökken. Gyakorlati alkalmazás szempontjából ez mégsem jelent problémát, mivel általában ilyen nagy

méretű kifolyónyílást nem alkalmaznak. Az új összefüggés silótest- kifolyónyílás szélesség arányt tekintve az alábbi tartományban érvényes:

$$0,15 \le \frac{a}{c} \le 0,7. \tag{4.13}$$

A kifolyási mód szempontjából az új modell – a modellezési peremfeltétel alapján – tölcséres áramlás esetén megfelelő pontossággal közelíti a valóságos jelenséget, tehát a garat csúcsszög szempontjából az érvényességi határok megegyeznek az adott halmazra vonatkozó, tölcséres áramlás tartományával.

#### 4.5. Szemestermények vibrációs ürítése

Állandó frekvenciaszinteken változtatva a gerjesztés amplitúdóját, nem tapasztaltam a kifolyási tömegáram érdemleges változását sem térfogati, sem tölcséres áramlás esetén. Tehát a vizsgálati tartományban (0 - 0, 11 mm) a gerjesztés amplitúdójának nem volt hatása a kifolyási tömegáramra és az egyes kísérleti beállításokhoz tartozó tapasztalati szórás egyik esetben sem haladta meg az 5%-ot.









4.37. ábra A gerjesztési frekvencia változásának hatása a fajlagos kifolyási tömegáramra, tölcséres kifolyás esetén

Ezek után állandó gerjesztési amplitúdó mellett (A = 0, 11 mm) változtattam a rezgés frekvenciáját valamennyi különböző félkúpszögű garat (tehát tölcséres és térfogati kifolyás) esetén. Azt tapasztaltam, hogy a gerjesztési frekvencia kifolyási módtól függően különböző hatással van a búza kifolyási tömegáramára. Meredek, kis félkúpszögű (10° és 20°) garatok, azaz térfogati áramlás esetén a gerjesztési frekvencia növekedésével a kifolyási tömegáram kis mértékben növekedett, azaz a fajlagos kifolyási tömegáram minden esetben nagyobb volt 1-nél. Az egyes kísérleti beállításokhoz tartozó tapasztalati szórás egyik esetben sem haladta meg az 5%-ot (4.35. ábra). Átmeneti kifolyás (30° és 40°-os félkúpszögű garat) esetén a kísérletek alapján jelentős mértékben nem változott a kifolyási tömegáram, azaz a fajlagos kifolyási tömegáram értéke 1-hez közeli volt. Az egyes beállításokhoz tartozó tapasztalati szórás szintén egyik esetben sem haladta meg az 5%-ot (4.35. ábra és 4.36. ábra). Tölcséres áramlás (50°, 60° és 70°-os félkúpszögű garat) esetén a kifolyási tömegáram csökkenését figyeltem meg. Ezzel párhuzamosan a tapasztalati szórások jelentős mértékben növekedtek, bizonyos esetekben elérték a 15%-ot is (4.37. ábra).

Hipotézisem szerint ennek oka, hogy gerjesztés hatására részben térfogati, részben tölcséres áramlás alakul ki. A térfogati áramláskor mozgásban lévő teljes halmaz kifolyását segíti a gerjesztés, ezért növekszik a kifolyási tömegáram, tölcséres áramlás esetén viszont ellentétes hatást tapasztaltam, valószínűleg azért, mert ilyen esetben a garatfalon álló anyagrészeket hozza mozgásba a gerjesztés, amelyek megindulva akadályozzák a kifolyónyílás feletti zónából (tölcsérből) kiáramló anyagrészeket, mintegy csökkentve a kifolyónyílás átmérőjét (4.38. ábra). Átmeneti áramláskor a két hatás valószínűleg egyszerre jelentkezik, kioltják egymást, ezért nem tapasztaltam a tömegáram változását a vizsgálati tartományban.



4.38. ábra A gerjesztés hatása a silóban kialakuló áramlási képekre vonatkozóan

A hipotézis bizonyításához feketére festett és festetlen búzarétegekkel váltakozva töltöttem fel egy 70°-os félkúpszögű, tölcséres kifolyású modellsilót, majd kiürítés közben elzártam az anyagáramot és epoxigyantával "befagyasztottam" az áramlást. Ezután az "öntvényt" szimmetriasíkjában szétvágtam, így láthatóvá vált a szabad kifolyás során kialakuló tölcséres és a gerjesztés hatására megváltozott áramkép (4.39. ábra).



4.39. ábra Az epoxigyantával kifolyás közben "befagyasztott" szabad kifolyású és gerjesztett halmaz

A 4.39/a ábrán látható a szabad kifolyás során, a silóban kialakuló tölcséres áramlás. A színezett szemcserétegek elmozdulásából jól kivehetőek a kifolyónyílás felett áramló és a garatfalon álló anyagrészek. A 4.39/b ábrán a gerjesztés következtében átalakuló áramlási kép látható. Ebben az esetben is feketére színezett búzaréteget helyeztem a garatfalra, amely jól láthatóan elmozdult onnan, belekeveredett a modellsiló szimmetriatengelyében áramló anyagrészekbe. Gerjesztés alkalmazásakor felfedezhetőek mind a térfogati, mind a tölcséres áramlás jellegzetességei, tehát ezzel a módszerrel *bizonyítottam az előzőekben felállított hipotézist*.

#### 4.6. Kohéziós szemcsés halmazok vibrációs ürítése

A szemesterményekhez képest fontos különbség, hogy az összetapadó, kohéziós ( $\sigma_I/\sigma_c < 2$ ) korpa kizárólag 10°-os vagy annál kisebb félkúpszögű (tehát igen nagy lejtésű) garattal szerelt, térfogati kifolyású silóból üríthető ki gravitációs úton.







4.41. ábra A gerjesztési amplitúdó változásának hatása a fajlagos kifolyási tömegáramra, tölcséres kifolyás esetén 10° feletti félkúpszögű garatok esetén gravitációs úton nem indult meg a kifolyás, stabil boltozat alakult ki, amely a gerjesztés hatására, bizonyos "kiömlési határfrekvencia" elérésekor összeomlott és megindult az áramlás.

A gerjesztési amplitúdó változásának észlelhető hatása ez esetben sem jelentkezett a vizsgálati tartományban, azonban állandó rezgésamplitúdó mellett, a gerjesztő frekvencia növelésével, egy bizonyos érték elérésekor megindult az anyagáram. Ezt a frekvenciát kiömlési határfrekvenciának nevezem. A kifolyás megindulása után a gerjesztő frekvencia további növelésének érzékelhető hatása azonban nem jelentkezett, a kifolyási tömegáram közel állandó maradt (4.42. ábra).



4.42. ábra Korpa fajlagos kifolyási tömegárama, a gerjesztő frekvencia függvényében, 20°-os félkúpszögű garat esetén

A teljes félkúpszög tartományban (10°-tól 70°-ig) megvizsgáltam a korpa kiömlési határfrekvenciáját és azt a garat félkúpszögének függvényében ábrázoltam (4.43. ábra). Ez alapján az átmeneti kifolyás tartományában nagyobb gerjesztő frekvencia indítja meg a kifolyást, mint tisztán térfogati vagy tisztán tölcséres áramlás esetén. Valószínűsíthető, hogy az előzőekben bemutatott átrendeződéshez hasonló folyamat játszódik le a kohéziós halmazban is, és átmeneti kifolyáskor az egymást kioltó hatások legyőzéséhez nagyobb energia szükséges a kialakult boltozat feltöréséhez, mint a tisztán térfogati vagy a tisztán tölcséres áramlás tartományában.



4.43. ábra A kiömlési határfrekvencia a garat félkúpszögének függvényében korpa esetén

# 4.7. Új tudományos eredmények

A kutatás során elért új tudományos eredményeket foglalom össze az alábbiakban.

### 1. A mikroszerkezeti paraméterek meghatározási módszere

Kidolgoztam egy, a tönkremeneteli határgörbe szimulációs meghatározásán alapuló, félautomata kalibrációs algoritmust, amellyel kohéziós szemcsés halmazok, YADE diszkrét elemes rendszerben használható mikroszerkezeti paraméterei meghatározhatóak. Az algoritmussal kiszámított paramétersereget felhasználva olyan folyamatok diszkrét elemes modellezése lehetséges, amelyek nyomásviszonyai megfelelnek a tönkremeneteli határgörbe felvételénél vizsgált nyomástartománynak. Az új, félautomata eljárással a diszkrét modellek kalibrációja a próbálgatásos módszerhez képest  $\sim$  5-ször gyorsabban és hatékonyabban lehetséges, valamint az így kapott paraméterhalmaz széles nyomástartományban, anyagjellemzőként használható.

### 2. A diszkrét elemes módszer alkalmazhatóságának kiterjesztése

Bizonyítottam, hogy a *YADE* rendszerben létrehozott, kohézió nélküli diszkrét elemes modellek számításigénye csökkenthető. Ilyen esetben az elemek méretének növelésével párhuzamosan rugalmassági modulusukat lineáris, míg Poisson – tényezőjüket hiperbolikus jellegű függvény szerint javaslom változtatni:

$$E(r_p) = A r_p + B;$$
  

$$\nu(r_p) = C \frac{1}{r_p^D}.$$

Az általam kidolgozott összefüggések alkalmazásakor az elemméret kétszeresére növelésével a numerikus modell számításigénye közel egy nagyságrenddel csökkenthető és a teljes halmaz tönkremeneteli jellemzői  $\pm 5\%$ -os hibahatáron belül változnak. Numerikus számításokkal igazoltam, hogy az A, B, C és D konstansok értékét a kiindulási paraméterhalmaz határozza meg.

# 3. Általánosított, numerikus silómodell

Kidolgoztam egy numerikus (diszkrét elemes) modellt, amellyel hengeres testű, gravitációs ürítésű silókból kifolyó kohézió nélküli szemcsés halmazok tömegárama kifolyási módtól függetlenül, a teljes félkúpszög tartományban 5%-nál kisebb hibával kiszámítható.



4.44. ábra Kifolyási tömegáram értékek búza hengeres silóból történő ürítésekor

# 4. Az Oldal-féle analitikus kifolyási modell kiterjesztése

Gravitációs ürítésű, sík áramlású, szögletes silók tömegáramának számításához az Oldal-féle kifolyási modell kiterjesztésével bevezettem az alábbi összefüggést:

$$W = \frac{\pi\sqrt{2g}}{4}\sqrt{\delta} \cdot \rho_h \cdot b(a-d_p)^{3/2},$$

ahol: - g, a gravitációs gyorsulás nagysága,

-  $\delta$ , a boltozat alaktényezője,

- $\rho_h,$ a szemcsés anyag halmazsűrűsége,
- a, a kifolyónyílás szélessége,
- b, a silótest mélysége,
- $d_p$ , a szemcsék mérete.

Kísérletileg és numerikusan igazoltam, hogy az összefüggés tölcséres kifolyás és az alábbi silótest szélesség – mélység és kifolyónyílás szélesség – silótest szélesség tartományban 5%-os hibahatárral alkalmazható. A modell érvényességi határai:

$$1 \le \frac{c}{b} \le 4,$$
$$0, 15 \le \frac{a}{c} \le 0, 7,$$

ahol: - a, a kifolyónyílás szélessége,

- b, a silótest mélysége,

- c, a silótest szélessége.

# 5. Szemestermények vibrációs ürítése

Kísérletileg igazoltam, hogy a siló tengelyére merőleges irányú gerjesztés hatására a hengeres silóból kifolyó kohézió nélküli szemcsés halmazok (szemestermények, pl.: búza) tömegáramára a vizsgálati tartományban a gerjesztés amplitúdójának nincsen érzékelhető hatása. A rezgés frekvenciájának növelésével térfogati áramlású garat esetén növekszik a tömegáram, átmeneti áramlású garat esetén nem jelentkezik a gerjesztés hatása, tölcséres áramlású garat esetén pedig a gerjesztés hatására megváltozik az áramlási kép, emiatt a tapasztalati szórások jelentősen növekednek és a rezgésfrekvencia növelésével csökken a kifolyási tömegáram.

Továbbá megállapítottam, hogy a hengeres siló tengelyére merőleges irányú gerjesztés hatására a vizsgálati tartományban (A = 0 - 0, 11 mm és f = 0 - 125 Hz)

- a silóban tárolt anyag tömege lineárisan csökken az idő függvényében,
- a gerjesztési amplitúdó hatása elhanyagolható,
- a gerjesztő frekvencia hatása domináns és a garat geometriájának függvényében eltérő,
- a gerjesztés hatására nem minden esetben növekszik a kifolyási tömegáram.

# 6. Kohéziós szemcsés halmazok vibrációs ürítése

Laboratóriumi vizsgálatokkal bizonyítottam, hogy nagy kohéziójú ( $\sigma_I/\sigma_c < 2$ ) szemcsés halmazokban (pl.: finomszemcsés korpa) stabil boltozat kialakulása esetén létezik egy, a vizsgálati tartományban (A = 0 - 0, 11 mm és f = 0 - 125 Hz) gerjesztési amplitúdótól független frekvencia, amelynél megindul az anyagáram. Ezt a gerjesztési frekvenciát kiömlési határfrekvenciának neveztem el.

Amennyiben gravitációs úton nem indul meg a kifolyás (korpa esetén, ha a garat félkúpszöge:  $\theta < 10^{\circ}$ ) gerjesztést kell alkalmazni az anyagáram megindításához. A képződött stabil boltozat akkor törhető fel, ha a tárolt anyagra jellemző *kiömlési határfrekvenciának* megfelelő gerjesztést alkalmazunk.

A mezőgazdaság és az ipar szinte valamennyi területén a legtöbb alapanyag, a félkész- és késztermékek szemcsés halmaz formájában van jelen, ezért az ilyen anyagok kiemelt jelentőséggel bírnak a tervezési- és optimálási folyamatokban. Ugyanakkor a szemcsés halmazokkal kapcsolatba kerülő berendezések tervezése, az egyes fizikai jelenségek modellezése a legtöbb esetben problémát jelent a gyakorló mérnököknek, az anyagok speciális fizikai-, mechanikai tulajdonságai miatt.

Kutatásom egyik fő területe a szemcsés halmazok modellezésére használatos, jelenleg is fejlődő numerikus eljárás, a diszkrét elemes módszer gyakorlati alkalmazhatóságának javítása. Ehhez két eljárást dolgoztam ki: egy félautomata kalibrációs algoritmust és egy szemcseméret korrekciós eljárást. A saját fejlesztésű kalibrációs algoritmussal az eddigieknél sokkal kevesebb energia- és időráfordítással, pontosabban határozhatóak meg egy szemcsés mikromechanikai jellemzői. kalibrált halmaz Az így paramétersereg széles nyomástartományban használható a halmaz különböző folyamatokban mutatott viselkedésének leírásához. A klaszter elméleten alapuló szemcseméret korrekciós eljárás szintén a gyakorló mérnökök munkáját könnyíti meg, mivel a nagy számításigényű numerikus modellek megoldását gyorsítja.

A kutatás második fő területe a mezőgazdasági üzemekben használt silók gravitációs kifolyásának vizsgálata. A technológia lánc folytonosságának biztosításához elengedhetetlen a silóhoz kapcsolódó anyagmozgató berendezések megfelelő tervezése vagy kiválasztása. Ennek feltétele, hogy ismerjük a tárolóból egységnyi idő alatt kifolyó anyagmennyiséget. A jelenleg használatos kísérleti és elméleti kifolyási modellekkel viszont a térfogati áramlású silók tömegáramának meghatározása csak elfogadhatatlanul nagy hibával lehetséges. Az *általam kidolgozott numerikus silómodellel* áramlási módtól függetlenül meghatározható a kifolyási tömegáram, amely pontos ismerete szavatolja az anyagmozgatási lánc folytonosságát. Az időegység alatt kifolyó anyagmennyiség ismerete különösen fontos a takarmánykeverőkben vagy a vegyipari keverési folyamatokban is, amelyekben különösen nagy szerepe van a pontos adagolásnak az egyes receptúrák előállításakor. Ennek érdekében dolgoztam ki a sík áramlású, szögletes garatokból kifolyó anyag tömegáramának számítására használható analitikus kifolyási modellt is.

Szintén a technológiai sor elakadását okozza és a takarmánykeverő üzemek költségeit növeli, ha stabil boltozat képződik a silógaratban. Ennek megakadályozására általában vibrofenekű silókat alkalmaznak. Az ilyen kifolyást segítő berendezések tervezése és üzemeltetése jelenleg azonban tapasztalati úton történik, mivel a rezgésbevezetés hatására a kifolyó halmazban lezajló változások nem ismertek. Ezért kutatásom harmadik fő területe a vibrációs silóürítés kísérleti vizsgálata. A problémák megoldása érdekében kísérletileg bizonyítottam, hogy szemestermények vibrációs ürítése során áramlási módtól függően változtathatjuk a kifolyás sebességét. Térfogati áramlás esetén növelhető, míg tölcséres áramlás esetén csökkenthető a kifolyási tömegáram a gerjesztés frekvenciájának növelésével. A kohéziós, nehezen folyó korpa kísérleti vizsgálatából pedig azt állapítottam meg, hogy valamennyi garatkialakítás esetén létezik egy kiömlési határfrekvencia. Ilyen frekvenciával történő gerjesztéssel a képződött stabil boltozat feltörhető, az anyagáramlás megindítható, így a technológiai lánc folytonossága biztosítható.

# 6. ÖSSZEFOGLALÁS

# SILÓK GRAVITÁCIÓS ÉS VIBRÁCIÓS ÜRÍTÉSE

Mivel a mezőgazdaságban állandó problémát jelent a szemcsés halmazok tárolás, feldolgozása az anyagok speciális mechanikai tulajdonságai miatt, ezért fontosnak tartom a diszkrét rendszerek mechanikájának megértését, a különböző modellezési lehetőségek vizsgálatát. A terménytároló telepek, takarmánykeverő üzemek gazdaságos működésének szavatolásához elengedhetetlen a tároló berendezések jellemző működési paramétereinek ismerete, valamint hatékony, jól használható tervezési módszerek fejlesztése.

A fentiek miatt kutatásom célja a szemcsés anyaghalmazok modellezési módszereinek fejlesztése, a silós tárolás tervezhetőségének korszerűsítése, illetve az ürítés során fellépő problémák leírása, megoldási módok ajánlása volt. A kitűzött célok megvalósítása érdekében áttekintettem a tématerület szakirodalmát, amely alapján kiválasztottam a megfelelő modellezési eljárásokat, majd megvizsgáltam ezek hiányosságait, illetve feltérképeztem a silós tárolás során fellépő problémák gyakorlatban alkalmazott megoldási, megelőzési módjait. Az egyes jelenségek megfelelő pontosságú leírásához egy viszonylag új numerikus eljárást, a diszkrét elemes módszert használtam. A jelenleg is fejlődő módszer korlátozott, gvakorlati alkalmazása egyelőre erősen univerzálisan használható anyagkönyvtárak még nem állnak a mérnökök rendelkezésére, ezért új eljárásokat dolgoztam ki a modellparaméterek meghatározásához, valamint a numerikus számítások időigényének csökkentéséhez.

Ezután megvizsgáltam, hogyan használható a diszkrét módszer a silók tömegáramának számítására, ugyanis a jelenleg rendelkezésre álló modellek csak bizonyos határok között használhatóak megfelelően. Az általam fejlesztett kifolyási modell helyességét kísérleti vizsgálatokkal igazoltam. Ezen eredmények alapján a numerikus modellel a silók kifolyási tömegárama a garat félkúpszögétől függetlenül számítható. Ezután az Oldal-féle kifolyási modell általánosításával létrehoztam egy olyan elméletileg megalapozott analitikus összefüggést, amellyel sík áramlású, szögletes garatok kifolyási tömegárama számítható. Ennek az olyan keverési folyamatokban van jelentősége, amelyek az egyes alkotóelemek pontos adagolását követelik meg.

A kutatás utolsó szakaszában a silós tárolás során – főként takarmánykeverő üzemekben – fellépő problémák megoldása érdekében végeztem laboratóriumi vizsgálatokat. Kísérletileg igazoltam, hogy szemestermények kifolyási tömegárama a siló áramlási módjának függvényében változik a gerjesztési frekvencia növelésével. Végül a boltozódó, kohéziós korpa kifolyását vizsgáltam. A laboratóriumi kísérletek alapján megállapítottam, hogy valamennyi silógeometria esetén létezik kiömlési határfrekvencia. Amennyiben ilyen, vagy ennél nagyobb frekvenciájú gerjesztést alkalmazunk, akkor megindul a kifolyás, viszont a vizsgált tartományban ezután a tömegáram nem változott.

Összefoglalásként megállapítom, hogy a bemutatott új tudományos eredmények, módszerek megkönnyíthetik a gyakorló mérnökök munkáját, egyszerűsíthetik a tervezési folyamatokat, valamint hozzájárulhatnak a terménytárolók, takarmánykeverők üzemeltetési költségeinek csökkentéséhez.

#### 7. SUMMARY

# GRAVITATIONAL AND VIBRATIONAL DISCHARGE OF SILOS

Storage and processing of particulate materials is a common problem in agriculture, because of their special physical, mechanical properties. By this reason it is very important to understand mechanics of granular materials and to examine modeling possibillities. To ensure economic operation of agricultural storing and mixing units it is neccesary to know functional parameters of storing equipment and the development of eccifient design methods.

Based on the above, purposes of my research were the development of modeling methods for granular materials and silo design methods as well as the approvement of solution opportunities according to storing problems. To achieve these aims the literature of these topics was reviewed. Based on this the suitable modeling methods were selected and shortcomings of these procedures were examined. In addition solution and prevention opportunities of storing problems were also mapped.

To describe certain phenomenon a numerical procedure, the Discrete Element Method (DEM) was applied. Practical adaptation of this continously developing method nowadays is very restricted, therefore new procedures were developed to calibrate the model parameters and to decrease computational effort of simulations.

In next phase of research DEM model of silo discharge was created wherewith the well known empirical and theoretical discharge models are usable just in a narrow range of cone half angle. The developed numerical model was validated by laboratory outflow experiments. Based on the experimental results this model can be used regardless of the cone half angle. After this an analytical formula was created to calculate outflow rate of rectangular silo bins based on Oldal's discharge model. This calculation method can be used in agricultural or in the chemical industry well, where it is important the accurate dosage of individual components. The analytical model was also validated with laboratory outflow experiments. Based on the measurements this is suitable for calculating discharge rate in case of funnel flow.

Last phase of my research was the experimentally investigation of vibrational silo discharge. Common problem of agricultural storing and mixing units is the stop of material flow through formation of stable arches. To prevent this phenomenon and to ensure material flow vibrational discharge aids are used, which are operated on empirical way. It was proved with experimental results that outflow rate of cohesionless granulars is variable in function of vibrational frequency based on discharge mode of silo. Finally outflow of cohesive praticulate materials was examined. Emprically was proved that in case of all half angle of conical bins exist an outflow cut-off frequency. If excitation was applied with this cut-off frequency the stable arch can be broken and the material flow can be started.

Summarizing it can be asserted that work of practical engineers can be simplified with the new numerical results and methods and the operation cost of agricultural storing and mixing units is reducible based on my empirical conclusions.

### M1: Irodalomjegyzék

- Anand, A., Curtis, J.S., Wassgren, C.R., Hancock, B.C., Ketterhagen, W.R. (2008): Predicting discharge dynamics from a rectangular hopper using discrete element method (DEM), Chemical Engineering Science, Vol. 63 (24), pp. 5821-5830.
- 2. Asaf, Z., Rubinstein, D., Shmulevich, I. (2007): Determination of discrete element model parameters required for soil tillage, Soil & Tillage Research, Vol. 92 (1-2), pp. 227-242.
- Bablena, A. (2015): Modeling the soil-wheel interaction with discrete element method, Synergy International Conferences – Engineering, Agriculture and Green Industry Innovation, Gödöllő, Hungary, October 12-15, 2015.
- 4. Bagi, K. (2007): A diszkrét elemek módszere, BME Tartószerkezetek Mechanikája Tanszék, Budapest, 73 o.
- 5. Balássy, Z., Huszár, I., Csizmadia, B. (1989): Determination of Poisson's ratio in elastic oedometer, 4th ICPPAM Int. Conf., Rostock, Proceeding, Vol. 1, pp. 26-30.
- 6. Benkő, J. (2011): Anyagmozgató gépek és eszközök, Szent István Egyetemi Kiadó, Gödöllő, 317 o.
- 7. Beverlo, R. (1961): The flow of granular solids through orifices, Chemical Engineering Science, Vol. 15 (262), pp. 260-269.
- 8. Bochner, S., Chandrasekharan, K. (1950): Fourier transforms, Princeton University Press, 219 p.
- 9. British Standard Summaries (1991), BS5502: Part 74: 1991. Building and Structures for Agriculture. Design and Construction of Bins & Silos for Combinable Crops.
- 10. Carleton, A.J. (1972): The effect of fluid drag forces on the discharge of ree flowing solids from hoppers, Powder Technology, Vol. 6 (2), pp. 91-96.
- Coetzee, C.J., Els, D.N.J. (2009): Calibration of discrete element parameters and the modeling of silo discharge and bucket filling, Computers and Electronics in Agriculture, Vol 65 (2), pp. 198-212.
- Crewdson, B.J., Ormond, A.L., Nedderman, R.M. (1977): Air-impeded discharge of fine particles from a hopper, Powder Technology, Vol. 16 (2), pp. 197-207.
- 13. Cundall, P. A., Strack, O. D. L. (1979): A discrete numerical model for granular assemblies, Geotechnique, Vol. 29 (1), pp. 47-65.
- 14. Csizmadia, B. (1988): Einige Bemerkungen über die natürlichen Gewölbbildung in Konstruktierten Haufen, előadás, Metode experimentale si numerice rezistance materialelor, Kolozsvár.
- 15. Csizmadia, B., Nándori, E. (Szerk.) (2002):Mechanika Mérnököknek: Szilárdságtan (második kiadás), Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest-Gödöllő-Győr, 595 o.
- 16. Csizmadia, B., Nándori, E. (Szerk.) (2006):Mechanika Mérnököknek: Mozgástan, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest-Gödöllő-Győr, 556 o.
- Csizmadia, B. (Szerk.) (2009): Sajátos anyagmodellek alkalmazása a mezőgépészetben, FVM Mezőgazdasági Gépesítési Intézet (MGI), Gödöllő, 145 o.
- 18. Csoma, M. (1977): Sertéstelepek gépei, berendezései, Korszerű Mezőgazdasági Technika, Mezőgazdasági Kiadó, 127 o.
- 19. Égert, J., Keppler, I. (2007): A végeselem módszer mechanikai alapjai, MSc jegyzet, Universitas-Győr Nonprofit Kft., Győr, 205 o.

- Gjacev, L.V., Keller, H. (1984): Grundlagen einer Theorie zum Schüttgutausfluss aus Bunkern und einige Ergebnisse ihrer experimentellen Überprüfung, Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Architektur und Bauwesen Weimar, Vol. 30 (4), pp. 269-272.
- Goldhirsch, I., Zanetti, G. (1993): Clustering instability in dissipative gases, Physical Review Letters, Vol. 70 (11), pp. 1619-1622.
- 22. Gonzalez-Montanello, C., Ramírez, Á., Gallego, E., Ayuga, F. (2011): Validation and experimental calibration of 3D discrete element models for the simulation of the discharge flow in silo, Chemical Engineering Science, Vol. 66 (21), pp. 5116-5126.
- 23. Gonzalez-Montanello, C., Ramírez, A., Fuentes, J.M., Ayuga, F. (2012): Numerical effects derived from en masse filling of agricultural silos in DEM simulations, Computers and Electronics in Agriculture, Vol. 81, pp. 113-123.
- 24. Greschik, Gy. (1981): Anyagmozgató gépek, Tankönyvkiadó, Budapest, 315 o.
- 25. Hagen, E. (1852): Druck und Bewegung des trockenen Sandes, Bericht über die zur Bekanntmachung geeigneten Verhandlungen der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, pp. 35-42.
- 26. Hiroaki, M., Ko, H., Hideto, Y. (2006): Powder Technology Handbook, Third Edition, Taylor and Francis Group. New York, 920 p.
- Hunt, M.L., Weathers, R.C., Lee, A.T., Brennen, C.E., Wassgren, C.R. (1999): Effects of horizontal vibration on hopper flows of granular materials, Physics of fluids, Vol. 11 (1), pp. 68-75.
- 28. Jacob, K. (2000): Bin and hopper design, The Dow Chemical Company Solids Proceeding Lab.
- 29. Janssen, H.A. (1895): Getreidedruck in Silozellen, Z. Ver. Dt. Ing. 39, pp. 1045-1049.
- 30. Jenike, A.W. (1964): Steady gravity flow of frictional-cohesive solids in converging channels, Journal of Applied Mechanics Vol. 31 (1), pp. 5-11.
- 31. Jenike, A.W. (1987): A theory of flow of particulate solids in converging and diverging channels based on a conical yield function, Powder Technology, Vol. 50 (3), pp. 229-236.
- Johanson, J.R. (1965): Method of calculating rate of discharge from hoppers and bins, SME of AIME, Transactions 232, pp. 69-80.
- 33. Kache, G. (2009): Verbesserung des Schwerkraftflusse kohäsiver Pulver durch Schwingungseintrag, Dissertation, Otto-von Guericke-Universität, Magdeburg.
- 34. Keppler I. (2006): Szemcsés anyagok természetes boltozódása, GÉP, 57 (1), 29-33. o.
- Keppler, I., Kocsis, L., Oldal, I., Farkas, I., Csatár, A. (2012): Grain velocity distribution in a mixed flow dryer, Advanced Powder Technology, Vol. 23, pp. 824-832.
- Ketterhagen, W.R., Curtis, J.S., Wassgren, C.R., Kong, A., Narayan, P.J., Hancock, B.C. (2007): Granular segregation in discharging cylindrical hoppers: A discrete element and experimental study, Chemical Engineering Science, Vol. 62 (22), pp. 6423-6439.
- Ketterhagen, W.R., Curtis, J.S., Wassgren, C.R., Hancock, B.C. (2009): Predicting the flow mode from hoppers using the discrete element method, Powder Technology, Vol. 195, pp. 1-10.
- 38. Kézdi, Á. (1965): Talajmechankia, Tankönyvkiadó, Budapest, 275 o.

- 39. Kollmann, T. (2002): Schwingungsinduziertes Fließen feinskörniger, kohäsiver Pulver, Otto-von-Guericek-Universität Magdeburg, Dissertation.
- 40. Kolymbas, D., Bauer, E. (1993.): Soft Oedometer A New Testing Device and Its Appplication for the Calibration of Hypoplastic Constitutive Laws, Technical Note of American Society for Testing and Materials, 8 p.
- 41. Kozák, I. (1995): Kontinuummechanika, Miskolci Egyetemi Kiadó, Miskolc, 218 o.
- 42. Langston, P.A., Tüzün, U., Heyes, D.M. (1995): Discrete element simulation of granular flow in 2D and 3D hoppers: dependence of discharge rate and wall stress on particle interactions, Chemical Engineering Science, Vol. 50 (6), pp. 967–987.
- 43. Masson, S., Martinez, J. (2000): Effect of particle mechanical properties on silo flow and stresses from distinct element simulations, Powder Technology, Vol. 109 (1-3), pp. 164-178.
- 44. Mehta, A. (2007): Granular Physics, Cambridge University Press, Cambridge, 322 p.
- 45. Mio, H., Akashi, M., Shimosaka, A., Shirakawa, Y., Hidaka, J., Matsuzaki, S. (2009): Speed-up of computing time for numerical analysis of particle charging process by discrete element method, Chemical Engineering Science, Vol. 64 (5), pp. 1019-1026.
- 46. Muhammad, E.F., Lambert, O. (Szerk.) (1997): Handbook of powder science & technology, Second edition, Chapman & Hall, New York, 898 p.
- Nedderman, R.M., Tüzün, U., Savage, S., Houlby, G.T. (1982): The flow of granular materials – I. Discharge rate from hoppers, Chemical Engineering Sciences, Vol. 37, pp. 1597-1609.
- Okan, S., Nuri A.A. (2011): Numerical simulation of rock cutting using the discrete element method, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, Vol. 48 (3), pp. 434-442.
- 49. Olafsen, J.S., Urbach, J.S. (1998): Clustering order and collapse in a driven granular monolayer, Physical Review Letter, Vol. 81 (20), pp. 4639-4372.
- 50. Oldal, I. (2007): Szemcsés anyagok kifolyási és boltozódási tulajdonságai, Doktori értekezés, Szent István Egyetem, Gödöllő, 80 o.
- 51. Oldal, I., Keppler, I., Csizmadia, B., Fenyvesi, L. (2012): Outflow properties of silos: The effect of arching, Advanced Powder Technology, Vol. 23 (3), pp. 290-297.
- 52. Pöschel, T., Salueña, C., Schwager, T. (2001): Scaling properties of granular materials, Physical Review E, Vol. 64 (1), 011308 p.
- 53. Potyondy, D.O., Cundall, P.A. (2004): A bonded-paricle model for rock, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, Vol. 41, pp. 1329-1364.
- Raji, A.O., Favier, J.F. (2004): Model for deformation in agricultural and food particular materials under bulk compressive loading using discrete element method, Theory, model development and validation, Journal of Agricultural Engineering Research, Vol. 60, pp. 359-371.
- 55. Roberts, A.W., Scott, O.J. (1978): An Invetigation into the effects of sinusoidal and random vibrations on the strength and flow properties of bulk solids, Powder Technology, Vol. 21 (1), pp. 45-53.
- 56. Robertson, P.K. (1990): Soil classification using cone penetration test, Canadian Geotechnical Journal, Vol. 27 (1), pp. 151-158.

- 57. Roscoe, K.H., Schofield, A.N., Wroth, C.P. (1958): On the Yielding of Soils, Geotechnique, Vol. 8 (1), pp. 22-53.
- 58. Schulze, D. (2009): Pulver und Schüttgüter Fließeigenschaften und Handhabung, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 526 p.
- 59. Simons, T.A.H., Weiler, R., Strege, S., Bensmann, S., Schilling, M., Kwade, A. (2015): A ring shear tester as calibration experiment for DEM simulations in agitated mixers – a sensitivity study, Procedia Engineering, Vol. 102, pp.741-748.
- 60. Sitkei, Gy. (1981): A mezőgazdasági anyagok mechanikája, Akadémia Kiadó, Budapest, 460 o.
- Šmilauer, V., Catalano, E., Chareyre, B., Dorofeenko, S., Duriez J., Gladky, A., Kozicki, J., Modenese, C., Scholtès, L.:: Yade Documentation (V. Šmilauer, ed.), The Yade Project, 1st ed., 2010, http://yade-dem.org/doc/.
- 62. Summerfield, M. (2009): Python 3 programozás Átfogó bevezetés a Python nyelvbe, Kiskapu kiadó, Budapest, 536 o.
- Suzuki, A., Tanaka, T. (1968): Behaviours of a particle bed in the field of vibration, Part II.: Flow of particles through slits in the bottom of a vibrating vessel, Powder Technology, Vol. 2 (2), pp. 72-77.
- Suzuki, A., Tanaka, T. (1972): Behaviours of a particle bed in the field of vibration, Part IV: Flow of cohesive solids from vibrating hoppers, Powder Technology, Vol. 6 (5), pp. 301-308.
- Tanaka, H., Momozu, M., Oida, A., Yamazaki, M. (2000): Simulation of soil deformation and resistance at bar penetration by Distinct Element Method, Journal of Terramechanics, Vol. 37 (1), pp. 41-56.
- 66. Thakur, S.C., Ooi, J.Y., Ahmadian, H. (2015): Scaling of discrete element model parameters for cohesionless and cohesive solid, Powder Technology, In Press, Corrected Proof, Available online 14 June 2015.
- 67. Tikos, S. (1974): A takarmány kiosztás gépeinek vizsgálata és fejlesztése, Mezőgazdasági Gépesítési Tanulmányok, Mezőgazdasági Gépkísérleti Intézet közleménye, XXI. évf.
- 68. Tomas, J. (1991): Modellierung des instationären Auslaufverhaltens von kohäsiven Schüttgütern aus Bunkern, Chemie-Technik, Vol. 43 (8), pp. 307-309.
- 69. Tomay, T. (1975): Gabonaipari kézikönyv műszaki fejlesztés és üzemeltetés, Mezőgazdasági Kiadó, Budapest, 1057 o.
- 70. Tomay, T. (1982): Keveréktakarmány-gyártás, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 411 o.
- 71. Tsuji, Y., Tanaka, T., Ishida, T. (1992): Lagrangian numerical simulation of plug flow of cohesionless particles in a horizontal pipe, Powder Technology, Vol. 71 (3), pp. 239-250.
- 72. Wassgren, C.R., Hunt, M.L., Brennen, C.E. (1996): Vertical side wall convection in deep beds of granular material subjected to vertical, sinusoidal oscillations, Proceedings of 5th World Congress of Chemical Engineering, San Diego, CA.
- 73. Wassgren, C.R. (1997): Vibration of granular materials, PhD Dissertation, Califonia Institute of Technology.
- Wassgren, C.R., Hunt, M.L., Freese, P.J., Palamara, J., Brennen, C.E. (2002): Effects of vertical vibration on hopper flows of granular material, Physics of fluids, Vol. 14 (10), pp. 3439-3448.

- 75. Williams, J.C. (1977): The rate of discharge coarse granular materials from conical mass-flow hoppers, Chemical Engineering Science, Vol. 32 (3), pp. 247-255.
- 76. Yang, S.C., Hsiau, S.S. (2001): The simulation and experimental study of granular materials discharged from a silo with the placement of inserts, Powder Technology, Vol. 120 (3), pp. 244-255.
- 77. Yong, X.G. (Szerk.) (2012): Continuum mechanics Progress in fundamental and engineering applications, InTech, Rijeka, 166 p.
- Yuan, C., Zongquan, D., Bing, L. (2011): Numerical simulations of motion behaviors of pan mechanism in a cooking robot with granular cuisine, Journal of Mechanical Science and Technology, Vol. 25 (3), pp. 803-808.
- 79. Zanker, A. (1975): Estimating the flow of solids through openings, Process Engineering, pp. 66-67.
- 80. Zhang, R., Li, J. (2006): Simulation on mechanical behavior of cohesive soil by Distinct Element Method, Journal of Terramechanics, Vol. 43 (3), pp. 303-316.

### M2: Az értekezés témaköréhez kapcsolódó saját publikációk

#### Lektorált cikk világnyelven

- Csatár A., Safranyik F., Bércesi G. (2013), A new direct shear testing apparatus for the examination of the velocity- and time-dependent friction, Hungarian Agricultural Engineering, Vol. 25, pp. 54-58, ISSN 0864-7410
- Csatár A., Safranyik F. (2014), Examining the velocity- and time-dependent friction in case of steel and polyamide, Hungarian Agricultural Engineering, Vol. 26, pp. 20-24, ISSN 0864-7410
- 3. El-Hagerey M.E., El-Sabbagh B.A., Safranyik F. (2016), Mathematical model of engineering and hydraulic design factors of innovative pressure compensating pottery dripper, European Journal of Academic Essays, Vol. 3 (1), pp. 7-20, ISSN 2183-1904
- Keppler I., Safranyik F., Oldal I. (2016), Shear test as calibration experiment for DEM simulations: a sensitivity study, Engineering Computations (IF: 0.691\*), Vol. 33 (3), pp. 742–758.
- Oldal I., Keppler I., Bablena A., Safranyik, F., Varga, A. (2014), On the discrete element modeling of agricultural granular materials, Mechanical Engineering Letters, Vol. 11, pp. 8-17.
- Oldal I., Safranyik F. (2015), Extension of silo discharge model based on discrete element method, Journal of Mechanical Science and Technology (IF: 0.761\*), Vol. 29 (9), pp. 3789-3796.
- Oldal I., Safranyik F., Keppler I. (2016): Reducing computational time of cohesionless discrete simulations based on particle clusters, accepted for publication in Engineering Computations (IF: 0.691\*) on 15. 04. 2016
- Safranyik F., Csatár A., Varga A. (2015), Experimental Method for Examination of State Dependent Friction, Progress in Agricultural Engineering Sciences, Vol. 11 (1), pp. 29-42.

9. Safranyik F., Oldal I. (2013), 3D DEM model of silo discharge, Poljoprivredna tehnika, Vol. 38 (2), pp. 23-34, ISSN 0554-5587

# Lektorált cikk magyar nyelven

- 1. Safranyik F. (2016), A diszkrét elemes módszer alkalmazása lengőrosták hatékonyságának vizsgálatára, GÉP LXVII. évfolyam (2016/4.), 44-47. o.
- 2. Safranyik F., Oldal I., M. Csizmadia B. (2015), Gerjesztett silók kísérleti elemzése, Mezőgazdasági Technika, LVI. évfolyam, 2015. június, 2-5. o.
- Safranyik F., M. Csizmadia B., (2015), Kalibrációs módszer szemcsés halmazok mikromechanikai jellemzőinek meghatározásához, Műszaki Tudományos Közlemények, 2015 (3), 267-271 o.

# Nemzetközi konferencia kiadvány

- Safranyik F., Oldal I. (2012), Finite element analysis of a forging die with dynamic marginal conditions, Conferentia Internationala, Zilele Tehnice Studentesti Editia, XVI Volumul VII, Timisoara, 7-13 Mai 2012, pp. 122-128, ISSN 1843-1917
- Safranyik F., Oldal I. (2013), Numerical modeling of silo discharge, Recent Advances in agriculture, Mechanical Engineering and Waste Policy, International Scientific Conference, Nitra, Slovakia, pp. 275-280., ISBN 978-80-552-1014-8
- Safranyik F., Oldal I., Csizmadia B. (2015), Effect of vibration on silo flow of cohesionless granular materials, 32nd Danubia Adria Symposium on Advances in Experimental Mechanics, Stary Smokovec, Slovakia, pp. 154-156., ISBN 978-80-554-1094-4

# Magyar nyelvű konferencia kiadvány

- Safranyik F., Oldal I. (2013), A silóürítés gyakorlatban alkalmazható diszkrét elemes modellje, XVIII. Fiatal Műszakiak Tudományos Ülésszaka, Kolozsvár, 351-354. o, ISSN: 2067-6808
- Safranyik F., Oldal I., M. Csizmadia B. (2014), Gerjesztett silók kifolyásának modellezési lehetőségei, Fiatal Műszakiak Tudományos ülésszaka XIX, Kolozsvár, 353-356. o., ISSN: 2067-6808

#### Nemzetközi konferencia abstract

- Csatár A., Safranyik F., Varga A. (2015), Development of experimental apparatus for examination of velocity dependent friction, CD-ROM Proceedings of the Synergy and Technical Development International Conference, October 12-15, 2015, Gödöllő, Hungary, p. 28, ISBN 978-963-269-506-8
- Safranyik F. (2015), Determination of micromechanical parameters of granules based on standard shear test, CD-ROM Proceedings of the Synergy and Technical Development International Conference, October 12-15, 2015, Gödöllő, Hungary, p. 15, ISBN 978-963-269-506-8
- Safranyik F., Oldal I. (2013), Discrete element model of particle outflow, CD-ROM Proceedings of the Synergy and Technical Development International Conference, October 13-18, 2013, Gödöllő, Hungary, p. 4, ISBN 978-963-269-359-0

### M3: A nyíróvizsgálat programkódja

```
\#Modules, functions
    from yade import plot
    from yade import pack
    import sys
    sys.path.append('/home/szie/PythonScript/Kalibracio')
    from par_sugar import par_sugar
    from par E import par E
    from par nu import par nu
    from par ro import par ro
    from par 371 ro0 import par ro0
    from par nCoh import par nCoh
    from par sCoh import par sCoh
\#Parameters
    utils.readParamsFromTable(MaxN = 1000)
    from yade.params import table
\#Materials
    densT = par_ro \#Density
    ET = par E \# Young-modulus
    nuT = par nu \ \#Poisson \ coefficient
    frictAngT = par ro0 \ \# Frictional angle
    nCoh = par nCoh #Normal cohesion
    sCoh = par sCoh \#Shear cohesion
    eRoll = .01 \ \#Coefficient \ of \ rolling \ friction
    EA = 2.1 e8 \ \#Wall \ Young-modulus
    nuA = .3 \ \# Wall \ Poisson \ coefficient
    densA = 7800 \ \#Wall \ density
    frictAngA = .52 \ \#Wall \ coefficient \ of \ friction
\#Cohesive soil material
    talaj = O. materials.append(CohFrictMat(young=ET, poisson=nuT,
       density=densT, frictionAngle=frictAngT, normalCohesion=nCoh,
    shearCohesion=sCoh, isCohesive=True, momentRotationLaw=True,
       etaRoll=eRoll, label='talaj'))
\#Wall material definition
    acel = O. materials.append(FrictMat(young=EA, poisson=nuA, density
       =densA, frictionAngle=frictAngA, label='acel'))
\#Frictionless material definition
    seged = O. materials.append(FrictMat(young=EA, poisson=nuA,
       density=0, frictionAngle=0, label='seged'))
\#Bodies
    Also resz = 0. bodies. append (geom. utils. facetBox ((.05,.05,.01))
        (.05, .05, .01), wallMask=31, material = 'acel')
    Felsoresz = O. bodies.append(geom.utils.facetBox((.05,.05,.07)))
```

```
(.05, .05, .05), wallMask = 15, material = 'acel')
    Segeddoboz = O. bodies.append(geom.utils.facetBox((-.05,.05,.01))
        (.05, .05, .01), wallMask = 63, material = 'seged'))
    Segeddoboz2 = O. bodies. append (geom. utils. facetBox ((.15, .05, .03))
        (.05, .05, .01), wallMask = 63, material = 'seged')
    Fogo11=O. bodies.append(utils.facet([(0,0,-.0005),(0,.1,-.0005)]
       (.1, 0, -.0005)], material = 'acel'))
    Fogo12=O.bodies.append(utils.facet([(.1,.1,-.0005)
       (0, .1, -.0005), (.1, 0, -.0005), material = 'acel')
    Fogo21=O. bodies.append(utils.facet([(0,0,-.001),(0,.1,-.001)
       (.1, 0, -.001)], material = 'acel'))
    Fogo22=O. bodies.append(utils.facet([(.1,.1,-.001),(0,.1,-.001)
       (.1, 0, -.001), material = 'acel')
\#Clumps
    ClSugar = par_sugar #clump radius
    ClArany = .1 \ \# radius/409 \ distance \ ratio
    ClTavolsag = ClSugar * ClArany #clump distance
    felho = pack.SpherePack()
    szemcse = pack. SpherePack ([((0,0,0), ClSugar), ((ClTavolsag, 0, 0),
       ClSugar)])
    felho.makeClumpCloud((0,0,0),(.1,.1,.13),[szemcse])
    felho.toSimulation(material='talaj')
\#Simulation \ cycle
    O. engines = [
    ForceResetter(),
        InsertionSortCollider ([Bo1_Sphere_Aabb(),Bo1_Facet_Aabb()])
        InteractionLoop(
            [Ig2 Sphere Sphere ScGeom6D(label='gomb'),
               Ig2 Facet Sphere ScGeom6D()],
            [Ip2 FrictMat FrictMat FrictPhys(),
               Ip2 CohFrictMat CohFrictMat CohFrictPhys(label='coh'
               )],
            [Law2 ScGeom FrictPhys CundallStrack(),
               Law2 ScGeom6D CohFrictPhys CohesionMoment(
               useIncrementalForm=True)]
        ),
    NewtonIntegrator (damping = .4, gravity = (0, 0, -9.81), label='newton')
    O. dt = .4* utils . PWaveTimeStep() \#Az idolepes fele a maximumnak
\#Functions
    O. engines=O. engines + [PyRunner(command='Stabilitas()',
       iterPeriod = 1, label='vez')] #Minden iteracioban hivja a
       stabilitas fv-t
```

```
MaxN = table MaxN \#A maximalis nyomoero erteket kulso fajlbol
       olvassa be
    MinN = MaxN - 1 \#A minimalis nyomoero = MaxN-1
    MinuForce = .01 \#Az unbalancedForce hatarerteke = 0.01
def Stabilitas(): #Stability check
    if O.iter > 3000:
        if utils.unbalancedForce() < MinuForce:
             magassag = max([b.state.pos[2] + b.shape.radius for b]
                in O. bodies if isinstance(b. shape, Sphere))
             global kezdo
             kezdo = O.iter
             global Lap1
             global Lap2
             global Lap3
             global Lap4
             global Lap5
             global Lap6
             Lap1=O. bodies.append(utils.facet([(0,0,magassag),(0,.1,
                magassag),(.1,0,magassag)], material = 'acel'))
             Lap2=O. bodies.append(utils.facet([(.1,.1,magassag)
                (0, .1, magassag), (.1, 0, magassag)], material = 'acel'
                ))
             Lap3=O. bodies.append(utils.facet([(0,0,magassag*1.01)
                (0, .1, magassag * 1.01), (.1, 0, magassag * 447, 1.01)],
                material ='acel'))
             Lap4=O. bodies.append(utils.facet([(.1,.1,magassag*1.01)
                (0, .1, magassag * 1.01), (.1, 0, magassag * 1.01)],
                material = 'acel'))
             Lap5=O. bodies.append(utils.facet([(0,0,magassag*1.02)
                (0, .1, magassag * 1.02), (.1, 0, magassag * 1.02),
                material = 'acel'))
             Lap6=O. bodies.append(utils.facet([(.1,.1,magassag*1.02)
                (0, .1, magassag * 1.02), (.1, 0, magassag * 1.02)],
                material = 'acel'))
            O. bodies [Lap1]. state. vel [2] = -.05
            O. bodies |\text{Lap2}|. state. vel |2| = -.05
            O. bodies [Lap3]. state. vel [2] = -.05
            O. bodies [Lap4]. state. vel [2] = -.05
            O. bodies [Lap5]. state. vel [2] = -.05
            O. bodies [Lap6]. state. vel [2] = -.05
             global A
```

 $\widetilde{A} = O.$  bodies [Lap1]. shape. area + O. bodies [Lap2]. shape.

```
area
             vez.command = 'le()'
             O. engines=O. engines + [PyRunner(command='Mentes2()',
                iterPeriod = 1, label='ment')
def le():
    Normalero = O. forces f(Lap1)[2] + O. forces f(Lap2)[2]
    if Normalero > MaxN:
        O. bodies [Lap1]. state. vel[2]=0
        O. bodies [Lap2]. state. vel[2]=0
        O. bodies [Lap3]. state. vel[2]=0
        O. bodies |Lap4|. state. vel |2|=0
        O. bodies [Lap5]. state. vel [2]=0
        O. bodies [Lap6]. state. vel[2]=0
         vez.command='stop()'
def stop():
    if utils.unbalancedForce() < (MinuForce (10):
         coh.setCohesionNow=True
        O. engines = O. engines + [TranslationEngine(ids=Alsoresz,
            translation Axis = (1,0,0), velocity = .1)
        O. engines = O. engines + [TranslationEngine(ids=Segeddoboz,
            translation Axis = (1,0,0), velocity = .1)
        O. engines=O. engines + [PyRunner(command='Atlag()',
            iterPeriod = 1)]
         vez.command='fel()'
def le2():
    Normalero = O. forces f(Lap1)[2] + O. forces f(Lap2)[2]
    if Normalero > MaxN:
        O. bodies [Lap1]. state. vel [2] = .05
        O. bodies [Lap2]. state .485 vel[2]=.05
        O. bodies [Lap3]. state. vel [2] = .05
        O. bodies [Lap4]. state. vel [2] = .05
        O. bodies [Lap5]. state. vel [2] = .05
        O. bodies | Lap6 | . state . vel |2| = .05
        vez.command='fel()'
def fel():
    Normalero = O. forces f(Lap1)[2] + O. forces f(Lap2)[2]
    if Normalero < MinN:
        O. bodies [Lap1]. state. vel [2] = -.05
```

```
O. bodies [Lap2]. state. vel [2] = -.05
        O. bodies [Lap3]. state. vel [2] = -.05
        O. bodies [Lap4]. state. vel [2] = -.05
        O. bodies [Lap5]. state. vel [2] = -.05
        O. bodies [Lap6]. state. vel [2] = -.05
         vez.command = 'le2()'
def Mentes2():
    T = abs(O. forces.f(0)[0] + O. forces.f(1)[0]) - abs(O. forces.f(2))
       [0]+O. forces. f(3) [0])
    Normalero = O. forces f(Lap1)[2] + O. forces f(Lap2)[2]
    plot.addData(i=O.iter,N=Normalero,T=T)
def Atlag()
    if O. bodies [0]. state. pos [0] > .0015: #
         c = []
         for i in range(len(plot.data['T'])):
             c.append(plot.data['T'][i])
             Tmax1 = numpy.nanmax(c)
             if abs(plot.data['T']|len(plot.data['T'])-1]) < Tmax1 *
                  .9:
                  kivon = int((0.iter - kezdo) * 0.025)
                  a = []
                  for i in range(len(plot.data['N'])-kivon, len(plot.
                     data [ 'N'])):
                      a.append(plot.data['N'][i])
                  global Natlag
                  Natlag = numpy.average(a) / (A * 1000)
                  Tmax = Tmax1 / (A * 1000)
                  Nujfajl = open('N', 'a')
                  kiir1 = str(Natlag) + '; '
                  Nujfajl.write(kiir1)
                  Nujfajl.close()
                  Tujfajl = open('T', 'a')
                  kiir2 = \mathbf{str}(\mathrm{Tmax}) + '; '
                  Tujfajl.write(kiir2)
                  Tujfajl.close()
                 O. exitNoBacktrace
                  exit()
O.run()
utils.waitIfBatch()
M4: A kalibrációs algoritmus programkódja
```

import sys
import os.path
from os import chdir

```
import commands
chdir ('/home/szie/PythonScript/Kalibracio')
from fv import par atir, log maker, kiir, thg, terulet, param,
   term log, kereso alg, kereso alg2
from termcolor import colored
sys.path.append('/home/szie/PythonScript/Kalibracio')
from par sugar import par sugar
ref fi = .96
ref\_c~=~17.72
A 0 = terulet(ref fi, ref c)
dens0 = 3200
E0 = 1e6
nu0\ =\ .3
frictAng0 = .5
nCoh0 = 1e4
sCoh0 = 1e7
r0 = .002
parameterek0 = [dens0, E0, nu0, frictAng0, nCoh0, sCoh0, r0]
parameterek = ['par_ro', 'par_E', 'par_nu', 'par_ro0', 'par_nCoh', '
   par sCoh', 'par sugar']
for i in range(len(parameterek0)):
     kiir (parameterek0[i], parameterek[i])
term log('Alap_tonkremeneteli_hatargorbe_keszitese')
alap = thg(0)
alap fi = alap[0]
alap c = alap[1]
sens par = [E0, nu0, frictAng0, sCoh0, nCoh0]
sens_name = [ 'par_E', 'par_nu', 'par_ro0', 'par_sCoh', 'par_nCoh']
\operatorname{sens\_log\_n} = \left[ \begin{array}{c} \operatorname{'E\_n'}, & \operatorname{'nu\_n'}, & \operatorname{'ro0\_n'}, & \operatorname{'sCoh\_n'}, & \operatorname{'nCoh\_n'} \end{array} \right]
\operatorname{sens} \log k = ['E_k', 'nu_k', 'ro0_k', 'sCoh_k', 'nCoh_k']
fi elt N = []
fi \quad eltK = []
c = ltN = []
c = ltK = []
fi elt o = []
c elt o = []
nagy fi = []
nagy_c = []
kicsi_fi = []
kicsi c = []
```

```
term log('Erzekenysegvizsgalat_indul')
for i in range(len(sens par)):
    term log(sens name[i])
    n = param(sens_par[i], sens_name[i], 1.5, sens_log_n[i], alap_fi,
       alap c)
    k = param(sens par[i], sens name[i], .5, sens log k[i], alap fi,
       alap c)
    fi\_elt\_o.append(abs(n[0]-k[0]))
    c elt o.append(abs(n[1]-k[1]))
    nagy_fi.append(n[0])
    nagy_c.append(n[1])
    kicsi fi.append(k[0])
    kicsi c.append(k[1])
term log('Erzekenysegvizsgalat_vege')
term log('1.5-szeres_parameterekkel_kapott_fi_ertekek_valtozasa_az_
   alapertekekhez_kepest: ')
print nagy_fi
term log('0.5-szoros_parameterekkel_kapott_fi_ertekek_valtozasa_az_
   alapertekekhez_kepest: ')
print kicsi fi
term log('1.5-szeres_parameterekkel_kapott_c_ertekek_valtozasa_az_
   alapertekekhez_kepest: ')
print nagy c
term_log('0.5-szoros_parameterekkel_kapott_c_ertekek_valtozasa_az_
   alapertekekhez_kepest: ')
print kicsi c
term_log('A_meredeksegek_teljes_elteresei_(fi[1.5]_-_fi[0.5]):')
print fi elt o
term_log('A_tengelymetszetek_teljes_elteresei_(c[1.5]_-_c[0.5]):')
print c elt o
term log('A_meredekseg_beallitas')
if alap_fi < ref_fi: #ha novelnunk kell fi-t
    term log('Novelni_kell_a_meredekseget!')
    if max(nagy_fi) > max(kicsi_fi):
        fi ind = nagy fi.index (max(nagy fi))
        term \log(\mathbf{str}(\operatorname{sens} \operatorname{name}[\operatorname{fi} \operatorname{ind}]) + '-t_valtoztatjuk')
        term_log('1.5-tol_0.5-tel_megyunk_felfele')
        fi_szorzo = kereso_alg(nagy_fi[fi_ind], fi_ind, sens_par,
           sens name, ref fi, ref c, .5, 1.5)
    else:
        fi ind = kicsi_fi.index(max(kicsi_fi))
        term log(str(sens name[fi_ind]) + '-t_valtoztatjuk')
```

```
term \log('0.5 - tol_0.1 - el_megyunk_lefele')
         fi szorzo = kereso alg(kicsi fi[fi ind], fi ind, sens par,
            sens name, ref fi, ref c, .1, .5)
else:
    term_log('Csokkenteni_kell_a_meredekseget!')
    if min(nagy_fi) > min(kicsi_fi):
         fi_ind = nagy_fi.index(max(nagy_fi))
         term \log(\mathbf{str}(\operatorname{sens} \operatorname{name}[\operatorname{fi} \operatorname{ind}]) + '-t_valtoztatjuk')
         term log('1.5-tol_0.5-tel_megyunk_felfele')
         fi_szorzo = kereso_alg(nagy_fi[fi_ind], fi_ind, sens_par,
           sens name, ref fi, ref c, .5, 1.5)
    else:
         fi_i = kicsi_fi.index(max(kicsi_fi))
         term log(str(sens name[fi ind]) + '-t_valtoztatjuk')
         term \log('0.5 - tol_0.1 - el_megyunk_lefele')
         fi_szorzo = kereso_alg(kicsi_fi[fi_ind],fi_ind,sens_par,
            sens name, ref fi, ref c, -.1, 1)
kiir (sens par [fi ind] * fi szorzo, sens name [fi ind])
c ind = 4
c_szorzo = kereso_alg2(nagy_c[c_ind], c_ind, sens_par, sens_name,
   ref fi, ref c, 5, 6)
term log('KESZ!')
term_log('Elso_parameter:_' + sens_name[fi ind] +'_x_' 675 + str(
   fi szorzo))
term_log('Masodik_parameter:_sCoh_x_' + str(c_szorzo[0]))
term log('Meredekseg_elterese_a_referenciatol:_' + str(c szorzo
   [1][0])
term_log('Tengelymetszet_elterese_a_referenciatol:_' + str(c_szorzo
   [1][1])
```
## 9. KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

Köszönöm témavezetőimnek, Dr. M. Csizmadia Béla professzor úrnak és Dr. Oldal István tanár úrnak, hogy hasznos tanácsaikkal és ösztönzésükkel irányították kutatómunkámat és, hogy biztosították a megfelelő tudományos fórumokon való publikálás lehetőségét.

Köszönetet mondok a Szent István Egyetem Mechanikai és Géptani Intézet munkatársainak, illetve külön köszönet illeti a Mechanika és Műszaki Ábrázolás Tanszék valamennyi oktatóját, hogy értékes észrevételeikkel segítették munkámat.

Megköszönöm a Gyermelyi Zrt. munkatársainak, hogy lehetőséget biztosítottak a takarmánykeverő üzemük megtekintésére, illetve megosztották velem értékes tapasztalataikat, amelyeket munkám során felhasználhattam.

Hálásan köszönöm szüleimnek, páromnak és teljes családomnak biztatásukat, lelki támogatásukat és türelmüket.

Végül köszönetemet fejezem ki mindazoknak, akiket név szerint nem tudtam megemlíteni, viszont valamilyen módon hozzájárultak e disszertáció létrejöttéhez.

Gödöllő, 2016. december

Safranyik Ferenc