

Szent István Egyetem

# SZECSKÁZOTT SILÓKUKORICA HALMAZOK REOLÓGIÁJA

Doktori értekezés

Bense László

Gödöllő, 2001.

1

A doktori program Címe: A mezőgazdasági gépészet alapjai Tudományága: Műszaki tudomány Vezetője: Dr. Szendrő Péter egyetemi tanár az MTA doktora

Témavezető:Dr. Szendrő Péter egyetemi tanár<br/>az MTA doktora

A programvezető jóváhagyása

A témavezető jóváhagyása

# TARTALOMJEGYZÉK

Alkalmazott főbb jelölések	5
1. A kutatás előzményei, célkitűzések	7
1.1. A téma elméleti és gyakorlati	7
jelentősége	
1.2.	9
Célkitűzések	
1.3. A kitűzött célok megvalósításának lehetséges	9
módszerei	
2. Irodalmi áttekintés	11
2.1. A szecskahalmaz belső	11
szerkezete	
2.1.1. Szecskahalmazok minősítése méretösszetétel szerint	11
2.1.2. A kézi hosszúságmérésen alapuló szecskaszerkezet vizsgálat kiváltási	
lehetőségei	12
2.2. A silókukorica szecska reológiai leírása	15
2.2.1. Reológiai mérőszámok	15
2.2.2. Empirikus reológiai	16
vizsgálatok	
2.2.3. A lineáris reológiai anyagmodellezés elméletének áttekintése	17
2.2.3.1. A relaxáció jelenség modellezése	
2.2.3.2. A kúszás jelenség modellezése	
2.2.4. Nemlineáris	24
anyagmodellek	
2.3. Reológiai	29
mérések	
3. A kutatás	31
módszere	
3.1. Elméleti	31
módszerek	
3.1.1. A szecskázott anyaghalmaz deformációs állapotának	31
leírása	
3.1.2. A szecskázott anyaghalmaz termo-	33

mechanikája	
3.2. Kísérleti módszerek	
3.2.1. Az anaerob határállapot meghatározása impedancia méréssel	
3.2.1.1. Eljárás szecskahalmaz impedancia mérésére	
3.2.1.2. Az impedancia mérés elemzése	
3.2.1.3. Az impedancia mérés	41
kiértékelése	
3.2.2. A megterhelési jelleggörbe	47
kiválasztása	
3.2.2.1. A szecskázott silókukorica halmaz relaxációs időállandója	47
3.2.2.2. A deformációs sebesség meghatározása nyomóvizsgálatokkal	
3.2.3. A reológiai mérőrendszer felépítése	

4. Eredmények	
4.1. Az anyagi függvények kísérleti	59
meghatározása	
4.1.1. Relaxáció vizsgálat	
4.1.2. Relaxáció görbék illesztése az elméleti	65
modellhez	
4.1.3. Kúszás	70
vizsgálat	
4.1.4. Kúszás görbék illesztése az elméleti modellhez	
4.2. Új tudományos	80
eredmények	
5. Következtetések,	83
javaslatok	
6. Összefoglalás	
	86
Summary	
Mellékletek	
M1.	87
Irodalomjegyzék	
Idegenszerzős hivatkozott	87
irodalom	
A témakörben önállóan és szerzőtársként megjelentetett saját publikációk	
Szoftver	92
hivatkozások	
M2. Ábrák	93
jegyzéke	
M3. Táblázatok	94
jegyzéke	
M4. Relaxáció görbe illesztése	95
M5. Kúszás görbe	107
illesztése	
M6. Caylay-Hamilton	112

tétel	
M7. Legendre-	113
transzformáció	
Köszönet	114
nyilvánítás	

# ALKALMAZOTT FŐBB JELÖLÉSEK

Jel	Megnevezés	Mértékegység
$a_i$	differenciálegyenlet együtthatók	2
A	keresztmetszet, terület, felület	$[m^2]$
$\underline{A_i}$	i-edik belső változóhoz konjugált belső erő	
A	belso erokbol kepzett vektor	
$\alpha_i$	belső változók	
$\underline{b_i}$	differenciálegyenlet együtthatók	
$\overline{B}$	Cauchy -Green deformació tenzor (baloldali)	
β	skalárfüggvény	$[Nm^{-2}]$
C	Kapacitás	[F]
$\overline{\overline{C}}$	Cauchy -Green deformáció tenzor (jobboldali)	
d	átmérő, fegyverzet távolság	[m]
$\overline{D}$	vezetési együttható (tenzormennyiség)	
e	természetes logaritmus alapja	
Ε	modellállandó, rugalmassági modulus	$[Nm^{-2}]$
$\overline{\overline{E}}$	vezetési együttható (tenzormennyiség)	
3	fajlagos alakváltozás	
603	a fajlagos alakváltozás végértéke	
-0 E1	légüres tér permittivitása	$[\mathrm{Fm}^{-1}]$
Er	relatív permittivitás	$[\mathrm{Fm}^{-1}]$
'n	modellállandó, dinamikai viszkozitás	[Pas]
f	szabad energia	[Jm <sup>-3</sup> ]
F	a szabad energia egyensúlyi része	[Jm <sup>-3</sup> ]
$\overline{\overline{F}}$	deformáció gradiens tenzor	$[s^{-1}]$
g	fajlagos ellenállás	$[\Omega m^{-1}]$
$g_{\scriptscriptstyle 0}$	kontakt ellenállás fajlagos értéke	$[\Omega m^{-1}]$
$\overline{\overline{G}}$	vezetési együttható (tenzormennyiség)	
$g_R$	súlyfüggvény (relaxáció)	$[Nm^{-2}s^{-1}]$
$g_K$	súlyfüggvény (kúszás)	$[m^2N^{-1}s^{-1}]$
h	pillanatnyi mintahosszúság	[m]
$h_e$	egyensúlyi mintahosszúság	[m]
$h_0$	kezdeti mintahosszúság	[m]
$h_R$	átmeneti függvény (relaxáció)	$[Nm^{-2}]$
$\frac{h_K}{m}$	atmeneti függvény (kúszás)	[m <sup>2</sup> N <sup>-1</sup> ]
$\overline{H}$	vezetesi egyutthato (tenzormennyiseg)	
Jel	Megnevezés	Mértékegység
χ	skalár függvény	[Nm <sup>-2</sup> ]
$I_i$	skalár invariánsok	
$\overline{J}$	anyagtüggvény (tenzormennyiség)	

	Mellékletek	
l L	vezető hossza, megnyúlás Laplace-operátor	[m]
$L^{-l}$	Inverz Laplace transzformáció	
λ	térfogati viszkozitási jellemző (skalár)	[Nm <sup>-2</sup> ]
μ	nyírási viszkozitási jellemző (= $\beta + \chi$ )	$[Nm^{-2}]$
$\overline{N}$	egységvektor	
ν	frekvencia	[Hz]
$\overline{\overline{O}}$	ortogonális deformáció gradiens tenzor	$[s^{-1}]$
и	belső energia	[J]
$\overline{\overline{U}}$	definit deformáció gradiens tenzor	$\overline{[\mathbf{S}^{-1}]}$
р	komplex változó (Laplace-transzformáció)	$[s^{-1}]$
р; Р	mechanikai teljesítmény	[W]
П	dimenzió nélküli szám	2
$\overline{\overline{\Psi}}$	utóhatás függvény (tenzormennyiség)	$[Jm^{-3}]$
q	hőmennyiség	[J]
$\frac{r}{r}$	pillanatnyi konfiguráció (tértartomány)	
$\overline{R}$	referencia konfiguráció (tértartomány)	
R	ohmos ellenállás	$[\Omega]$
ρ	sűrűség	[kgm <sup>-3</sup> ]
$ ho_0$	kezdeti sűrűség	[kgm <sup>-3</sup> ]
s	entrópia	$[JK^{-1}]$
$ds^2$	két pont távolsága	[m]
$dS^2$	két pont kezdeti távolsága	[m]
$\sigma$	mechanikai feszültség	$[Nm^{-2}]$
$\sigma_{\!\scriptscriptstyle BY}$	biológiai képlékeny határfeszültség	[Nm <sup>-2</sup> ]
t; τ	idő	[s]
T	hőmérséklet	[K]
$\overline{\overline{T}}$	pillanatnyi feszültség tenzor	[Nm <sup>-2</sup> ]
$\overline{\overline{T}}_p$	Piola-Kichoff-féle feszültségtenzor	[Nm <sup>-2</sup> ]
$\overline{\overline{V}}$	definit deformáció gradiens tenzor	$[s^{-1}]$
$X_C$	kapacitív reaktancia	$[\Omega]$
Ζ	átviteli függvény (Laplace-transzformáció)	

# Malláklatak

# 1. A KUTATÁS ELŐZMÉNYEI, CÉLKITŰZÉSEK

# 1.1. A téma elméleti és gyakorlati jelentősége

A műszaki feladatok megoldásában gyakran nem maga a méretezés, hanem az alapadatok összegyűjtése jelenti a legnagyobb nehézséget. A tervező munka során természetesnek vesszük, hogy a kész konstrukciót fárasztó vizsgálatokkal, a felhasznált anyagokat anyagvizsgálatokkal és technológiai próbákkal ellenőrizni kell. Csak így lehetünk biztosak abban, hogy a legyártott széria valóban megfelel majd a szabványoknak és a gyártó tanúsítványának. A biológiai változatosság miatt darabonkénti (érzékszervi) vizsgálattá kell szigorítani az ellenőrzést, ha növényi (fa) vagy állati (bőr, csont) anyagot alkalmazunk. Tömeggyártás esetén többek között a munkaigényes gyártás és ellenőrzés szorította ki ezeket az anyagokat a szerkezeti anyagok köréből.

Ennek ellenére sem hagyhatunk fel a szerves anyagok vizsgálatával, sőt a vizsgált anyagok körét célszerű bővíteni, hiszen nem csak a szerkezeti anyagként számításba vehető, hanem a munkadarabként előforduló összes mezőgazdasági termény fizikai jellemzőit ismernünk kell. Munkadarabként már nem csak az anyag tönkremenetelére, kopására vagyunk kíváncsiak, hanem arra is, hogy különböző fémekkel és önmagukkal milyen súrlódási jellemzőket mutatnak, hogyan tömöríthetők, vagy lazíthatók, milyen a száradási és nedvesítési karakterisztikájuk, és ezek a tulajdonságok hogyan változnak térben és időben a gyártás, manipulálás, szállítás, stb. során. Az időelem színrelépésével előtérbe kerülnek a reológiai mérések. Az élelmiszeripar egyes területein (sütőipar, húsipar) a reológiai vizsgálatok a gyártásközi ellenőrzés szerves részét képezik, ugyanakkor a mezőgazdasági feldolgozóipar (takarmánygyártás, cukoripar, söripar, stb.) csak most kezdi felfedezni ezt a tudományágat.

Időben változó térbeli feszültségállapot leírásához a vizsgált minta minden pontjában és a vizsgálat minden időpillanatában ismerni kell a feszültségi és alakváltozási tenzor minden elemét, amely gyakorlatilag lehetetlen. Gépipari anyagvizsgálatoknál azért egyszerűbb a helyzet, mert csak a vizsgált minta egy kritikus keresztmetszetében, és csak egy kijelölt időpontban (pl. a minta tönkremenetele esetén) kell a feszültségi állapotot meghatározni. A silókukorica szállítása, és tartósítási technológiája során gyakorlatilag nem hat a szecska-elemekre akkora igénybevétel, amely további tönkremenetelhez vezetne, és a halmaz "gyenge" keresztmetszetét sem ismerjük. Ebben a megfogalmazásban tönkremenetel alatt a részecskék olyan mértékű tovább aprózódását értem, amely szignifikáns változást okoz a terményhalmaz fizikai jellemzőiben.

Szecskázásnak a szálas takarmányok szálra merőleges metszéssel történő aprítását nevezzük. A szecskázás általában nem ad végterméket, hanem valamely technológia előkészítő művelete. Az így előkészített takarmány jobban hasznosul, szállítása könnyen gépesíthető, kisebb energiafelhasználással szárítható, kedvező a tárolótér kihasználása és könnyen tömöríthető. A szecskázott silókukorica tartósítása során az utóbbi két tulajdonság a döntő, hiszen ekkor egy irányított erjesztési folyamat játszódik le, ahol a kedvező tejsavas fermentáció alapfeltétele a tömörített, anaerob feltételeket biztosító halmaz.

A szecskázás technológiája napjainkban megoldottnak tekinthető. Az alkalmazott szecskahosszúságnak nem a gépesítési lehetőségek szabnak határt, hanem a költségtényező, illetve a technológiai ésszerűség (a kérődzők számára élettanilag szükséges úgynevezett szerkezeti rosttartalom miatt nem célszerű 10 mm-nél kisebb átlagméretet választani [48]).

A szecskázott silókukorica különböző méretű, alakú és sűrűségű növényi részek (szár, levél, szemtermés) véletlenszerű elhelyezkedéséből kialakuló halmaz, amelyben a részecskék alakját a növény morfológiája éppúgy meghatározza, mint az előállítás technológiája. A halmaz önmagában keveréktakarmánynak tekinthető, tehát egy inhomogén, fizikai tulajdonságait nézve anizotróp anyagról van szó. Egyszerűsíti a feladatot, hogy a kísérletek az eredeti anyagon elvégezhetők, és hogy a halmazban nincs kijelölt irány, ezért durvaszemcsés felbontásban mégis homogénnek tekinthető.

Más szempontok szerint nézve reológiai anyagról van szó, hiszen rugalmas és késleltetett rugalmas viselkedést, relaxációt, és retardációt (kúszás) mutat, amely jelenségek a következőképpen fogalmazhatók meg: Állandó értéken tartott alakváltozás esetén a növényi anyagban kialakult feszültség értéke az idő függvényében csökken, és általában aszimptotikusan közeledik egy határértékhez. Ezt nevezzük feszültség-relaxációnak. Külső terhelés hatására a növényi anyagban feszültség keletkezik, amely alakváltozást idéz elő. Ha az anyagban a feszültséget állandó értéken tartjuk, akkor a kezdetben létrejött alakváltozás tovább növekszik, és bizonyos esetekben aszimptotikusan egy határértékhez közeledik, más esetekben olyan nagyságúra is növekedhet, hogy az anyag folytonossága megszakad. Ezt a jelenséget kúszásnak nevezzük.

A terhelés megszüntetése után a szecskázott silókukorica halmaznak maradó alakváltozása van, amely ismétlődő igénybevétel hatására megváltozik, tehát az anyag egyfajta memóriával is rendelkezik. A halmaz belső súrlódása miatt az entrópia produkció pozitív, így anyagi tulajdonságainak leírása a termodinamika eszközeivel célszerű.

# 1.2. Célkitűzések

Az 1.1. fejezetben leírtak alapján, a megmunkált növényi anyagok reológiai tulajdonságainak vizsgálatával kapcsolatban végzett sokrétű kutatótevékenységem témakörei közül az alábbi, eddig még kevéssé tisztázott részterület tanulmányozását választottam értekezésem fő célkitűzésének:

# A szecskázott silókukorica halmaz relaxációja és kúszása során mutatott irreverzibilis állapotváltozását leíró anyagfüggvények elméleti és kísérleti meghatározása.

A fő cél megvalósításához újszerű mérőkészülék és kísérleti metodika kidolgozása szükséges, amelynek során további, új tudományos eredményekkel is kecsegtető vizsgálatok elkerülhetetlenek. Ezek:

- A henger-dugattyú elven működő plasztométer alkalmazhatóságának vizsgálata. Elsősorban azt kell igazolni, hogy a mérési módszer független lehet a tartósítás technológiájától, tehát a modellparaméterek meghatározásakor nem szükséges nyomatékkal terhelt kerékkel modellezni a falközi siló tömörítésmódját.
- A mintasiló méreteinek megválasztása, amely a homogénnek tekinthető minimális halmazméret megállapítása után lehetséges.
- A vizsgálat során alkalmazandó silónyomás, illetve mintasűrűség meghatározása, az anaerob határállapot kimérése alapján.
- A megterhelés jelleggörbéjének (vizsgálófüggvény) célszerű megválasztása.

# 1.3. A kitűzött célok megvalósításának lehetséges módszerei

Már most megfogalmazható, hogy a célkitűzésben meghatározott feladatok végrehajtásához milyen módszerek alkalmazása tűnik célravezetőnek.

A szecskázott silókukorica halmaz belső szerkezetéből következik, hogy az entrópia produkció pozitív, hiszen belső súrlódása van, és viszkózus tulajdonságokat mutat. Az ilyen anyagok modellezése a termodinamika fogalomrendszerének alkalmazásával képzelhető el, hiszen a nemegyensúlyi termodinamika elmélete a termikus folyamatokon kívül mechanikai jelenségek és anyagtranszport folyamatok egzakt leírását is lehetővé teszi. További előnyt jelent, ha a kidolgozott elmélet olyan matematikai aparátust vonultat fel, amellyel elkerülhetők a hagyományos reológia parciális differenciálegyenletei, és kiküszöböli azokat a bizonytalanságokat, amelyeket az anyagszerkezetre vonatkozó hipotézisek egyszerűsítési törekvései okozhatnak.

- A gyakorlati szakembereket legjobban az anaerob állapot eléréséhez szükséges minimális tömörítő erő érdekli. A hézagtérfogat szokásosnak tekinthető vizsgálati eljárásai a tömörítés alatt álló szecskahalmaz esetére nehezen alkalmazhatók. Ésszerű feltevésnek tűnik, hogy a stabil belső szerkezet megjelenését a fizikai tulajdonságok állandósulása jellemzi. Tehát a szecska összenyomás közbeni szerkezetváltozása során a fizikai paraméterek egy csoportjának folytonos változását egy vagy több fizikai mennyiség nem folytonos változása kíséri. Ezen mennyiségek közül a fajlagos elektromos ellenállás nem folytonos változásának mérését tartom a legegyszerűbben célra vezető útnak. Ez a vizsgálat támpontot adhat a kísérlet során alkalmazandó-, illetve az üzemi terhelés meghatározásához is.
- A relaxáció és kúszás mérések során alkalmazandó pillanatszerű terhelés a valóságban nehezen valósítható meg, azonban ha a vizsgált anyag relaxációs időállandója nagy, célszerűen megválasztott állandó alakváltozási sebességgel operáló műszer is alkalmas lehet a reológiai kísérletek végrehajtására. A "nagy relaxációs idő" megítélésére nincs általános érvényű szabály, élelmiszeripari analógiák keresése és további kísérletek szükségesek a kérdés eldöntésére. A megterhelés sebességigényét nyomóvizsgálatokkal, az alkalmazhatóság határait a relaxációs idő megmérésével keresem.
- A homogénnek tekinthető minimális halmazméret megítélésében sem egységes a szakma állásfoglalása. Az irodalmi áttekintés alapján spekulatív módszerekkel határozom meg az alkalmazandó mintasiló méretét, figyelembevéve, hogy a készülék kompakt kialakítása az esetleges gyakorlati alkalmazás esélyét is növeli.

# 2. IRODALMI ÁTTEKINTÉS

# 2.1. A szecskahalmaz belső szerkezete

Az optimális szecskaméretet egyetlen számmal megadni lehetetlen, hiszen a gyakorlati szecskahossz valószínűségi változó. *Majkuth* [28] szerint a silókukorica szecska minősége elfogadható, ha a szecska méret 80 %-a 20 mm alatt van, és nem akad olyan, amelyik meghaladja a 100 mm-t. A szecskahalmaz minősítése tehát egy reprezentatív -legalább 10<sup>4</sup> elemszámú (*Szendrő* [44])- minta hosszúság szerinti szétválogatásával történik, amely meglehetősen munkaigényes és szubjektív eredményt ad. A hosszú vizsgálati idő alatt kiszáradó minta meghamisítja a mérés eredményét, lehetetlenné teszi a tömegszázalékos eredménymegadást. Ezért terjedt el az elemszám százalékában felvett empirikus eloszlásfüggvényen alapuló szecskaminősítés [13, 15, 34, 35, 37, 38, 39, 40, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48].

## 2.1.1. Szecskahalmazok minősítése méretösszetétel szerint

A természet által meghatározott véletlen mennyiségek halmaza általában normális eloszlást mutat. A mesterséges beavatkozás eredményeképpen létrehozott véletlen mennyiségek (mint például a szecskahossz) halmaza a legtöbb esetben csak empirikus egyenletekkel írható le. *Reznik* [35] és *Segler* [40] a szecskahossz változását egy gyakorisági görbe, az empirikus sűrűségfüggvény segítségével érzékelteti. Minél szűkebb tartományt fednek le a hosszméret frakciók, annál kedvezőbben ítéljük meg a gép munkáját.

*Golikov* és *Abilzsanov* [21] is egyetért abban, hogy a szecska minőségi megítélésére nem a közepes szecskahosszúság a legalkalmasabb, hanem a megkövetelt frakciók méretei.

Valamennyi empirikus sűrűségfüggvénynél szembetűnő, hogy alakjuk eltér a normáleloszlástól, a hosszú méretek irányában elnyújtottak. *Sitkei* [41] úgy gondolja nem követünk el túl nagy hibát, ha a log-normális eloszlás törvényszerűségeit alkalmazzuk a szecskahalmaz leírására.

*Szendrő* [42, 44] szerint a log-normalitás hipotézise 95% valószínűséggel elvethető, és kidolgozott egy a szecskahalmaz méreteloszlását jól közelítő matematikai modellt.

A szecskázó szerkezetben lejátszódó működéstechnikai folyamatokat elemezve három részeloszlást különített el:

$$h(x) = P f(x) + Q g(x) + R e(x)$$

ahol:

- *h*(*x*) a halmaz közelítő sűrűségfüggvénye
- *f*(*x*) a tisztán vágott hányad (*P*) sűrűségfüggvénye (normális eloszlás)
- g(x) a felaprított növény biológiai változékonyságából adódó (Q) törmelékhányad (egyenletes eloszlás) sűrűségfüggvénye
- *e*(*x*) az etetőszerkezet alkalmasságát jellemző túlméretes hányad (*R*) sűrűségfüggvénye (parabolikus eloszlás)

*Szendrő* elmélete már tartalmazza az orientációs szög hatását az átlagos szecskaméret alakulására. *Dju In Ju* és *Terekhov* [13] a szecskahosszúságot a szecskázó berendezés főbb paramétereinek függvényében határozta meg. Feltételezték, hogy a szecskázóba beetetett teljes terménytömegben a szálak egyenletesen félkörben elrendezettek.

Saqib és Finner [37, 38] szimulációt végzett, amelyben az orientációs szöget véletlenszerűen változtatták. Az általuk kidolgozott összefüggés az elméleti szecskahossz (ILC) és a tényleges szecskahosszúság (TLC) kapcsolatát az etető csatorna szélességének függvényében adja meg.

*O'Dogherty* [14, 15] vizsgálta a véletlen kezdeti szecskahosszt, a véletlen orientációs szögeket és kétdimenziós számítógépes szimulációs modellt dolgozott ki a szecskahalmazok leírására.

*Pitt* [34] feltételezte, hogy a kezdeti szárhossz gamma eloszlást mutat, az orientációs szög  $\pm$  60°-os tartományban egyenletesen oszlik meg. A szecskázott szálas takarmányok leírására a Weibull disztribúciót használta. Meghatározta a szecskázó szerkezetet aprítatlanul elhagyó részecskék elméleti valószínűségét és a maradó szárhosszra vonatkozó teoretikus eloszlást is.

## 2.1.2. A kézi hosszúságmérésen alapuló szecskaszerkezet vizsgálat kiváltási lehetőségei

A reológiai mérések szempontjából a szerkezeti modellnek a mérési körülmények rögzítése miatt, a megismételhető és egymással összevethető vizsgálatok érdekében van kiemelt fontosságú szerepe. Bármely egyértelműen számszerűsíthető paramétereket tartalmazó modell következetes alkalmazása megfelelő a kísérleti körülmények rögzítéséhez. E paraméterek meghatározásához, csakúgy mint az empirikus eloszlásfüggvény felvételéhez, hosszméret szerint frakciókra kell bontani a szecskahalmazt.

A manuális szétválogatás szubjektív és igen hosszadalmas munka. A folyamat gépesítése azonban csaknem lehetetlen, hiszen:

- A zöld növényi anyag összetapad.
- Az azonos hosszméretű szár és levél részecskék tömege között nagyságrendi eltérés lehetséges.
- A hosszméret szerinti elválasztás (különösen több frakcióra) egyébként is megoldatlan probléma.

Annak ellenére, hogy a rosták alapvetően szélesség és vastagság szerint válogatnak, széles körben alkalmaznak (különösen utánaprított) szecskahalmazok értékelésére különböző rostaszerkezeteket. *Orth* [32] kidolgozott egy elméletet, amely szerint egy l<sub>B</sub> jellemző méretű ovális rostanyíláson  $l < 2l_B$  hosszúságú szecskadarabok hullanak keresztül. Ohrt-tól függetlenül *Moller* [30] is olyan soros felépítésű rostát ajánl, amelyen hosszirányú bordák vezetik a szecskadarabokat a nyílásokhoz. Az egyrétegű anyagáramlást szalagos, vagy cellás adagoló hivatott biztosítani. Az ajánlott rostasor 0.5; 1; 2; és 4 mm átmérőjű kerek és 8X4 illetve 16X4 mm-es téglalap keresztmetszetű nyílásokat tartalmaz. *Schurig* [39] hengerrostát alkalmaz, amely 16X16; 20X20 mm és túlméretes frakcióra képes bontani a halmazt.

*O'Dogherty* és *Gale* [14] a manuális szétválogatás kiküszöbölésére különleges berendezést szerkesztettek. A berendezés egy többlépcsős vízesésszerű szétválasztó szerkezet, amelynél egy ventillátor segíti a mintát a legfelső lépcső elérésében. A készülék befoglaló méretei: 0,5x1,6x2,5 m.

*Bockisch* és szerzőtársai [5, 6] szerint a szecskahalmaz minősítésére a fajlagos szecskafelület a legalkalmasabb. A különböző technológiával aprított, de azonos növényből készült és azonos méretű szecskát összehasonlítva az aktív felület hatalmas különbséget mutat. Például 100 g szárazanyag tartalmú szecska felülete sokkéses dobbal és zúzókosárral felszerelt géppel készítve 0,7153 mm<sup>2</sup>, ezzel szemben az azonos átlagos szecskahosszúságú egzakt szecska felülete mindössze 0,4430 mm<sup>2</sup>. A töredezett szecska jobban tömöríthető és etetési kísérletekkel bizonyítottan fokozza a kérődzők termelését. *Guth* szerint a videotechnikát alkalmazva, automatikus kép analízissel [22] a szecskarészecskék felülete megmérhető. A módszernek két gyenge pontja van:

- Az összetapadt szecska egyrétegű és átfedések nélküli kiterítése-ezt *Bockisch* egy növekvő sebességű szállítószalag rendszerrel próbálta megoldani [7].
- Az árnyékolás mentes megvilágítás amit Bockisch különleges megvilágító kamrával valósított meg.

A GATE Mezőgazdasági Géptani Intézetében [60] az árnyékmentességet alsó megvilágítással érték el. A mérések automatizálását nem sikerült megoldani, de kidolgoztak egy eljárást a digitalizált felvételek kiértékelésére. Gyakorlatilag a különböző

alakú szecska részecskék legnagyobb méretét és kerületét felhasználva egy redukált szecskahosszúságot számítottak ki, amelynek segítségével bármelyik hosszméreten alapuló szerkezeti modell felhasználható a minta kiértékelésére. *Szendrő* és munkatársai [72] megállapították, hogy a szecska felületének figyelembe vétele a hosszúságeloszlás vizsgálata során nem vezet eredményre, mivel egy bizonyos hosszértékhez nagyon sok, egymástól jelentősen különböző területérték tartozhat (és ez fordítva is igaz), ami nagyon megnöveli a bizonytalansági tényezőt, és az adatok kiértékelhetetlenné válnak. Másrészről azonban a felületeloszlás vizsgálatára a képfeldolgozás nagyon jó lehetőségeket biztosít, hiszen pontos felületszámítás végezhető segítségével, amely másként nagyon nehézkes feladat. A felületeloszlás hisztogram egyébként hasonlít a hosszúságéhoz ami felveti az önálló alkalmazás igényét. Kódolt adatokat használva a hosszúság, a kerület, illetve a terület szerint felvett empirikus sűrűségfüggvények összehasonlíthatóvá válnak. Az ilymódon számolt várható értékek természetes mértékegységüket elveszítik,  $\overline{x_{kód}}$  jelentése azt takarja, hogy hányadik osztályhoz esik legközelebb a halmaz várható értéke.

Véleményem szerint kielégítő eredményt kapunk, ha egy legalább nyolc frakcióra bontó rostapróba után a *Szendrő*-féle dekompozíciós eljárással [44] rögzítjük a mintaszerkezet paramétereit. A rostapróba gyors eljárást jelent, a dekompozíciós eljárás pedig a számszerűsített 6+2 paraméter segítségével az összehasonlíthatóságot könnyíti meg. Ezek:

P - a normális eloszlás részaránya, Q - az egyenletes eloszlás részaránya, R - a kvadratikus eloszlás részaránya, S - a normális eloszlás szórása, M<sub>1</sub>. a normális eloszlás várható értéke, M<sub>2</sub> - a kvadratikus eloszlás paramétere, X<sub>átlag</sub> - az összetett eloszlás várható értéke, S<sub>összes</sub> - az összetett eloszlás várható értékének szórása. Jelen értekezésben ismertetett mérések során a mintákat manuálisan válogattam és az ismertetett dekompozíciós módszerrel értékeltem, amelyben segítségemre volt a *Benkő* [80] által megírt hisztogram kiértékelő szoftver.

# 2.2. A silókukorica-szecska reológiai leírása

Viszkoelasztikus tulajdonságokat mutató halmazok (pl. tészták, stb.) esetén elterjedt valamilyen részletes anyagvizsgálatot mellőző, gyakran készülékfüggő minősítő eljárás. Az említett sütőipari alapanyagnál például a legjobb sütési eredményhez tartozó összes dagasztási munkát adják meg (farinograf, mixograf), esetleg egytengelyű nyújtás (extenzograf), penetráció, vagy forgó viszkoziméterben mért szerkezeti viszkozitás minősíti a tésztát (*Weitpert*, [51]). Hasonló módon készülékfüggő, ellenben kevéssé időigényes módszer a szecskahalmazok vizsgálatára is elképzelhető (*Szendrő* és *Bense*, [61, 63, 68]).

#### 2.2.1. Reológiai mérőszámok

A reológiai rendszerek gyártásközi minősítésére gyakran alkalmaznak a feldolgozási technológiát utánzó módszereket. Az üzemi laboratórium műszerei és az ipari konzisztométerek zöme relatív adatokat, tehát etalonanyaghoz vagy etalongörbéhez viszonyított értékeket szolgáltat. Szecskázott anyaghalmazok esetén a reológiai mérőszámok a feszültség-relaxáció és kúszás vizsgálatból származtathatók.

Kúszási kísérletek során az anyagot pillanatszerűen terheljük, és a terhelés a vizsgálat ideje alatt állandó marad. A vizsgált (időben változó) paraméter a deformáció. A kúszásmérésből származtatott reológiai mérőszámot <u>retardációs idő</u>nek nevezik, amit késleltetési időnek fordíthatunk. A retardációs időt a kezdeti deformáció-sebesség (iránytangens) és a kúszásgörbe aszimptótájának metszéspontjaként származtatjuk (2.1. ábra).



# 2.1. ábra: A retardációs idő származtatása

Választott modell nélkül a retardációs idő csak szerkesztéssel határozható meg, ráadásul a lépcsős függvény szerinti felterhelés gondot jelent a kúszásmérés során, ha

ugyanis adott tömeg "ráejtésével" valósítjuk meg a terhelést, annak dinamikus hatása torzíthatja a mérés eredményét. A gyakorlatban ezért inkább a relaxáció kísérletből származtatható <u>relaxációs idő</u>állandó használata terjedt el [41].

Relaxáció vizsgálatokat állandó deformáció mellett végzünk, az időben változó paraméter a feszültség. Relaxációs idő az az időtartam, amely alatt a kezdeti feszültség az - *e*-ed részére csökken (2.2.ábra).



2.2. ábra: A relaxációs idő származtatása

A deformációt pillanatszerűen kell létrehozni, ellenkező esetben a felterhelés közben lejátszódik bizonyos relaxáció, amely nem mérhető. A pillanatszerű megterhelés a gyakorlatban nehezen valósítható meg, ha azonban az anyag relaxációs ideje elég hosszú, állandó deformációs sebesség mellett is lehet összehasonlító méréseket végezni.

#### 2.2.2. Empirikus reológiai vizsgálatok

A szecskahalmazok szerkezetének kézi szétválogatást mellőző minősítésére valamely reológiai mérőszám, vagy anyagtörvény alkalmas. A viszkoelasztikus anyagok anyagtörvényei reológiai modellek alapján, vagy kísérleti adatok feldolgozásával nyert empirikus összefüggések segítségével írhatók fel. A reológiai modellek érvényességi körét szintén kísérletekkel lehet megállapítani.

Oszobov [33] a szecskahalmazok deformációs tulajdonságainak leírására a következő összefüggést ajánlja:

$$\varepsilon_t = \varepsilon_0 + (N - \varepsilon_0) \cdot (1 - e^{\frac{t}{T_r}})$$

ahol:  $\varepsilon_0$  -

*N* - az alakváltozás határértéke

alakváltozás a t = 0 időpillanatban

*T*<sub>r</sub> - a kúszáskésleltetési (retardációs) időállandó, amely egyben reológiai mérőszám

Ashroft és Kjelgaard [1]  $\varepsilon$  számítására egy négyparaméteres egyenletet ad meg:

$$\varepsilon_t = C_1 + C_2 \cdot (1 - e^{-C_3(t)}) + C_4(t)$$

ahol:  $C_1$  - a rugalmas alakváltozás

C<sub>2</sub> - a késleltetetten rugalmas alakváltozás

 $C_3(t)$  - a késleltetési (retardációs) idő inverze

 $C_4(t)$  - az alakváltozási görbe meredeksége

*Lakatos* [26] az alakváltozási görbét féllogaritmikus koordináta-rendszerben ábrázolta. Az eredeti deformációs görbe tetszőleges pontjában az érintő egyenletét

$$L_i = a_i \cdot e^{-m_i}$$

alakban közelítette meg, ahol *L* a mintahossz. A sorozatos maradékképzés elvét felhasználva valamennyi időkoordinátához

$$L'' = L' - a_i \cdot e^{-m_i t}$$

alapján hosszúsági értékkülönbséget (*L*") képzett. Lakatos szerint a minta hosszúságváltozása a kúszás során öttagú közelítéssel írható le:

$$L = L_{\nu \neq \alpha s \beta} + a_1 e^{-m_1 t} + a_2 e^{-m_2 t} + a_3 e^{-m_3 t} + a_4 e^{-m_4 t}$$

### 2.2.3. Lineáris reológiai anyagmodellezés elméletének áttekintése

A rendezetlen növényi részekből álló halmazt, ha az egyes elemek mérete a halmaz méretéhez képest nagyságrendekkel kisebb, közelítésként homogén, izotróp anyagnak tekinthetjük, amely modellezhető ideálisan rugalmas (Hooke) és képlékeny (Newton) elemek soros vagy párhuzamos kapcsolásából nyert lineáris viszkoelasztikus modellekkel.

A lineáris viszkoelasztikus modellek rendszerjellemző függvények segítségével írhatók le, amelyek paraméterei egymásba átszámíthatók. Ilyen rendszerjellemző lehet: a differenciálegyenlet, a Z átviteli függvény, a súlyfüggvény, valamint az átviteli és fáziskarakterisztika (Müller, [31] és Béda [9]).

A viszkoelasztikus modellrendszer anyagegyenlete állandó együtthatós lineáris differenciálegyenlet:

$$\sigma + \sum_{k=1}^{n} b_k \frac{d^k \sigma}{dt^k} = a_0 \varepsilon + \sum_{k=1}^{m} a_k \frac{d^k \varepsilon}{dt^k}$$
(2.1)

ahol :

 $\begin{aligned} \sigma &\quad - \text{ a feszültség,} \\ \varepsilon &\quad - \text{ fajlagos nyúlás,} \\ m &\quad - n \text{ vagy } n + 1, \end{aligned}$ 

 $a_0$  – pozitív valós szám vagy zérus, és

 $a_k, b_k$  – együtthatók, mindig valós számok.

A differenciálegyenlet Laplace-transzformáció segítségével algebrai egyenletté alakítható. A Laplace-transzformáció az  $t \rightarrow f(t)$  függvényhez az  $p \rightarrow \overline{f}(p)$  függvényt rendeli a következő definíció szerint:

$$\bar{f}(p) = \int_{0}^{\infty} f(t)e^{-pt}dt$$
(2.2)

ahol p komplex változó.

A gyakran használatos függvények *Laplace*-transzformáltjai kézikönyvekben megtalálhatók, ezért a (2.2) szerinti integrálást általában nem kell elvégezni. Ha a modellrendszer a vizsgálat megkezdése előtt energiamentes, akkor a (2.1) differenciálegyenletből *Laplace*-transzformációval adódik, hogy  $\overline{\sigma}(p)/\overline{\varepsilon}(p)=Z(p)$ , ahol az átviteli függvény értéke:

$$Z(p) = \frac{a_0 + \sum_{k=1}^{m} a_k p^k}{1 + \sum_{k=1}^{n} b_k p^k}.$$
(2.3)

Az átviteli függvény a feszültséget és az alakváltozást kapcsolja össze. Értéke csak a modellrendszertől függ, tehát rendszerjellemző függvény. A Z függvény  $a_k$  és  $b_k$  együtthatói mindig valós számok, p általános esetben komplex változót jelent, amelynek dimenziója s<sup>-1</sup>.

Az átviteli függvény számlálója és nevezője is polinom, így gyöktényezős alakban is felírható:

$$Z(p) = \frac{a_m(p-s_1)(p-s_2)...(p-s_m)}{b_n(p-p_1)(p-p_2)...(p-p_n)}.$$
(2.4)

A  $p_i$  értékek a nevező gyökhelyeit, tehát a Z függvény pólushelyeit (végtelen helyeit), az  $s_i$  értékek a számláló gyökhelyeit, vagyis a Z függvény zérushelyeit jelentik. *Müller* [23] szerint a lineáris viszko-elasztikus modellek a Z függvény p = 0 és  $p = \infty$  helyen felvett értékei alapján négy osztályba sorolhatók (2.1. táblázat).

Modell-	Z(	<i>p</i> )	~		
osztály	p=0	$p=\infty$	$a_0$	т	
I.	véges	véges	$a_0 \neq 0$	m = n	
II.	véges	$\infty$	$a_0 \neq 0$	m = n+1	
III.	0	$\infty$	$a_0 = 0$	m = n+1	
IV.	0	véges	$a_0 = 0$	m = n	

**2.1. táblázat**. A viszkoelasztikus modellek osztályozása az átviteli függvény alapján

Növényi anyagok reológiai tulajdonságainak modellezésére általában az első és a negyedik osztályba tartozó modelleket alkalmazzák. Egy adott viszkoelasztikus rendszert jellemző Z függvényhez számos rugókból és csillapító elemekből összekapcsolt modell rendelhető. Ezek közül azonban csak a Z függvényből Foster-szintézissel kifejthető relaxációs modellnek és az 1/Z függvényből ugyancsak Foster-szintézissel kifejthető kúszási modellnek van matematikailag is kezelhető gyakorlati jelentősége. Az osztályba sorolt relaxációs és kúszási modelleket, azok Z függvényeit, valamint az egyes osztályok differenciálegyenletét a 2.2. táblázat tartalmazza.

#### 2.2. táblázat: A relaxációs és kúszási modellek osztályozása



Mellékletek

Relaxációs modell	Differenciálegyenlet	Kúszási modell
	Harmadik modellosztály	
$\sigma$ +	$\sum_{k=0}^{n} b_{k+1} \frac{d^{k+1}\sigma}{dt^{k+1}} = \sum_{k=0}^{n} a_{k+1} \frac{d}{a}$	$\frac{d^{k+1}\mathcal{E}}{dt^{k+1}}$
		$\varepsilon$ $\sigma$ $E_1 \stackrel{\circ}{\geq}$
$E_0 \leqslant E_2 \leqslant E_4 \leqslant$		$E_{3} \neq 0 \eta_{3}$
$\begin{array}{c c} \eta_0 \bigcup \eta_2 \bigcup \eta_4 \bigcup \\ \\ - \end{array}$	$\eta_{2n}$	$E_{2n+1} \underbrace{ \begin{array}{c} \\ \\ \end{array}} \eta_{2n+1} \end{array}$
$Z(p) = \sum_{k=1}^{n} \frac{p E_{2k}}{E_{2k} + p}$	$\frac{\eta_{2k}}{p \eta_{2k}} \qquad \qquad \frac{1}{Z(p)} = \frac{1}{E_1}$	$+\frac{1}{p\eta_{l}}+\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{E_{2k+1}+p\eta_{2k+1}}$
	Negyedik modellosztály	
σ	$r + \sum_{k=1}^{n} b_k \frac{d^k \sigma}{dt^k} = \sum_{k=0}^{n} a_{k+1} \frac{d^{k+1}}{dt^k}$	$\frac{1}{1}$
$\mathbf{\epsilon}$		$\epsilon$ $\sigma$
$\eta_0 \bigcup E_2 \ge E_4 \ge 0$		$E_{3} \neq 0 \qquad \eta_{1} \cup \eta_{3}$
$ \begin{array}{c c} & & & \\ & & & & \\ & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & $	$\eta_{2n}$	$E_{2n+1}$
$Z(p) = p \eta_0 + \sum_{k=1}^n \frac{p}{E_{2k}}$	$\frac{E_{2k} \eta_{2k}}{k + p \eta_{2k}} \qquad \qquad \frac{1}{Z(p)} = \frac{1}{p}$	$\frac{1}{p \eta_1} + \sum_{k=1}^n \frac{1}{E_{2k+1} + p \eta_{2k+1}}$

2.2. táblázat folytatása.

# 2.2.3.1. A relaxáció jelenség modellezése

A relaxáció jelenség modellezésekor a méréssel kapott empirikus görbére valamilyen eljárással (pl. a legkisebb négyzetek elve alapján) egy alkalmasan megválasztott modell görbéjét illesztjük. Az illesztett görbe paramétereiből meghatározhatók a modell, illetve a differenciálegyenlet állandói. A modellválasztás sarkalatos probléma. A modell akkor mondható jónak, ha a méréskor alkalmazott  $\varepsilon(t)$  alakváltozási függvényt a modellre kényszerítve, a modell és a próbadarab válaszfüggvénye jó közelítéssel megegyezik. Az  $\varepsilon(t)$  alakváltozási függvényre adott  $\sigma(t)$  válaszfüggvény inverz Laplace-transzformációval határozható meg:

$$\sigma(t) = L^{-1}(\varepsilon(p) \cdot Z(p)) \tag{2.5}$$

ahol:  $L^{-1}$  - inverz Laplace-transzformációt jelent

 $\epsilon(p)$  - a nyúlásfüggvény Laplace-transzformáltja

Z(p) - az alkalmazott modell átviteli függvénye

Ez az összefüggés a Duhamel-tétel (súlyfüggvénytétel) segítségével integrál alakban is felírható (*Fodor* [17]):

$$\sigma(t) = h_R(0) \cdot \varepsilon(t) + \int_0^t \varepsilon(\tau) \cdot g_R(t-\tau) d\tau$$
(2.6)

ahol:  $h_R(0) =$  a modell relaxációs átmeneti függvényének értéke a t = 0 helyen

 $g_{\rm R}(t-\tau)$  = a modell relaxációs súlyfüggvénye

 $\varepsilon(t)$  és  $\varepsilon(\tau)$  = az alakváltozás időfüggvénye

A  $h_{\rm R}(t)$  átmeneti függvény az egységnyi alakváltozásra adott feszültségi válaszfüggvény, amely a modell átviteli függvényéből határozható meg:

$$h_R(t) = L^{-1}(\frac{Z(p)}{p})$$
(2.7)

A modell súlyfüggvényének fizikai tartalma: a modellnek a Dirac-deltára (végtelen keskeny és egységnyi területű alakváltozás impulzus) adott válaszfüggvénye. Kiszámítása az átviteli függvényből inverz Laplace-transzformációval történhet:

$$g_{\rm R}(t) = L^{-1}(Z(p))$$
 (2.8)

# 2.2.3.2. A kúszás jelenség modellezése

Ebben az esetben az alakváltozás időfüggvényét kell meghatároznunk:

$$\mathcal{E}(t) = L^{-1}(\sigma(p)\frac{1}{Z(p)})$$
(2.9)

ahol:  $L^{-1} =$ inverz Laplace-transzformációt jelent

 $\sigma(p)$  = a feszültség-idő függvény Laplace-transzformáltja

1/Z(p) = az alkalmazott modell átviteli függvényének reciproka

Az alakváltozás időfüggvényét integrál alakban felírva [17]:

$$\varepsilon(t) = h_K(0) \cdot \sigma(t) + \int_0^t \sigma(\tau) \cdot g_K(t-\tau) d\tau$$
(2.10)

ahol:  $h_{k}(0) =$  a modell kúszás átmeneti függvényének értéke a *t*=0 helyen

 $g_{K}(t-\tau) =$  a modell kúszási súlyfüggvénye

 $\sigma(t)$  és  $\sigma(\tau)$  = a feszültség időfüggvénye

A kúszás átmeneti függvény a modell Z(p) átviteli függvényéből számítható:

$$h_K(t) = L^{-1}(\frac{1}{p \cdot Z(p)})$$
(2.11)

Az átmeneti függvény fizikai jelentése a modellnek egységnyi feszültségugrásra adott alakváltozási válaszfüggvénye.

A kúszási súlyfüggvény a modellnek a Dirac-deltára (végtelen keskeny és egységnyi területű feszültségimpulzusra) adott alakváltozási válaszfüggvényét jelenti:

$$g_K(t) = L^{-1}(\frac{1}{Z(p)})$$
(2.12)

Megállapítható tehát, hogy a kúszás időbeli lefolyása a  $h_K(t)$  és a  $g_K(t)$  függvényekkel is egyértelműen meghatározható, ezért ezeket rendszerjellemző függvényeknek tekinthetjük.

# 2.2.4. Nemlineáris anyagmodellek

A nemlineáris viszkoelaszticitás általános módszerei még nincsenek kidolgozva. Az irodalomban fellelhető nemlineáris módszerekre is jellemző, hogy az egyszerűbb matematikai megfogalmazás miatt általában egytengelyű feszültségállapotot tételeznek fel. A modellek többsége pedig a lineáristól való eltérést egy St. Venan-test (ideálisan képlékeny), vagy egy Shearpin elem (töréspont) beiktatásával érik el (*Szendrő* [48], *Weipert* [51]). Ezekben az esetekben a lineáris modellezés egyenletei bizonyos terhelési szakaszokon érvényesek maradnak, csak az érvényesség körét kell megfogalmazni. Példaként álljon itt *Szendrő* és *Bense* [55] kúszásra és [56] relaxációra kidolgozott modellje, amely -kihasználva azt a tételt, hogy sorba kapcsolt Maxwell-modellek eredője is Maxwell-modell (*Verhás* [50])- eltérő nagyságú terhelésekre két, különböző paraméterekkel rendelkező lineáris Burger-modellként viselkedik. Gyakorlatilag a kirugózás során lecsökkenő feszültség miatt a modell az ismételt igénybevételek során tapasztalható növekvő maradandó alakváltozást is képes követni.



2.3. ábra.: Szendrő-féle kúszásmodell

A 2.2.3. fejezet szerint az (2.1) differenciálegyenlet az  $a_0=0$  és n=m=2 helyettesítéssel

$$\sigma + b_1 \dot{\sigma} + b_2 \ddot{\sigma} = a_1 \dot{\varepsilon} + a_2 \ddot{\varepsilon} \tag{2.13}$$

alakú lesz. A differenciálegyenlet állandóinak modellállandókkal kifejezett értéke  $\sigma \leq \sigma_F$  esetén:

$$a_{1} = \eta_{1}$$

$$a_{2} = \frac{\eta_{1}\eta_{3}}{E_{3}}$$

$$b_{1} = \frac{\eta_{1}}{E_{1}} + \frac{\eta_{1}}{E_{3}} + \frac{\eta_{3}}{E_{3}}$$

$$b_{2} = \frac{\eta_{1}\eta_{3}}{E_{1}E_{3}}$$
(2.14)

A differenciálegyenlet állandói, ha  $\sigma > \sigma_F$ :

$$a_{1}^{*} = \frac{\eta_{1}\eta_{5}}{\eta_{1} + \eta_{5}},$$

$$a_{2}^{*} = \frac{\eta_{1}\eta_{5}}{\eta_{1} + \eta_{5}} \frac{\eta_{3}}{E_{3}},$$

$$b_{1}^{*} = \frac{\eta_{1}\eta_{5}}{E_{1}(\eta_{1} + \eta_{5})} + \frac{\eta_{3}}{E_{3}} + \frac{\eta_{1}\eta_{5}}{E_{3}(\eta_{1} + \eta_{5})}, \text{ és}$$

$$b_{2}^{*} = \frac{\eta_{1}\eta_{3}\eta_{5}(E_{1} + E_{5})}{E_{1}E_{3}E_{5}(\eta_{1} + \eta_{5})}.$$
(2.15)

A relaxációmodell a kúszásmodell analógiájára úgy viselkedik, hogy  $\sigma > \sigma_F$  esetén, a De Saint-Venant-test kiiktatja  $E_4$ -et és  $\eta_4$  elemeket. Ezzel a rendszer ezúttal is négyelemes Burger-féle relaxációs (párhuzamos) modellt alkot.



2.4. ábra.: Szendrő-féle relaxációmodell

A differenciálegyenlet (2.13) alakú marad, így a differenciálegyenlet állandóinak modellállandókkal kifejezett értéke  $\sigma < \sigma_F$  esetén:

$$a_{1} = \eta_{0} + \eta_{2},$$

$$a_{2} = \frac{\eta_{0} \eta_{2}}{E_{0}} + \frac{\eta_{0} \eta_{2}}{E_{2}},$$

$$b_{1} = \frac{\eta_{0}}{E_{0}} + \frac{\eta_{2}}{E_{2}}, \text{ és}$$

$$b_{2} = \frac{\eta_{0} \eta_{2}}{E_{0}E_{2}},$$
(2.16)

Továbbá, a differenciálegyenlet állandói  $\sigma > \sigma_F$  esetén:

$$a_{1}^{*} = \eta_{0} + \frac{\eta_{2} \eta_{4}}{\eta_{2} + \eta_{4}},$$

$$a_{2}^{*} = \frac{\eta_{0} \eta_{2} \eta_{4}}{E_{0}(\eta_{2} + \eta_{4})} + \frac{\eta_{0} \eta_{2} \eta_{4}(E_{2} + E_{4})}{(\eta_{2} + \eta_{4})E_{2}^{2} E_{4}^{2}},$$

$$b_{1}^{*} = \frac{\eta_{0}}{E_{0}} + \frac{\eta_{2} \eta_{4}(E_{2} + E_{4})}{(\eta_{2} + \eta_{4})E_{2} E_{4}}, \text{ és}$$

$$b_{2}^{*} = \frac{\eta_{0} \eta_{2} \eta_{4}(E_{2} + E_{4})}{E_{0} E_{2} E_{4}(\eta_{2} + \eta_{4})},$$
(2.17)

*Sitkei* szerint [41] a nemlineáris anyagtörvény a lineáris egyenlet általánosításából integrál alakban felírható:

$$\varepsilon(t) = J(0) \cdot \sigma(t) + \int_{0}^{t} F(t-\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} f[\sigma(\tau)] d\tau , \qquad (2.18)$$

bár F és f itt is az időtől és feszültségtől függő empirikus függvény. *Sitkei* javaslatot tett silókukorica szilázs tömörítésének modellezésére is [11]. Megállapította, hogy a tömörödés során az anyag rugalmassági modulusa nagymértékben növekszik. Ennek figyelembevétele úgy történhet, hogy a modellben szereplő rugalmassági modulusokat a relatív nyúlás függvényében fejezzük ki. A silókukorica szilázzsal végzett mérései alapján úgy találta, hogy a változó rugalmassági modulus értéke

$$E = 18,58 \frac{\varepsilon - 0,16}{1 - \varepsilon} , \qquad (2.19)$$

képlettel fejezhető ki.

*Faborode* és *O'Callaghan* [16] ötelemes modellt dolgozott ki szálas termények tömörítésének és relaxációs tulajdonságainak vizsgálatára. A modell nem lineáris karakterisztikájú elemeket is tartalmaz (2.5. ábra). Itt  $E_1$  progresszív,  $E_3$  pedig regresszív karakterisztikájú modell elem.



2.5. ábra.: Faborode és O'Callaghan ötelemes modellje

Modelltörvényük szerint a deformációnak öt fő komponense van,

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_i + \mathcal{E}_e + \mathcal{E}_p + \mathcal{E}_{ve} + \mathcal{E}_{vp} , \qquad (2.20)$$

ahol:  $\varepsilon_i$  = tehetetlenségi alakváltozás, amely maradó, és független az időtől

 $\varepsilon_e$  = rugalmas alakváltozás, amely visszaalakuló és időfüggetlen

 $\varepsilon_p$  = plasztikus alakváltozás, amely maradó, és időfüggetlen

 $\varepsilon_{ve}$  = viszkoelasztikus alakváltozás, amely visszaalakuló és időfüggetlen

 $\varepsilon_{vp}$  = viszkoplasztikus alakváltozás, amely maradó és időfüggő.

A visszaalakuló alakváltozás ( $\varepsilon_{rec}$ ) és a maradó deformáció összege ( $\varepsilon_{res}$ ) adja meg a teljes kúszási deformációt ( $\varepsilon_r$ ). A kúszásgörbe a tömörítés elasztikus tartományának vizsgálatára használható.  $F_0$  [Nm<sup>-2</sup>] külső terhelés hatására a kúszást az alábbi összefüggéssel írták le:

$$C\dot{\varepsilon}_r - H\varepsilon_r^3 + K_0\varepsilon_r = F_0 - F_f , \qquad (2.21)$$

ahol: C = viszkozitás [Pas]

H = egyenértékű képlékenységi modulus [Nm<sup>-2</sup>]

 $K_0$  = kezdeti rugalmassági modulus [Nm<sup>-2</sup>]

 $F_f$  = belső súrlódás [Nm<sup>-2</sup>]

Ennek a nemlineáris differenciál egyenletnek nincs zárt formában megadható megoldása, ezért a szerzők ismertetnek egy közelítő megoldást is, amelyre itt nem térek ki.

# 2.3. Reológiai mérések

Reológiai vizsgálatok során az anyag rugalmas és viszkózus tulajdonságait határozzuk meg. Ilyen jellegű mérések csak az utóbbi időben terjedtek el, ezért még sok anyagra nem rendelkezünk elegendő adattal. Ezen anyagok közé tartozik a zöldtakarmányokból készített szecskahalmaz is.

A legelterjedtebb reológiai módszerek a feszültség-relaxációs, kúszás- és dinamikai vizsgálatok (*Sitkei* [41]).

Relaxáció vizsgálatokat állandó deformáció mellett végzünk, az időben változó paraméter a feszültség. A deformációt pillanatszerűen kell létrehozni, ellenkező esetben a felterhelés közben lejátszódik bizonyos relaxáció, ami nem mérhető. A pillanatszerű felterhelés a gyakorlatban nehezen megvalósítható, azonban ha az anyag relaxációs ideje elég hosszú, célszerűen megválasztott állandó deformációs sebességgel operáló műszer is alkalmas lehet összehasonlító mérések elvégzésére.

Kúszás kísérletek során az anyagot pillanatszerűen terheljük, és a terhelés a vizsgálat ideje alatt állandó marad. A vizsgált (időben változó) paraméter a deformáció. Az ugrásfüggvény szerinti megterhelés itt is gondot jelent. Ha ugyanis adott tömeg "ráejtésével" valósítjuk meg a terhelést, annak dinamikus hatása torzíthatja a mérés eredményét.

Dinamikus vizsgálatokat kis reológiai időállandóval jellemezhető anyagok esetén alkalmaznak.

A szecskahalmazban uralkodó feszültségállapot mérését nehezíti, hogy a halmazból nem lehet próbatestet kimunkálni, ezért vagy az egész halmazon kell mobil berendezésekkel elvégezni a mérést, vagy zárt térbe helyezett (mérőedény, membránnal körülzárt) mintán a halmaz kirekesztett hányadának hatását modellezve (esetleg elhanyagolva) végezhetünk közelítő méréseket.

Membránnal szilárdított mintát triaxiális méréseknél alkalmazhatunk. A mintaméret mindössze néhány cm<sup>3</sup>, úgy képzelhetjük el, mint egy vákuum-csomagolású oszlopot. A hengeres próbatestet folyadéknyomású térben tengelyirányú erővel terheljük. A mért terhelőerőből, a folyadéknyomásból a próbadarab kezdeti méreteinek felhasználásával közelítően meg lehet határozni az előállt feszültségi állapotot [2]. Gyakorlatilag főkoordináta rendszerben terheltük a próbatestet,  $\sigma_1$  az általunk kifejtett nyomóerőből,  $\sigma_2 = \sigma_3$  a folyadéknyomásból adódik. Az itt leírt eljárás (a folyadéknyomású tér igénye miatt) csak körülményesen végezhető el, statisztikai szempontból előnyös mérésszámot nehéz elérni. Nem ismerjük továbbá hogy a membrán hogyan befolyásolja a mérés kimenetelét.

A triaxiális mérést az abból elvileg levezethető csúsztatási vizsgálattal célszerű kiváltani. (Egyszerűsítve tekintve a folyamatokat a triaxiális mérésnél a normálfeszültséget változtatjuk és a csúszósíkban ébredő feszültséget mérjük, a csúsztató vizsgálatnál a normálfeszültség állandó és a nyíróerőt mérjük.) A mintaméret ekkor néhány dm<sup>3</sup>, amit úgynevezett nyíródobozba helyeznek. A mérés hasonlít a Litvinov-féle készülékkel végzett talajvizsgálathoz. Hátránya, hogy a szecskadarabok összekapaszkodása miatt anyagáramlás indul meg a mérőkeretben, aminek következtében a nyomólap hátrabillen, így a terhelés iránya már nem lesz főirány. Ennek alapján a gyakorlati szakemberek között elterjedt az a nézet, hogy a direkt nyírásos kísérletek használhatatlanul megbízhatatlan eredményeket szolgáltatnak. Az eljárás tökéletesítésére *Balássy* készített egy készüléket, melynek lényege egy úgynevezett lebegőkeret. [3].

Mint láttuk, triaxiális vizsgálatoknál a silónyomást hidraulikus nyomással helyettesítjük. A normális irányú terhelés okozta oldalnyomás növekedést egy nyomásszabályzó szeleppel elkerülhetjük. A valódi rendszerben azonban a belső nyomás nem állandó, ha tehát a szecska befogadó edény falának rugalmassága helyettesíteni képes a kizárt halmazrész hatását, akkor esetleg elhanyagolhatjuk az oldalnyomásokat, és egytengelyű feszültségállapottal modellezhetjük a rendszert.

*Sitkei* [41] szerint a halmaz akkor számít homogénnek, ha a legkisebb mérete egy nagyságrenddel nagyobb mint az egyes részecskék lineáris mérete. Ha a mintasiló falnyomásának mérése megoldott (piezo-nyomásmérő), akkor henger-dugattyú elvű plasztométer is alkalmas reológiai kísérletek végrehajtására.

*Gelencsér* [20] a falközi siló töltési technológiájából indult ki kísérletei során. A terhelő erőt egy nyomatékkal is terhelt kerékkel hozta létre. A silókukorica szecska-halmazt keményített zselatinnal helyettesítette, ezért a minta belső feszültségeloszlását optikai módszerekkel is megvizsgálhatta. További előnye a módszernek, hogy a mintaméret független a szecskahosszúságtól. A halmaz belső szerkezetét a zselatinhoz adott szilárdító adalékok mennyiségével vette figyelembe.

# 3. A KUTATÁS MÓDSZERE

A célkitűzésben meghatározott feladatok végrehajtására elméleti és kísérleti módszereket alkalmaztam. Az általam kidolgozott nemlineáris anyagmodell különböző bonyolultsági fokkal rendelkező kimeneteket tartalmaz, a szabadenergia függvény paramétereinek fizikai jelentést adva a modell tovább bővíthető. Az itt publikált egyszerű mérési metodikát alkalmazva azonban a modell minden átalakítást mellőzve a gyakorlat igényeinek mindenben megfelelő választ ad.

# 3.1. Elméleti módszerek

A kontinuum mechanika a folytonos testet szerkezet nélküli részekből, tömegelemekből építi fel. Ha egy reális közeget, például szecskázott anyaghalmazt kontinuumként akarunk modellezni, akkor tömegelemnek a halmaz azon legkisebb részét kell tekintenünk, amelyre nézve a szálirányok okozta anizotrópia kiátlagolódik. Ilyen részecskén belül elhanyagoljuk a belső szerkezetet és a részecskét homogénnek és izotrópnak tekintjük. Nem hanyagolhatjuk el azonban, hogy a halmaz viszkoelaszticitása miatt egyfajta memóriával rendelkezik, ami alatt azt értjük, hogy belső energiája nem csak az állapothatározók pillanatnyi értékétől, hanem teljes állapottörténetüktől függ. Ezért a viszkoelasztikus test termodinamikai leírásához úgynevezett funkcionál formalizmust célszerű alkalmazni. Amennyiben nincsenek mélyreható ismereteink a közeg nemegyensúlyi viselkedését okozó szerkezetének fizikai mibenlétéről, belső változók formális bevezetésével akkor is következtetéseket tudunk levonni annak makroszkópikus megnyilvánulási módjáról. Ez nem azt jelenti, hogy a belső változók fizikai értelmének meghatározásáról lemondunk. Inkább fogalmazzunk úgy, a változók pontos fizikai jelentésének időleges határozatlansága nem akadályozza meg a deformációk és a feszültségállapot matematikai leírását.

E szempontok figyelembevételével dolgoztam ki a silókukorica szecskahalmaz mechanikai leírására szolgáló elméletet és identifikációjára alkalmas mérési eljárást.

# 3.1.1. A szecskázott anyaghalmaz deformációs állapotának leírása

Tekintsük a fentiek szerint a szecskahalmazt tömegelemekből álló folytonos testnek. Ha a test mozog, akkor a különböző időpontokban a háromdimenziós tér más-más tartományát fedi le. A mozgás tehát egy leképzés a test X részecskéi és az euklideszi tér  $\overline{r}$ pontjai között:

r = r(X,t).

(3 .1)

.2)

#### Mellékletek

A test által a t időpontban elfoglalt tér tartományt pillanatnyi-, a t = 0 időpontban elfoglaltat pedig referencia konfigurációnak nevezzük. A referencia konfiguráció

$$R = r(X, t = 0) \tag{3}$$

pontjainak vektorával kifejezhető a mozgás a

$$\bar{r} = \bar{r}(\bar{r}^{-1}(\bar{R}, t=0), t) = \bar{r}(\bar{R}, t)$$
(3)

referencia konfiguráció helyvektorai segítségével. A továbbiakban a referencia konfigurációra, mint deformálatlan állapotra fogok hivatkozni.

A mozgás ismeretében megadható a deformációs állapot leírása. Ehhez tekintsük a deformálatlan állapot két szomszédos  $\overline{R}$  és  $\overline{R} + d\overline{R}$  helyvektorú pontját. Ekkor felírhatjuk, hogy

$$d\overline{r} = \overline{r}(\overline{R} + d\overline{R}, t) - \overline{r}(\overline{R}, t) = \nabla \overline{r} \, d\overline{R} = \overline{\overline{F}}(\overline{R}, t) \, d\overline{R} \tag{3}$$

ahol a  $\nabla \overline{r} = \overline{F}(\overline{R}, t)$  tenzort a deformálatlan állapotra vonatkozó deformáció gradiens tenzornak nevezzük. Ez utóbbi a poláris dekompozició tétele szerint felbontható egy  $\overline{O}$  ortogonális és egy  $\overline{U}$  vagy  $\overline{V}$  szimmetrikus pozitív definit tenzor szorzatára (*Truesdell* [49])

$$\overline{\overline{F}} = \overline{\overline{OU}} = \overline{\overline{V}}\overline{\overline{O}}.$$
(3)

Ezután a pillanatnyi konfigurációban a két pont távolsága

$$ds^{2} = d\overline{r} \cdot d\overline{r} = d\overline{R} \cdot \overline{\overline{F}}^{t} \cdot \overline{\overline{F}} \cdot d\overline{R} = \overline{N} \cdot \overline{\overline{U}}^{2} \cdot \overline{N} \cdot dS^{2} =$$

$$= d\overline{R} \cdot \overline{\overline{F}} \cdot \overline{\overline{F}}^{t} \cdot d\overline{R} = \overline{N} \cdot \overline{\overline{V}}^{2} \cdot \overline{N} \cdot dS^{2}$$
(3)

alakban írható fel, ahol  $dS^2 = d\overline{R} \cdot d\overline{R}$  a két pont kezdeti távolsága és  $\overline{N}$  a  $d\overline{R}$  irányába mutató egységvektor. Ezek után a deformálatlan állapot  $\overline{N}$  irányára vonatkoztatott relatív nyúlás

$$\varepsilon(\overline{N}) = \frac{ds}{dS} = \sqrt{\overline{N} \cdot \overline{U}^2 \cdot \overline{N}} = \sqrt{\overline{N} \cdot \overline{\overline{C}} \cdot \overline{N}} = \sqrt{\overline{N} \cdot \overline{\overline{V}}^2 \cdot \overline{N}} = \sqrt{\overline{N} \cdot \overline{\overline{B}} \cdot \overline{N}} , \qquad (3$$

ahol  $\overline{\overline{C}} = \overline{\overline{U}}^2$  és  $\overline{\overline{B}} = \overline{\overline{V}}^2$  a Cauchy-Green-féle jobb- illetve baloldali deformációs tenzor. A továbbiakban ezt a véges deformációk leírására alkalmas deformációs mértéket fogom használni.

#### 3.1.2. A szecskázott anyaghalmaz termo-mechanikája

A termo-mechanikai elmélet kifejtése során feltételeztem, hogy a test termodinamikai egyensúlyban áll környezetével. A termodinamika főtételeit a test egységnyi tömegű részére írtam fel. Feltételeztem továbbá, hogy létezik u belső energia, amely a hőmérséklet, a  $\overline{C}$  Cauchy-Green-féle deformációs tenzor, és az  $\alpha_i$  belső változók állapotfüggvénye:  $u = u(T, \overline{C}, \alpha_i)$ . A belső energiára fennáll az első főtétel

$$\frac{du}{dt} = \frac{dq}{dt} + p = \frac{dq}{dt} + \frac{1}{\rho_0} tr(\overline{\overline{T_p}} \frac{d\overline{\overline{C}}}{dt})$$

$$\overline{\overline{T_p}} = \frac{\rho_0}{\rho} \overline{\overline{F}}^{-1} \overline{\overline{T}} \left(\overline{\overline{F}}^{-1}\right)^t$$
(3)

ahol, q hőmennyiség, p a mechanikai teljesítmény. Ez utóbbit írtam fel a deformálatlan állapot egységnyi felületére vonatkoztatott  $\overline{\overline{T_p}}$  Piola-Kirchhoff -féle feszültség-tenzor [49] és a  $\overline{\overline{C}}$  Cauchy-Green-féle deformációs tenzor segítségével. Az egyenletben szereplő  $\rho$  és  $\rho_0$  a pillanatnyi illetve a deformálatlan állapotra vonatkoztatott sűrűség,  $\overline{\overline{T}}$  a pillanatnyi konfigurációra vonatkozó feszültség tenzor, *tr* a nyomképzés operátora. Tegyük fel, hogy létezik a rendszer entrópiája, mely ugyancsak állapotfüggvény és amelyre fennáll a második főtételt kifejező

$$\frac{ds}{dt} = \frac{ds_{rev}}{dt} + \frac{ds_{irr}}{dt}$$
(3)

entrópia mérleg, ahol az entrópia reverzibilis és irreverzibilis részére teljesülnek a

$$\frac{ds_{rev}}{dt} = \frac{1}{T} \frac{dq}{dt},$$
(3)
$$\frac{ds_{irr}}{dt} \ge 0$$
(3)

összefüggések. Cseréljük az állapothatározók teljes rendszerében a hőmérsékletet a belső energiára és fejezzük ki az entrópiát (3.9)-ben ezek segítségével, akkor kapjuk hogy

$$\frac{ds}{dt} = \frac{\partial s}{\partial u}\frac{du}{dt} + tr(\frac{\partial s}{\partial \overline{C}}\frac{d\overline{C}}{dt}) + \sum_{i}\frac{\partial s}{\partial \alpha_{i}}\frac{d\alpha_{i}}{dt} .$$
(3)

A fenti deriváltak, mint az a termodinamikából ismeretes, kapcsolatba hozhatók az intenzív paraméterekkel

$$\frac{\partial s}{\partial u} = \frac{1}{T}, \quad \frac{\partial s}{\partial \overline{C}} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\overline{\overline{T}}_{prev}}{T}, \quad \frac{\partial s}{\partial \alpha_i} = -\frac{A_i}{T} \quad (3)$$

ahol:  $\overline{\overline{T}}_{prev}$  a feszültség tenzor reverzibilis része,  $A_i$  pedig az i-edik belső változóhoz konjugált belső erő. Az  $\frac{1}{\rho_0}$  kifejezésben "1" tömegegységet jelent. Betéve ezeket a (3.9) entrópia mérlegbe és figyelembe véve a (3.10) és (3.8) összefüggéseket, az entrópia irreverzibilis részére a következő összefüggés adódik:

$$T\frac{ds_{irr}}{dt} = \frac{1}{\rho_0} tr \left[ \left( \overline{\overline{T}}_p - \overline{\overline{T}}_{prev} \right) \frac{d\overline{\overline{C}}}{dt} \right] - \sum_i A_i \frac{d\alpha_i}{dt} \ge 0.$$
(3)

Tudjuk, hogy reverzibilis állapotváltozásra az entrópia irreverzibilis része zérus. Ebből, és a fenti egyenletből következik, hogy reverzibilis folyamat esetén

$$\overline{\overline{T}}_{p} = \overline{\overline{T}}_{prev}, \qquad (3)$$

$$\alpha_{i} = 0 \qquad .14)$$

Most vagyunk abban a helyzetben, hogy alkalmazhatjuk az Onsager-féle nemegyensúlyi termodinamika anyagi egyenletekre vonatkozó összefüggéseit, amelyek szerint az entrópia irreverzibilis részében szereplő $\left(\overline{\overline{T}}_{p} - \overline{\overline{T}}_{prev}\right)$ ,  $A_{i}$  termodinamikai erők  $= d\overline{C} - d\alpha$ .

lineáris függvényei a hozzájuk konjugált  $\frac{d\overline{C}}{dt}$ ,  $\frac{d\alpha_i}{dt}$  termodinamikai áramoknak
$$\frac{1}{\rho_0} \left( \overline{\overline{T}}_p - \overline{\overline{T}}_{prev} \right) = \overline{\overline{D}} \frac{d\overline{\overline{C}}}{dt} + \overline{\overline{E}} \frac{d\overline{\alpha}}{dt},$$

$$\overline{A} = \overline{\overline{G}} \frac{d\overline{\overline{C}}}{dt} + \overline{\overline{H}} \frac{d\overline{\alpha}}{dt}$$
, (3)

ahol  $\frac{d\overline{\alpha}}{dt} = (\frac{d\alpha_1}{dt}, ..., \frac{d\alpha_i}{dt}, ...), \ \overline{A} = (A_1, ..., A_i, ...)$  a belső változók áramaiból és erőiből képzett

vektor. Az egyenletben szereplő  $\overline{D},...,\overline{H}$  különböző tenzori rendű mennyiségek a rendszer anyagi sajátságainak kifejezői. A további számításokhoz célszerű bevezetni a f = u - Tsszabad energiát. Ehhez először írjuk be a (3.15) egyenletbe a (3.12) összefüggéseket. Ekkor kapjuk

$$\frac{1}{\rho_0}\overline{\overline{T}}_p = -\frac{1}{T}\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial s}{\partial \overline{C}} + \overline{\overline{D}}\frac{d\overline{C}}{dt} + \overline{\overline{E}}\frac{d\overline{\alpha}}{dt},$$

$$-\frac{1}{T}\frac{\partial s}{\partial \overline{\alpha}} + \overline{\overline{G}}\frac{d\overline{\overline{C}}}{dt} + \overline{\overline{H}}\frac{d\overline{\alpha}}{dt} = 0$$
(3)

Egyszerű számítással megmutatható, hogy most a fenti egyenletek a

$$\frac{1}{\rho_0} \overline{\overline{T}}_p = \frac{\partial f}{\partial \overline{\overline{C}}} + \overline{\overline{D}} \frac{d\overline{\overline{C}}}{dt} + \overline{\overline{E}} \frac{d\overline{\alpha}}{dt},$$

$$\frac{\partial f}{\partial \overline{\alpha}} + \overline{\overline{G}} \frac{d\overline{\overline{C}}}{dt} + \overline{\overline{H}} \frac{d\overline{\alpha}}{dt} = 0$$
(3)

hőmérsékletet nem tartalmazó alakot öltik. A termodinamikából tudjuk, hogy az egyensúly felé haladó zárt rendszer szabadenergiája csökken. Esetünkben ez azt jelenti, hogy a szabad energia pozitív függvénye a belső változóknak. Fejtsük sorba a szabadenergiát a belső változók szerint és álljunk meg a kvadratikus tagnál.

$$f = F\left(\overline{\overline{C}}\right) + \frac{\partial f}{\partial \overline{\alpha}} \cdot \overline{\alpha} + \frac{1}{2} \overline{\alpha} \cdot \overline{\overline{h\alpha}}, \qquad (3)$$

ahol *t* a transzponálás jele és  $\overline{h} = \frac{\partial^2 f}{\partial \overline{\alpha}^2}$ . Mivel a szabadenergia pozitív függvénye a belső

változóknak ezért a lineáris tag együtthatója zérus és így (3.17) egyenleteinek alakja:

$$\frac{1}{\rho_0} \overline{\overline{T}}_p = \frac{\partial F}{\partial \overline{\overline{C}}} + \overline{\overline{D}} \frac{d\overline{\overline{C}}}{dt} + \overline{\overline{E}} \frac{d\overline{\alpha}}{dt},$$

$$\overline{\overline{h\alpha}} + \overline{\overline{G}} \frac{d\overline{\overline{C}}}{dt} + \overline{\overline{H}} \frac{d\overline{\alpha}}{dt} = 0$$
(3)

Oldjuk meg az utolsó egyenletet zérus kezdeti feltétel (egyensúlyi állapotból induló deformáció esete) mellett. Ekkor kapjuk

$$\overline{\alpha} = -\int_{0}^{t} \int_{0}^{\overline{\overline{\overline{J}}}(t-\tau)} \overline{\overline{\overline{H}}}^{-1} \overline{\overline{\overline{G}}} \frac{d\overline{\overline{C}}}{d\tau} d\tau, \overline{\overline{\overline{J}}}(t-\tau) = e^{-\overline{\overline{\overline{H}}}^{-1} \overline{\overline{\overline{h}}}(t-\tau)}$$
(3)

Ezt behelyettesítve (3.19) első egyenletébe, megkapjuk a feszültség kifejezését kizárólag a deformáció függvényeként

$$\frac{1}{\rho_0} \overline{\overline{T}}_p = \frac{\partial F}{\partial \overline{\overline{C}}} + \overline{\overline{D}}^* \frac{d\overline{\overline{C}}}{dt} + \int_0^t \overline{\overline{\Psi}}(t-\tau) \frac{d\overline{\overline{C}}}{d\tau} d\tau,$$
(3)

ahol

$$\overline{\overline{D}}^* = \overline{\overline{D}} - \overline{\overline{EJ}}(0)\overline{\overline{H}}^{-1}\overline{\overline{h}}, \overline{\overline{\Psi}}(t-\tau) = \rho_0 \overline{\overline{EJ}}(t-\tau)\overline{\overline{H}}^{-1}\overline{\overline{h}} .$$
(3)

Mivel a szecskázott halmaznak nincs folytonos folyadék viselkedése, így  $\overline{\overline{D}}^* = 0$ . Ezzel az anyagi egyenlet tovább egyszerűsödik

$$\overline{\overline{T}}_{p} = \rho_{0} \frac{\partial F}{\partial \overline{\overline{C}}} + \int_{0}^{t} \overline{\overline{\Psi}}(t-\tau) \frac{d\overline{\overline{C}}}{d\tau} d\tau .$$
(3)

Itt  $\overline{\Psi}(t-\tau)$  az úgynevezett utóhatás függvény, amely tartalmazza a pillanatnyi alakváltozást megelőző deformációk hatását, és amely függ még a deformáció tenzortól és a hőmérséklettől.

A fenti anyagi egyenlet még nagyon általános a benne szereplő matrizáns negyedrendű tenzor miatt, mely anizotróp anyagok leírására is alkalmas.

Vegyük most figyelembe azt, hogy a szecskázott halmaz durvaszemcsés leírásban izotrópnak tekinthető.

Mint ismeretes a negyedrendű izotrop tenzor ábrázolható a következő alakban [50]:

$$\overline{\Psi}_{ijkl}(t-\tau) = \lambda(t-\tau)\delta_{jk}\delta_{kl} + \beta(t-\tau)\delta_{ik}\delta_{jk} + \chi(t-\tau)\delta_{il}\delta_{jk} , \qquad (3)$$

ahol  $\delta_{ik}$  a  $\overset{=}{\delta}$  másodrendű egységtenzor eleme,  $\lambda, \beta, \chi$  pedig tetszőleges skalár függvények. Integrál alakban felírva 3.24-et kapjuk, hogy

$$\frac{1}{\rho_0} \overline{\overline{T}}_p = \frac{\partial F}{\partial \overline{\overline{C}}} + \int_0^t [\lambda(t-\tau)\overline{\delta}tr(\frac{d\overline{\overline{C}}}{d\tau}) + 2\mu(t-\tau)\frac{d\overline{\overline{C}}}{d\tau}]d\tau \quad . \tag{3}$$

A  $\lambda$  és  $2\mu = \beta + \chi$  anyagfüggvények természetesen még izotrop skalár függvényei a deformáció tenzornak. Ez a Cayley-Hamilton-tétel (lásd 6. számú melléklet) szerint azt jelenti, hogy a deformáció tenzor három  $(I_1 = tr\overline{\overline{C}}, I_2 = \frac{1}{2}(tr^2\overline{\overline{C}} - tr\overline{\overline{C}}^2), I_3 = \det\overline{\overline{C}})$  skalár invariánsától függnek [19]. Utóbbi eredményünkből következik, hogy a szecskázott anyaghalmaz három anyagi viselkedést kifejező skalár függvénnyel jellemezhető:

•	szabadenergia	$F = F\left(\overline{\overline{C}}\right),$	
•	térfogati viszkozitási jellemző	$\lambda = \lambda(I_1, I_2, I_3; t - \tau) ,$	(3.26)
•	nyírási viszkozitási jellemző	$\mu = \mu \left( I_1, I_2, I_3; t - \tau \right),$	

amelyeket alkalmasan választott kísérleti berendezéssel (3.2. fejezet) kell meghatározni.

# 3.2. Kísérleti módszerek

A 3.1.2. fejezet szerint a szecskázott halmaz anyagi tulajdonságait leíró függvények a Cauchy-Green alakváltozási tenzor skalár invariánsaitól függnek, így azok meghatározására bármilyen készülék alkalmas, amelyre az alakváltozási tenzor ismert. A reológiai kísérletekhez henger-dugattyú elven működő plasztométert választottam, mert a gátolt oldalirányú alakváltozás lényegesen leegyszerűsíti az alakváltozási tenzort. Az egytengelyű alakváltozás ellenére a halmazban térbeli feszültségállapot alakul ki, a hengerszimmetria miatt mégis elegendő a terhelőerő és a mintasiló falnyomásának a mérését megoldani. A készülék részletes leírását a 3.2.3. fejezet tartalmazza.

A reológiai mérőberendezés méreteinek, a vizsgálati terhelés nagyságának és a megterhelés jellegének tisztázásához további kutatásokra van szükség:

- A 3.2.1. fejezetben a kísérletek során alkalmazandó terhelés nagyságrendi becslését végzem el a halmaz elektromos tulajdonságai alapján. Ennek a vizsgálatnak elvi jelentősége is van, hiszen a szakirodalomból ismert eljárások [10, 11, 16, 20, 26] beleértve saját korábbi méréseimet is [52, 57, 63, 64, 69] a tartósítás technológiájához kötődnek az alkalmazott terhelés tekintetében is. A szecskázott silókukorica falközi silóba taposási technológiája (lánctalpas traktor 30-50 kPa, gumikerekes 60-80 kPa) valóban mérvadó abban a tekintetben, hogy a tartósítás általában sikeres. A sikeres tartósítás azonban nem jelenti azt, hogy valóban az anaerob határállapothoz tartozó terhelést alkalmaztuk.
- Az állandó megterhelési sebesség alkalmazhatóságát feltételül szabó "elegendő hosszú" relaxációs idő megítélésére nincs általánosan kidolgozott szabály. Ennek megfelelően a szakirodalomi analógiák bemutatásával, a relaxációs idő mérésével és különböző alakváltozási sebességgel végrehajtott nyomóvizsgálatokkal keresem a megterhelési jelleggörbe optimális alakját a 3.2.2. fejezetben.

#### 3.2.1. Az anaerob határállapot meghatározása impedancia méréssel

A reológiai vizsgálatok metodikájának kidolgozásánál sarkalatos pont az anaerob viszonyok kialakulásához szükséges terhelés maghatározása. Az alábbiak szerint erre alkalmas a fajlagos elektromos ellenállás nem folytonos változásának vizsgálata.

A szecskahalmaz tömörítése során megváltozik annak belső szerkezete. A struktúraváltozást több fizikai jellemző módosulása kíséri. Ilyenek például a porozitás, bizonyos reológiai tulajdonságok (relaxációs anyagfüggvények), termikus- (fajhő, hővezetési tényező) és elektromos paraméterek. A fizikai tulajdonságok mellett kémiai és biológiai jellemzők is módosulnak. Ez utóbbiak közül a metabolizmus sebességének változása (csökkenése) a legfontosabb. Ez szabja meg ugyanis a biológiai értékcsökkenés és a belső hő fejlődés sebességét. A tapasztalatok alapján arra lehet következetni, hogy a

silókukorica szecskának van olyan stabil belső szerkezete, mely az utóbbi szempontok nézőpontjából optimális.

Stabil belső szerkezet alatt makroszkopikus skálán homogén és izotrop szerkezetet értünk. Ésszerű feltevésnek tűnik, hogy a stabil belső szerkezet megjelenését a fizikai tulajdonságok állandósulása jelzi. Az elmondottak alapján a szecska összenyomás közbeni szerkezetváltozását úgy tekinthetjük, mint egy magasabb rendű fázisátalakulást, amelynél a fizikai paraméterek egy csoportjának folytonos változását egy vagy több fizikai mennyiség nem folytonos változása kíséri.

# 3.2.1.1. Eljárás szecskahalmaz impedancia mérésére

A mérés során a szecskából vett mintát szigetelő hengerben helyeztem el, melyet mozgatható dugattyú zár le. A szecska sűrűségét és a benne keletkező mechanikai feszültséget a dugattyúval állítottam be. A dugattyú és a fenéklemez alumínium bevonatot kapott, tehát a mintatartó edény elektromos szempontból egy hengeres síkkondenzátornak tekinthető (3.1. ábra).



3.1. ábra: Szigetelt mérőhenger impedancia vizsgálathoz

Ez a kondenzátor egy TR 2152 típusú RLC mérőhídhoz csatlakozik, melynek segítségével összenyomás közben mérni tudjuk a minta impedanciáját. Az impedanciával együtt mért fizikai mennyiségek: mintatömeg, mechanikai feszültség és nedvességtartalom. A méréseket állandó minta térfogat mellett végeztem (V=3,4636.10<sup>-4</sup> kg/m<sup>3</sup>), hiszen a

fegyverzetek távolságának minden mérésnél azonosnak kell lennie (esetünkben 40 mm). Az RLC mérőhíd elvileg alkalmas a kapacitás közvetlen mérésére is, de a nedves termény vezetőképessége miatt szigetelt elektródák esetén a kis kondenzátorlemez felület (A=7,8539.10<sup>-3</sup> m<sup>2</sup>) a mérési tartomány alá csökkenti a minta kapacitását (<10 pF). A minta elektromos vezetőképessége kizárja az egyszerű egyenárammal végzett ellenállásmérést, ezért megvizsgáltam, hogy az impedancia mérésre korlátozott kísérlet alkalmas lehet-e a fajlagos ellenállás változás meghatározására.

## 3.2.1.2. Az impedancia mérés elemzése

A mérés során a mintát 1 kHz frekvenciájú feszültséggel tápláltam, tehát a minta térerőssége időben változó. Ennek következtében a mintán kétféle áram folyik az ohmikus áram, mely a térerősséggel (feszültséggel) arányos és az eltolási áram (kapacitív áram), amely a térerősség időbeli deriváltjával arányos. Ennek alapján a minta elektromos helyettesítő képe egy ellenállás és egy kapacitás párhuzamos kapcsolása (3.2. ábra).



3.2. ábra: A minta elektromos helyettesítő kapcsolása

A minta méretei alapján becsülhető a kondenzátor kapacitása

$$C = \varepsilon_l \varepsilon_r \frac{A}{d} = \frac{1}{4\pi 9 \cdot 10^9} 4 \frac{7.85 \cdot 10^{-3}}{0.04} = 6.94 \cdot 10^{-12} \,\mathrm{F}$$
(3.27)

A pF nagyságrendű kapacitáshoz a híd mérési frekvenciáján

$$X_C = \frac{1}{2\pi\nu C} = 2,29 \cdot 10^7 \Omega \tag{3.28}$$

kapacitív reaktancia tartozik. Ez igen nagy érték, mely 4-5 nagyságrenddel nagyobb, mint a minta ohmos ellenállása. Tehát a 3.2. ábra szerinti helyettesítő képben a kapacitás elhagyható, azaz nem tévedünk nagyot, ha csak a minta ohmos ellenállását vesszük figyelembe.

# 3.2.1.3. Az impedancia mérés kiértékelése

A mérés kiértékelése a minta fajlagos ellenállásán alapul. Azt vizsgáltam, hogy a minta fajlagos ellenállása hogyan változik egy alkalmasan választott változócsoport függvényében. Ismeretes, hogy ilyen minták esetén a fajlagos ellenállás

$$g = \frac{R}{l}A\tag{3.29}$$

alakban számítható, ahol A minta keresztmetszete és l a minta hossza.

A fajlagos ellenállás más fizikai paraméterektől való függését a dimenzióanalízis módszerével vizsgáltam. Tekintettel arra, hogy a minta keresztmetszete és a fegyverzetek távolsága minden mérésnél azonos, így az  $R\left(\frac{l}{A}\right)^{-1}$  mennyiség választható az ellenállás jellemzésére. Nyilván a szecska anyagának  $g_0$  fajlagos ellenállása hatással van a minta ellenállására, tehát a  $g_0$  mennyiség szintén szükséges a jelenség leírására. Az összenyomás során érintkezési helyek jönnek létre, melyek között úgynevezett kontaktellenállás lép fel. A kontaktellenállás a  $g_0$  mennyiségtől, az érintkezési felület nagyságától és az érintkezési helyek számától függ. Az érintkezési felület nagysága a minta  $\sigma$  mechanikai feszültségétől továbbá a szecska anyagára jellemző  $\sigma_{BY}$  biológiai képlékeny határfeszültségtől függ. Az érintkezési helyek száma pedig a feszültségen kívül a  $\rho_0$  kiindulási és a méréskor kialakuló  $\rho$  tömegsűrűség függvénye. Tehát a problémát leíró fizikai mennyiségek:  $R\left(\frac{l}{A}\right)^{-1}$ ,  $g_0$ ,  $\sigma$ ,

 $\sigma_{BY}, \rho_0, \rho_0$ 

	m	S	kg	А
$R\left(\frac{l}{A}\right)^{-1}$	3	-3	1	-2
$g_0$	3	-3	1	-2
$\sigma$	-1	-2	1	0
$\sigma_{\!\scriptscriptstyle BY}$	-1	-2	1	0
$ ho_0$	-3	0	1	0

-3

0

1

0

Ezekhez a mennyiségekhez az alábbi dimenzió mátrix tartozik:

D

Látszik, hogy a fizikai mennyiségek száma kettővel több, mint az alapdimenziók száma. Ennek alapján a dimenzióanalízis Buckingham-féle tétele szerint következik, hogy a probléma leírható két dimenzió nélküli  $\Pi$ -számmal, melyek között függvénykapcsolat áll fenn. A dimenzió mátrixból látszik, hogy a  $\Pi$ -számok a következők lehetnek:

$$\Pi_{1} = g_{0}^{-1} R \left( \frac{l}{A} \right)^{-1}, \quad \Pi_{2} = \frac{\sigma \rho}{\sigma_{BY} \rho_{0}} .$$
(3.30)

Ezek között a

$$\Pi_1 = f(\Pi_2) \rightarrow g_0^{-1} R \left(\frac{l}{A}\right)^{-1} = f\left(\frac{\sigma\rho}{\sigma_{BY}\rho_0}\right)$$
(3.31)

függvénykapcsolat áll fenn, melyet a mérésekből lehet meghatározni. Ha átírjuk az egyenletet a

$$R = g_0 f \left( \frac{\sigma \rho}{\sigma_{BY} \rho_0} \right) \frac{l}{A}$$
(3.32)

alakra, akkor látszik, hogy a szecska anyaghalmaz fajlagos ellenállása

$$g = g_0 f \left( \frac{\sigma \rho}{\sigma_{BY} \rho_0} \right). \tag{3.33}$$

A kiértékelés során a  $\frac{R}{\sigma\rho}$  mennyiséget ábrázoljuk a mérési sorszám és a feszültség

függvényében, amely arányos a

$$\frac{g}{\sigma\rho} \approx \frac{f\left(\frac{\sigma\rho}{\sigma_{BY}\rho_0}\right)}{\sigma\rho}$$
(3.34)

mennyiséggel. Az alábbi diagramokból jól látszik, hogy minden esetben megjelölhető egy állapot, melynél a (3.34) mennyiség értéke gyakorlatilag állandósul. Ennek jelentése pedig az, hogy ettől kezdve a fajlagos ellenállás  $\sigma \rho$  lineáris függvényévé válik, míg korábban a függvénykapcsolat kvadratikus volt.

A 3.2.1.1. fejezetben leírt eljárás szerint rögzített mérési eredményeket az 3.1. táblázatban tüntettem fel. A minta Claas Jaguar 880 tipusú járvaszecskázó géppel készített silókukorica teljes növény zúzalék volt. A minta azonosítására a 2.1.1. fejezetben részletesen ismertetett Szendrő - féle hatparaméteres eljárást alkalmaztam. A vizsgált minta paraméterei:

P =	0,5383	S =	2,4471
Q =	0,1513	$M_1 =$	11,6302
R =	0.3104	$M_2 =$	38,4846

A növényi anyagok fizikai tulajdonságait dominánsan befolyásoló paraméter a nedvességtartalom. Az impedancia vizsgálatot ezért különböző szárazanyag tartalmú mintákkal megismételtem. Minden méréshez friss mintát használtam, hiszen feltehető, hogy a szecska 3.1. fejezetben megfogalmazott "emlékező" képessége a halmaz vezetőképességére is kiterjed.

3.1. táblázat: Különböző szárazanyag tartalmú silókukorica szecska impedanciája 1 kHz-en.

Q"" = [1 = 1 = 2]	Impedancia [Ω]					
Suruseg [kg/m <sup>+</sup> ]	30 % szárazanyag	40 % szárazanyag	70 % szárazanyag			
289	680	1500	14000			
433	280	1000	5000			
577	180	395	2900			
722	115	296	2000			
866	85	210	1500			
1011	75	170	1100			
1155	95	130	*			

\*Előtömörítés nélkül a minta térfogata meghaladta a mérőhengerét.

**3.2. táblázat:** Különböző szárazanyag tartalmú silókukorica szecska fajlagos ellenállása  $\left(\frac{R}{\sigma o}\right)$  1 kHz vizsgálati frekvencián.

Sűrűság [leg/m <sup>3</sup> ]	Fajlagos ellenállás [ $\Omega \cdot Pa^{-1} \cdot kg^{-1} \cdot m^3$ ]					
Suruseg [kg/m]	30 % szárazanyag	40 % szárazanyag	70 % szárazanyag			
289	0,000619195	0,000408686	0,019377163			
433	2,53589E-05	3,62554E-05	0,000302286			
577	4,08323E-06	4,88633E-06	3,28926E-05			
722	8,93325E-07	1,61026E-06	9,46067E-06			
866	3,21179E-07	5,60162E-07	2,47337E-06			
1011	1,45659E-07	2,64138E-07	9,495E-07			

Az 3.3. ábra diagramján jól látszik, hogy minden esetben megjelölhető egy állapot, melynél a fajlagos ellenállás értéke gyakorlatilag állandósul. Ez a tény megítélésem szerint a hipotézis igazolásának tekinthető.



3.3. ábra. A fajlagos ellenállás változása a mérés során

Az 3.3. ábrán feltüntetett %-os értékek a vizsgált minta szárazanyag tartalmát jelentik. Amint várható volt, a szárazanyag tartalom a fajlagos ellenállás megváltozásának jellegét nem, csak számértékét befolyásolja. A görbék töréspontja jól azonosíthatóan egybeesik,

tehát az  $\frac{R}{\sigma\rho}$  viszonyszám alkalmazásával a nedvességtartalom domináns hatása kompenzálható. Silókukorica esetén gyakorlati jelentősége a nagy nedvességtartalmú mintáknak van, ezért az alábbiakban a 30 %, és a 40 % szárazanyag tartalom mellett felvett görbéket megismétlem, de most már a terhelés függvényében. A töréspont a mintasűrűség függvényében ugyanis megegyezik ( $\rho$ =433 kgm<sup>-3</sup>), de a sűrűség beállításához természetesen eltérő előtömörítő erő tartozik.



3.4. ábra: Fajlagos ellenállás változás 30 % szárazanyag tartalom esetén



3.5. ábra: Fajlagos ellenállás változás 40 % szárazanyag tartalom esetén

Az 3.4. és 3.5. ábra szerint 30 %-os szárazanyag tartalom mellett már 25,5 kPa terhelés karakteres belső szerkezet változást okoz, és 76,4 kPa fölött a fajlagos ellenállás már lineáris függvénye σp-nak. Mivel a szecska csak 509 kPa-nál kezdett levet ereszteni, feltehető, hogy az ellenállás csökkenés valóban az anaerob állapot létrejöttét jelenti. Ugyanezek az értékek 40 %-os szárazanyag tartalmú minta esetén 63,7 kPa, 140,1 kPa, és a csurgalék megjelenése csak 1 MPa fölött következik be. A reológiai kísérletek metodikájának kidolgozásakor az impedancia mérés eredményeképpen meghatározott 25-63 kPa-t alsó határterhelésként kezeltem. A terhelés felső határát a sejtnedv kisajtolásához szükséges terhelés jelenti. A csurgalék megjelenése után minimális a valószínűsége annak, hogy a minta belsejében levegővel telt üregek lehetnek.

Jelen disszertációnak nem célja a szecskahalmazok elektromos tulajdonságainak vizsgálata, ezért a mért jelleggörbék matematikai analízisét nem végzem el.

A fentiek ismeretében a betakarítási nedvességtartalom mellett elvégzett reológiai vizsgálatoknál silókukorica növény esetén a kísérleti terhelést 25 kPa és 0,5 MPa között célszerű megválasztani.

# 3.2.2. A megterhelési jelleggörbe kiválasztása

# 3.2.2.1. A szecskázott silókukorica halmaz relaxációs időállandója

Relaxáció vizsgálatoknál az alakváltozást célszerű pillanatszerűen létrehozni, ellenkező esetben a felterhelés közben lezajló elernyedés ellenőrizhetetlen mértékben hamisítja meg az eredményeket. A pillanatszerű felterhelés a gyakorlatban nehezen valósítható meg, ezért gyakran megelégszünk állandó alakváltozási sebességgel megterhelt minták vizsgálatával is. A terhelési sebesség értéke annál kisebb lehet, minél nagyobb a vizsgált anyag relaxációs időállandója. *Macsihin* [27] összegyűjtötte, hogy a különböző élelmiszeripari vizsgálatoknál a relaxációs idő és terhelési sebesség hogyan aránylik egymáshoz (3.3. táblázat). A táblázat csak a henger-dugattyú elvű vizsgálatokat tartalmazza, a rotációs viszkoziméterekben alkalmazott nyírósebességet nem érinti, hiszen a szecskázott halmaz ilyen eszközökben nem vizsgálható.

3.3. táblázat: A relaxációs idő és az alkalma	azott terl	nelési	sebessé	ég al	laku	ılása	kül	önböz	ző
élelmiszeripari tec	hnológi	ák es	etén.						
1	D 1	, .,	• 17	T				,	

	Relaxációs idő	Terhelési sebesség
	[s]	$[mms^{-1}]$
Instant tealevél tablettázása 93%		
szárazanyag tartalom és 0,5-3 mm	60	130
szemcseméret esetén.		
Perectészta nyomóvizsgálata.	2160-3600	12,5-3,56
Makaróni tészta kisajtolása 6 MPa nyomáson þ7 mm x þ4,5 mm x 50 mm.	8640	0,07
A henger dugattyú elvű viszkoziméterek mérési tartománya.	_	0,08-8

Az empirikus relaxáció görbéhez illesztett lineáris anyagmodelleknél a kitevőben megjelenik a relaxációs idő [33], de (ellentétben a retardációs idővel) egyszerűen meg is mérhető, hiszen a relaxációs időállandó az az időtartam, amely alatt a kezdeti feszültség az *e*-ed részére csökken (2.2.1. fejezet). Szecskázott silókukorica halmazon végzett relaxáció vizsgálataimnál a halmazban ébredő feszültségértékeket másodpercenként rögzítette a számítógép, így a relaxációs idő mérése egyszerű keresési feladatként értelmezhető. (Hányadik adat kisebb mint  $\frac{\sigma_{max}}{a}$ ?)

A vizsgált minták a 7 és 14 mm-es szecskahosszúság esetében Claas-Jaguar 880, a 19.05 mm-es szecskahosszúságnál pedig Hesston 7650 típusú géptől származtak. Az első mérést betakarítási nedvességtartalommal végeztem, az ismételt mérések során a minta szárazanyag tartalma az anyag természetes száradása során alakult ki. A mérések során azonos deformációs sebességet (1,92 mms<sup>-1</sup>) és állandó deformációt (100 mm) alkalmaztam. A minta térfogata 8,96 dm<sup>3</sup> volt, amely 195 mm terhelő dugattyúátmérő mellett 300 mm mintamagasságot jelent. Bár ez a mérés sem pillanatszerű megterheléssel történt, így a 3.4. táblázat adatai sem pontosak, a relaxációs idő nagyságrendi becslése is alkalmas következtetések levonására.

3.4. táblázat:	A relaxációs id	ő, a szárazanyag	g tartalom és	a szecskahosszús	ág
		összefüggése	i		

<b>Kód</b> 14KCR01 14KCR02 14KCR03 14KCR04	Elméleti szecska- hosszúság [mm] 14	Szárazanyag tartalom [%] 32.81 39.78 40.48 43.00	<i>p<sub>max</sub></i> [kPa] 24.6 22.2 23.7 25.9	<i>T</i> <sub>r</sub> [s] 10 247 11 583 >12 000 6890
14KCR05		48.10	23.6	4692
14KCR06		54.55	22.6	6694
		26.20	26.0	. 12 000
/KCR01		36.38	26.8	>12 000
/KCR02	-	39.78	25.4	6886 8202
7KCR03	7	40.48	22.8	8202
/KCR04	F	43.00	21.2	6064 *> 4209
/KCR05	F	48.10	28.6	*>4298
/KCR06		54.55	26.6	3799
KCD0001		26.94	2( 0	> 12 000
KCR0901	F	26.84	26.0	>12 000
KCR0902	ŀ	26.03	20.9	6901
KCR0903	Ļ	31.19	26.9	>12 000
KCR0904i	_	31.47	23.7	>12 000
KCR0905	19,05	35.40	24.2	8567
KCR0906	Ļ	36.63	24.9	10 052
KCR0907	L	44.90	21.6	6148
KCR0908		51.74	25.6	2621
KCR0909		49.60	16.8	3073

\*A mérőprogram megszakadt.

A 3.4. táblázatban szereplő kísérletek 3,3 órás mérésideje nagy részecske méret és alacsony szárazanyag tartalom esetén néha rövidnek bizonyult a relaxációs idő kiméréséhez ( $T_r > 12\,000\,$  s). Az mégis kiolvasható a táblázat adataiból, hogy a relaxációs idő a kisebb szecskaméretek és a nagyobb szárazanyag tartalom irányába konzekvens csökkenést mutat. A száraz növényi rostok rugalmatlanabbak, gyorsabban elernyednek, különösen akkor, ha ez rövid szecskahosszúsággal párosul.

Az irodalmi forrásokra támaszkodva és a bemutatott a kísérlet alapján megállapítható:

- 1. A kis reológiai időállandóval jellemezhető anyagoknál alkalmazandó dinamikai vizsgálatokra silókukorica szecska esetén nincs szükség.
- Célszerűen megválasztott állandó alakváltozási sebességgel operáló műszer is alkalmas a szecskázott anyaghalmazok vizsgálatára. A különböző nedvességtartalmú és szecskahosszúságú silókukoricára az alkalmazandó alakváltozási sebesség mértékét 0,07 - 4 mms<sup>-1</sup> tartományban érdemes keresni.

# 3.2.2.2. A deformációs sebesség meghatározása nyomóvizsgálattal

Åltalános esetben a nyomóvizsgálatot a minta tönkremeneteléig végzik. Zöldtakarmányként hasznosított silókukorica szecskából nem készítenek takarmány pogácsát vagy pelletet, tehát a feldolgozási technológia során nem alkalmaznak akkora terhelést, amely a halmaz, illetve az egyes részecskék törését vagy állapotuk szemmel látható változását okozná. Jelen esetben tehát a nyomóvizsgálat gyakorlati haszna az optimális deformációs sebesség meghatározása lehet. Amennyiben a terhelést nem gravitációs módon, tehát terhelő tömegek felhelyezésével, hanem a minta konstans sebességű összenyomásával hozzuk létre, akkor a halmazba zárt levegő kisajtolása és a szecska folyamatos relaxációja miatt a terhelés exponenciális jelleggel emelkedik.

A relaxáció időfüggő folyamat, ezért mértékét a deformációs sebesség határozza meg. Az 3.6. ábrán azonos minta hét különböző sebességgel elvégzett nyomóvizsgálatának eredményét foglaltam össze. A kísérletek során a tárolási nehézségek miatt 87% szárazanyag tartalmú szárított mintát alkalmaztam, a mérőedény 8,96 dm<sup>3</sup> térfogatú volt és a 100 mm-es deformáció gyakorlatilag azt jelenti, hogy a vizsgálat végére a halmaz térfogata egyharmadával csökkent. A minta 20 mm elméleti szecskahosszúságú kukoricaszár volt.





3.6. ábra.: Silókukorica szecska nyomódiagramja

A 3.6. ábra diagramjából egyértelmű tendencia olvasható ki: a vizsgálat végén elért nyomóerő annál nagyobb, minél gyorsabban hoztuk létre a deformációt. (Első megközelítésben az 1,516 mms<sup>-1</sup> sebességgel végrehajtott vizsgálat kiugró eredményét kezeljük mérési hibaként!)



**3.7. ábra:** A nyomóerő és a megterhelés sebessége közötti összefüggés 14 és 20mm átlagos szecskahosszúság és  $\varepsilon_0$ =0,64 relatív alakváltozás esetén

Ellenőrzésként 14 mm-es szecskahosszúsággal megismételve a kísérletet már 1 mms<sup>-1</sup> alakváltozási sebesség felett kiegyenlítődni látszik a megterhelési szakasz végén mért nyomóerő (3.7. ábra). Mivel 1,92 mms<sup>-1</sup> -nál nagyobb alakváltozási sebességet készülékemmel nem tudtam elérni, általános érvényű következtetésként nem mondhatom ki, hogy 1 mms<sup>-1</sup> -nál nagyobb sebességet nem célszerű szecskázott silókukorica halmazok reológiai vizsgálatánál alkalmazni. Annyi azonban megállapítható, hogy a nyomóvizsgálatok alapján 1-2 mms<sup>-1</sup>, a relaxációs idő mérése és élelmiszeripari példák alapján 0,07 - 4 mms<sup>-1</sup> sebességtartományban található az alakváltozási sebesség optimuma. Ennek megfelelően további kísérleteimhez a 3.2.3. fejezetben bemutatott készülékkel létrehozható legnagyobb alakváltozási sebességet (1,92 mms<sup>-1</sup>) választottam.

## 3.2.3. A reológiai mérőrendszer felépítése.

A minta befogadására és a terhelőerő kifejtésére legalkalmasabbnak egy hidas szakítógép elvén működő készülék látszik. Az alakváltozás a hengerbe fogott minta felemelésével hozható létre. Az alakváltozási sebesség az aszinkronmotor áramkörébe kapcsolt frekvenciaváltó segítségével 0,54 és 1,92 mms<sup>-1</sup> között fokozatmentesen állítható. Az emelőhídhoz kapcsolódik egy induktív útadó, amely méri az elmozdulást. A terhelő test (jelen esetben dugattyú) áll, az erőmérő cella a mintáról a dugattyúrúdra átadódó erőhatásokat méri. A mintát befogadó edény palástján kialakított mérési helyekhez membrános nyomásmérő csatlakoztatható, így a falterhelés is mérhető. A mérőberendezés összeállításakor csak az emelőmechanizmust kellett legyártani, az adatgyűjtő és vezérlő berendezés (beleértve a mérő software-t is) kereskedelmi forgalomban kapható, illetve a Szent István Egyetem Géptani Intézetének Laboratóriumában rendelkezésemre álló elemekből építettem fel. A mérő-összeállítást az 3.8. és 3.9. ábrán követhetjük nyomon, elemeit az 3.5. táblázat tartalmazza.



3.8. ábra: Mérő-összeállítás reológiai vizsgálatokhoz

# **3.5. táblázat:** A kísérletek elvégzéséhez szükséges mérő és számítástechnikai berendezések

Számítógép igény	PC 486 vagy Macintosh LC II. Software: BEAM 33a5
Digitális mérőerősítő	HBM DMC 9012 A Mérőkártyák: 2 db DMV-55 és 1 db MMV-10 Digitális kimenet: PRO-01
Frekvencia szabályzó	SZIE Géptani Intézet
Relékártya (5V-230V	PCLD 786
átalakításhoz)	
Erőmérő cella	HBM U9B (10 kN)
Induktív útadó	HBM WS 100 (±100 mm)
Membrános nyomásmérő	HBM DIGIBAR PE 200 (2 bar)



3.9. ábra: A terhelő mechanizmus és a mintabefogó edény nézeti képe

Reológiai kísérleteimet 25-500 kPa terheléstartományban végeztem. A szélesre választott tartománynak számos oka van. Egyrészt magában foglalja a toronysilóban történő természetes ülepedés, és a falközi silóban alkalmazott taposási technológia szokásos értékeit, másrészt figyelembe veszi a minták eltérő nedvességtartalmából és a berendezésbe beépített erőmérő cella terhelhetőségéből adódó lehetőségeket és korlátokat. A terhelés megválasztásának további szempontjait a 3.2.1. fejezetben már részleteztem.

A készülék alkalmas különböző nagyságú mintabefogó edény befogadására. Az aktuális mintaméretet az irodalmi áttekintés 2.3. fejezetén túl a 3.2.2. fejezetben leírtakat is figyelembe véve, a részecskeméret, valamint az erőmérő cella mérési tartománya alapján határoztam meg.

*Sitkei* [41] szerint homogénnek tekinthető a halmaz, ha a legkisebb mérete egy nagyságrenddel meghaladja a beállított szecskahosszúságot. A ma használatos járvaszecskázó gépeken beállítható elméleti szecskahosszúságokról a 3.6. táblázat tájékoztat.

Géptípus	Beállítható szecskahosszúság [mm]
Hesston 7650	4,76; 6,35; 9,52; 12,7; 15,87; 19,05
Maral E-281	4,3; 8,7; 19,5
New Holland FX300 - FX450	3,5 és 30 mm között
Claas Jaguar 690 -880	4,1; 5,5; 6,8; 8,1; 11; 14
Mengele SF5500 - SF6500	5; 6,5; 8; 10; 13; 16
Steyr Champion 3000	4,5; 5,5; 11;
SP-8-049	2,8; 5,6; 9,5; 19
Deutz-Fahr FH2.220	4,3; 5,4; 6,5; 11
John Deere 6950	5; 8; 11; 16

3.6. táblázat: Az elterjedten használt járvaszecskázó gépeken választható szecskahossz

A fentiek alapján, valamint figyelembe véve, hogy a készülék kompakt kialakítása az esetleges gyakorlati alkalmazás esélyét is növeli, két mintasilót készítettem: 2,576 dm<sup>3</sup>  $\rightarrow \phi$  125 mm \* 210 mm, vagy 8,96 dm<sup>3</sup>  $\rightarrow \phi$  200 mm \* 285 mm-es méretekkel. A méréseket általában a nagyobb hengerben végeztem, a kisebb edényt akkor használtam, ha másként az erőmérő cella túlterhelődne (pl. szárított minta, vagy 300 kPa feletti terhelés alkalmazása esetén).

A készülék alkalmas kúszás és relaxáció mérésére is, tehát miközben három mérőcsatornán rögzíti a terhelőerő, a deformáció és a mintasiló falnyomásának értékeit, a terhelő mechanizmust az erő-jel (kúszás) illetve az elmozdulás-jel (relaxáció) alapján képes önműködően szabályozni. A szoftverből történő szabályzást a mérőerősítő 5V-os digitális

kimenete, a 230 V-os szilárdtest reléket tartalmazó relékártya és az általam kifejlesztett 380-400 V-os motorvezérlés teszi lehetővé. A 3.10. ábrán a vezérlő elektronika fényképe, a 3.11. ábrán pedig az adatgyűjtő egység látható.



3.10. ábra: A motorvezérlés



3.11. ábra: Az adatgyűjtő és vezérlő egység

A készülék relaxáció mérésére megfelelő, de kúszás vizsgálatoknál további kompromisszumokat kell vállalni. A szabályzó rendszer az oldalnyomást ugyanis csak annyira veszi figyelembe, amennyire a meggátolt oldalirányú elmozdulás miatt a dugattyúrúdra átadódó erőt megnöveli. A terheléskiegyenlítés szakaszos megvalósulása miatt az empirikus kúszásgörbe lépcsős lesz, ami rontja a hozzá illesztett kúszásgörbe korrelációját (lásd még 4.1.4. fejezet).

Elvégeztem a mérő-összeállítás kalibrálását, amely a mechanikus egységek merevségének vizsgálatát és a mérőerősítő erősítésének beállítását jelenti a jeladók kimenőfeszültsége alapján (3.12. ábra).



3.12. ábra: Az erőmérő-cella hitelesítése

Ez utóbbi feladat nem jelent nehézséget, mert a mérőerősítő és a jeladó azonos gyártmányú (Hottinger-Baldwin) professzionális egység, ezért a linearitás és a hőstabilitás vizsgálatát mellőzve egyetlen méréssel kalibrálható.

A mechanikus egység hitelesítésekor a nyomószerkezet hídjának lehajlását pontszerű terhelés melett a szerkezet közepén századmilliméter pontosságú mérőórával vizsgáltam (3.13. ábra).



3.13. ábra: Az emelő mechanizmus merevségének vizsgálata

A híd közepén mért lehajlás nem érte el a 0.4 mm/kN értéket, amely a halmaz deformációjának kevesebb mint 1%-a. Ez az érték azonban a kúszás és relaxáció vizsgálatok alatt a mérőedény nagy felfekvő felülete miatt a valóságban elhanyagolható mértékűre csökken.

# 4. AZ ELVÉGZETT VIZSGÁLATOK EREDMÉNYEI

# 4.1. Az anyagi függvények kísérleti meghatározása

# 4.1.1. Relaxáció vizsgálat

Kezdjük a függvények általános tulajdonságainak vizsgálatával. Ha a próba halmazt ugrásfüggvény szerint változó deformáció történetnek vetjük alá, akkor tudjuk, hogy idővel a test új egyensúlyi állapotba jut. Az új egyensúlyi állapotban a belső változók zérusértékűek, így az időbeli viselkedést leíró anyagfüggvények relaxációs kísérletekben zérushoz tartanak, azaz

$$\lim_{t \to \infty} \lambda(t) = 0, \tag{4}$$

$$\lim_{t \to \infty} \mu(t) = 0 \tag{4}$$
.1)

Ebben az egyensúlyi állapotban tehát:

$$\frac{1}{\rho_0} \overline{\overline{T}}_p = \frac{\partial F}{\partial \overline{\overline{C}}} \,. \tag{4}$$

Másrészről az izotrópia miatt szükségszerűen a szabadenergia függvény is izotróp skalár függvénye a deformációnak. Ez matematikai szempontból azt jelenti, hogy a szabadenergia is a Cauchy-Green-tenzor skalár invariánsaitól függ

$$F = F(I_1, I_2, I_3).$$
(4  
.3)

Ebből a függvényből kiindulva, az egyensúlyi állapotban mérhető feszültségtenzor a

$$\frac{1}{\rho_0} \frac{\overline{T}}{T}_p = \frac{\partial F}{\partial \overline{C}} = \frac{\partial F}{\partial I_1} \frac{\partial I_1}{\partial \overline{C}} + \frac{\partial F}{\partial I_2} \frac{\partial I_2}{\partial \overline{C}} + \frac{\partial F}{\partial I_3} \frac{\partial I_3}{\partial \overline{C}}$$
(4)

módon számítható.

Felhasználva az itt nem bizonyított alábbi relációkat [49],

$$\frac{\partial I_1}{\partial \overline{C}} = \overline{I},$$

$$\frac{\partial I_2}{\partial \overline{C}} = I_1 \overline{\overline{I}} - \overline{\overline{C}},$$

$$\frac{\partial I_3}{\partial \overline{\overline{C}}} = \overline{C}^2$$
(4)

a feszültségtenzor egyensúlyi része

$$\frac{1}{\rho_0} \overline{\overline{T}}_p = \frac{\partial F}{\partial \overline{\overline{C}}} =$$

$$= (\frac{\partial F}{\partial I_1} + I_1 \frac{\partial F}{\partial I_2} + I_2 \frac{\partial F}{\partial I_3})\overline{\overline{I}} - (\frac{\partial F}{\partial I_2} + I_1 \frac{\partial F}{\partial I_3})\overline{\overline{C}} + \frac{\partial F}{\partial I_3}\overline{\overline{C}}^2$$

$$(4)$$

alakú, melyből jól látható, hogy <u>az elmélet nem lineáris</u>. Tekintettel arra, hogy a kísérletek során a pillanatnyi konfigurációra vonatkozó feszültségeket mérjük, célszerű visszatérni a (3.8) összefüggés alapján a pillanatnyi állapotra vonatkozó feszültségi tenzorra

$$\overline{\overline{T}} = \rho \overline{\overline{F}} \frac{\partial F}{\partial \overline{\overline{C}}} \overline{\overline{F}}^{t} =$$

$$= \rho \left[ \left( \frac{\partial F}{\partial I_1} + I_1 \frac{\partial F}{\partial I_2} + I_2 \frac{\partial F}{\partial I_3} \right) \overline{\overline{B}} + \left( \frac{\partial F}{\partial I_2} + I_1 \frac{\partial F}{\partial I_3} \right) \overline{\overline{B}}^2 - \frac{\partial F}{\partial I_3} \overline{\overline{B}}^3 \right]$$
(4)

Kihasználva Cayley-Hamilton tételt a fenti összefüggést másodrendűre redukálhatjuk:

$$\overline{\overline{T}} = \rho \overline{\overline{F}} \frac{\partial F}{\partial \overline{\overline{C}}} \overline{\overline{F}}^{t} =$$

$$= \rho [(I_3 \frac{\partial F}{\partial I_3})\overline{\overline{I}} + (\frac{\partial F}{\partial I_1} + I_1 \frac{\partial F}{\partial I_2})\overline{\overline{B}} - \frac{\partial F}{\partial I_2}\overline{\overline{B}}^2]$$
(4)

A levezetett általános összefüggéseket a mérési eljárás adta egyszerűsítési lehetőségeket kihasználva redukálhatjuk. A kísérleti berendezés sémája a 4.1 ábrán látható.



4.1. ábra: A kísérleti berendezés elvi felépítése

A feltárt elmélet jelentősen egyszerűsíti a kísérleti munkát, hiszen tenzor-tenzor függvények helyett skalár-skalár függvényeket kell meghatározni.

A kísérleti elrendezésben az anyaghalmaz z-irányú összenyomódást szenved, az x-és yirányú deformáció gátolva van. Emiatt háromtengelyű feszültségi állapot lép fel, amelynél szimmetria és izotrópia okokból az x-és y-irányú feszültségek egyenlők. A 3.1. ábrából következik, hogy a Cauchy-Green-féle deformációs tenzor mátrixa

$$\begin{bmatrix} \overline{B} \\ \overline{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(4)

alakban írható fel. Az invariánsok pedig

$$I_{1} = tr\overline{B} = 2 + \varepsilon^{2}$$

$$I_{2} = \frac{1}{2} (tr^{2}\overline{B} - tr\overline{B}^{2}) = 2\varepsilon^{2} + 1$$

$$I_{3} = \det\overline{B} = \varepsilon^{2}$$

$$(4$$

$$.10)$$

Behelyettesítve ezeket a 4.8 kifejezésbe kapjuk, hogy

$$T_{xx} = T_{yy} = \rho \left[ \frac{\partial F}{\partial I_1} + (\varepsilon^2 + 1) \frac{\partial F}{\partial I_2} + \varepsilon^2 \frac{\partial F}{\partial I_3} \right],$$

$$T_{zz} = \rho \varepsilon^2 \left[ \frac{\partial F}{\partial I_1} + 2 \frac{\partial F}{\partial I_2} + \frac{\partial F}{\partial I_3} \right]$$
(4)

Foglalkozzunk most a szabadenergia függvény előállításával! A gyakorlati esetek nagy részére célszerű alak a másodrendű közelítés. Vizsgáljuk részletesen a következő szabadenergia függvényt

$$F = a(I_1 - 3)^2 + b(I_2 - 3)^2 + c(I_3 - 1)^2,$$
(4  
.12)

ahol a kifejezést úgy normáltam, hogy deformációmentes állapotban zérus legyen ( $\varepsilon$ =1 esetén  $I_1$ =3;  $I_2$ =3;  $I_3$ =1). Az a, b és c paraméterek dimenziója szintén Jm<sup>-3</sup>. Ekkor (4.11) két egyenletéből adódik, hogy

$$T_{xx} = T_{yy} = \rho [2a(\varepsilon^{2} - 1) + 2b(\varepsilon^{2} + 1)(\varepsilon^{2} - 1) + 2c\varepsilon^{2}(\varepsilon^{2} - 1)]$$

$$T_{zz} = \rho \varepsilon^{2} [2a(\varepsilon^{2} - 1) + 4b(\varepsilon^{2} - 1) + 2c(\varepsilon^{2} - 1)]$$
.13)

Ha az egyensúlyi feszültségek ( $T_{xx}=T_{yy}$  és  $T_{zz}$ ) között kimutatható olyan összefüggés, hogy közöttük arányosság áll fenn, és az lineáris, akkor a szabadenergia függvény (4.12) szerinti megválasztása jogosnak tekinthető. Ennek következménye, hogy a reológiai mérések elvégzésére a henger-dugattyú elven működő plasztométer megfelelő.

Vizsgáljunk két esetet. Az egyik, amikor a = -b. Ebben az esetben

$$\frac{T_{xx} = T_{yy}}{\rho(\varepsilon^2 - 1)\varepsilon^2} = 2a + 2c$$

$$\frac{T_{zz}}{\rho\varepsilon^2(\varepsilon^2 - 1)} = 2c - 2a$$
(4)

Látszik, hogy ilyenkor

$$T_{xx} = T_{yy} = \frac{a+c}{c-a} T_{zz} . (4)$$

A másik eset az legyen amikor c = -b. Most

$$\frac{T_{xx} = T_{yy}}{\rho(\varepsilon^2 - 1)} = 2a + 2c \tag{4}$$

$$\frac{T_{zz}}{\rho\varepsilon^2(\varepsilon^2 - 1)} = 4b = -4c \tag{4}$$

Nyilván ebben az esetben is fennáll az arányosság:

$$T_{xx} = T_{yy} = -\frac{a+c}{4c} T_{zz} . (4)$$

Eddigi vizsgálataimban az egyensúlyi feszültségek meghatározásával foglalkoztam, amelyek az anyag nemlineáris rugalmas tulajdonságát írják le. A modell számítógépes illesztésekor az egyensúlyi feszültségek további vizsgálatára nincs szükség, mert a reverzibilis rugalmas tulajdonság kísérleti úton is meghatározható. Nem szükséges tehát az *a*, *b* és *c* paraméterek valóságos fizikai jelentésének feltárása sem.

A következőkben a viszkózus feszültség meghatározásával foglalkozom, amely mint láttuk két részből áll: egy térfogati és egy nyírási viszkózus feszültségből.

Induljunk ki a (3.26) anyagi egyenletből és rendezzük át a következő alakba

$$\frac{1}{\rho_0} \overline{\overline{T}}_p - \frac{\partial F}{\partial \overline{\overline{C}}} = \int_0^t [\lambda(t-\tau)\overline{\delta}tr(\frac{d\overline{\overline{C}}}{d\tau}) + 2\mu(t-\tau)\frac{d\overline{\overline{C}}}{d\tau}]d\tau \quad . \tag{4}$$

Az egyenletből relaxáció folyamatra kell az anyagfüggvényeket meghatározni, ezért a kiértékelést is ennek megfelelően végezem el. A deformáció történet ebben az esetben ugrásfüggvénynek tekinthető, mivel a deformáció történet sebességfüggvény szerinti szakasza rövid a relaxációs folyamat időállandójához képest (lásd még az 3.2.2. fejezetet). Ekkor a deformáció sebesség Dirac-féle delta disztribúciónak tekinthető. Ezt kihasználva kapjuk a fenti egyenletből, hogy

$$\frac{1}{\rho_0} \overline{\overline{T}}_p - \frac{\partial F}{\partial \overline{\overline{C}}} = \lambda(t) \overline{\delta} t r 2 \overline{\overline{C}}_0 + 2\mu(t) 2 \overline{\overline{C}}_0 \quad . \tag{4}$$

Itt  $C_0$  a deformáció végértéke, melyhez az alábbi deformáció mátrix tartozik

$$[\overline{\overline{C_0}}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_0^2 \end{bmatrix}$$
(4  
.20)

Bontsuk fel koordinátákra a (4.19) egyenletet

$$\frac{1}{\rho_0} T_{pxx} - \left(\frac{\partial F}{\partial \overline{C}}\right)_{xx} = \frac{1}{\rho_0} T_{pyy} - \left(\frac{\partial F}{\partial \overline{C}}\right)_{yy} = 2\lambda(t)\varepsilon_0^2$$

$$\frac{1}{\rho_0} T_{pzz} - \left(\frac{\partial F}{\partial \overline{C}}\right)_{zz} = 2[\lambda(t) + 2\mu(t)]\varepsilon_0^2$$
(4)

Most látszik, hogy a térfogati viszkozitásra jellemző anyagfüggvény a

$$\lambda(t) = \frac{1}{2\varepsilon_0^2} \left[ \frac{1}{\rho_0} T_{pxx} - \left( \frac{\partial F}{\partial \overline{C}} \right)_{xx} \right], \qquad (4)$$

a nyírási viszkozitásra jellemző pedig a

$$\mu(t) = \frac{1}{4\varepsilon_0^2} \left\{ \frac{1}{\rho_0} T_{pzz} - \left(\frac{\partial F}{\partial \overline{C}}\right)_{zz} - \left[\frac{1}{\rho_0} T_{pxx} - \left(\frac{\partial F}{\partial \overline{C}}\right)_{xx}\right] \right\}$$
(4)

összefüggésből határozható meg, ahol  $(\frac{\partial F}{\partial \overline{C}})_{xx} = (\frac{\partial F}{\partial \overline{C}})_{yy}$ ;  $(\frac{\partial F}{\partial \overline{C}})_{zz}$  a szabadenergia függvény deformációtenzor szerinti deriválttenzorának megfelelő skalárkoordinátái.

# 4.1.2. Relaxáció-görbék illesztése az elméleti modellhez

A 3.1.2. fejezetben bebizonyítottam, hogy a szecskázott silókukorica halmaz anyagi viselkedése leírható három skalár függvénnyel (F,  $\lambda$ ,  $\mu$ ), amelyeket alkalmasan választott kísérleti berendezéssel lehet meghatározni. A 4.1.1. fejezet szerint ha henger - dugattyú elven működő plasztométert választunk, akkor a deformációs tenzor nagy mértékben leegyszerűsödik, hiszen az oldalirányú (*x*, *y*) deformáció gátolva van, a *z* irányú deformációnak pedig csak a végértékét kell figyelembe venni ( $\varepsilon_0$ ).

A relaxáció-görbék illesztését a sorozatos maradékképzés elvét felhasználva végeztem, figyelembe véve, hogy a z irányban mért feszültséget a gátolt elmozdulásból adódó  $T_{xx}$  is növeli, valamint hogy a mért értékek nem relaxáló, tehát időfüggetlen feszültség komponenst is tartalmaznak. Másként fogalmazva a  $\mu(t)$  és  $\lambda(t)$  függvények már tartalmazzák a szabadenergia függvény alakváltozási tenzor szerinti deriváltjának megfelelő skalárkoordinátáit mint mért értékeket. Az ily módon illesztett relaxáció-görbék tehát 4.22 és 4.23 egyenletek zárójelbe helyezett részét helyettesítik.

A modell illesztésére a Wolfram Research Mathematica 2.2 verzióját alkalmaztam. Feltételeztem, hogy a relaxáció-görbe paramétereiben lineáris. A Mathematica 2.2 LinearFit parancsa a legkisebb négyzetek módszerét alkalmazza, és táblázatos formában közli az illesztés statisztikai jellemzőit is (4. melléklet).

A vizsgálatnál alkalmazott mintahalmaz paraméterei (2.1.1. fejezet szerint) a következők voltak:

Р	0,87	S	4,63
Q	0,03	$M_1$	13,98
R	0,1	$M_2$	137,75

A minta anyaga silókukorica teljes növény zúzalék, szárazanyag tartalma 30%, a beállított elméleti szecskahosszúság 11 mm, térfogata pedig 2,576 dm<sup>3</sup> volt. A relatív alakváltozás a 4.1. ábra szerint értelmezve  $\varepsilon_0 = 0,2857$  volt. Az átlagsűrűség a megterhelési szakasz végére  $\rho_0 = 814$ ; 1000 és 1358 kg/m<sup>3</sup> - re adódott, a bemért tömeg függvényében (0,5; 0,75 és 1 kg). Természetesen a minta betöltésekor előtömörítést kellett alkalmazni, hogy a nagyobb tömegű minták is elférjenek a mintasilóban. Az előtömörítés kézzel, és igen kis deformációs sebességgel történt, hogy a  $\frac{ds_{irr}}{dt} = 0$  relációt közelítően teljesíteni lehessen.

A fenti adatokból kiindulva a térfogati és nyírási viszkozitást jellemző anyagfüggvények a következő képen alakulnak:

- A 4.2. ábra két diagramján a μ(t) és λ(t) függvényekben szereplő relaxáció görbék illeszkedését mutatom be a ρ<sub>01</sub> = 814 kgm<sup>-3</sup> sűrűségű minta példáján.
- A 4.3. ábra a A λ(t), a 4.4. ábra a μ(t) függvény változását szemlélteti a sűrűség függvényében.



 $\rho_{01} = 814 \text{ kg/m}^3 \text{ esetén},$ 



$$\lambda_{1}(t) = 6,1256 \left( e^{2,25478 - 0,013953t - 0,0000243229t^{2}} + e^{4,19405 - 0,497986t} \right)$$

$$\mu_1(t) = 3,0628 \left( e^{3,20579 - 0,00974866t - 0,0000518746t^2} + e^{4,6779 - 0,310253t} \right)$$





4.3. ábra: A  $\lambda(t)$  függvény változása a sűrűség függvényében



4.4. ábra: A  $\mu(t)$  függvény változása a sűrűség függvényében

Ahol  $\rho_{01}\text{=}814~\text{kgm}^{\text{-3}},\,\rho_{02}\text{=}1000~\text{kgm}^{\text{-3}}$  ,  $\rho_{03}\text{=}1358~\text{kgm}^{\text{-3}}$  átlagsűrűséget jelent.

A termodinamika szerint az egyensúlyi és reverzibilis feszültségek megegyeznek, ezért a szecskázott silókukorica halmaz relaxációja során mutatott irreverzibilis állapotváltozását leíró térfogati ( $\lambda$ ) és nyírási ( $\mu$ ) viszkozitási jellemzők a zérushoz tartanak, sőt fel is veszik a 0-értéket. A  $\lambda$ (t) és  $\mu$ (t) görbék meredeksége kapcsolatba hozható a relaxációs időállandóval, hiszen lineáris esetben a relaxációs idő megjelenik a relaxáció-görbe kitevőjében (Oszobov [33]).

A szecskázott silókukorica relaxációjának lefutását a halmazsűrűség határozza meg dominánsan. Háromszoros sűrűség növekedés két nagyságrenddel növeli meg  $\lambda$  és  $\mu$ kezdeti értékét. A 388 kgm<sup>-3</sup> sűrűségű minta mérési eredményét lépték probléma miatt külön diagramban ábrázoltam (4.5. és 4.6. ábra).

A minta szárazanyag tartalmának hatása ugyanakkor a várttól eltérően nem okozott nagyságrendi változást. Hatása különösen a relaxáció kezdeti szakaszában érvényesül, és a nyírási viszkozitási jellemzőben mutatkozik meg (4.6. ábra).



**4.5. ábra:** A  $\lambda(t)$  függvény változása a szárazanyag tartalom függvényében





**4.6. ábra:** A  $\mu(t)$  függvény változása a szárazanyag tartalom függvényében

Az általam vizsgált szecskaméret tartományban (10-45 mm) a halmaz relaxációja nem mutatott szignifikáns eltérést, ezért ezeket a diagramokat itt nem is közlöm. Megállapítható továbbá, hogy az ismertetett relaxáció vizsgálat alapján a szecskázott silókukorica halmaz belső összetételére vonatkozó következtetéseket levonni csak igen nagy hibával lehetséges.

## 4.1.3. Kúszás vizsgálat

A kúszás-jelenség vizsgálata analóg módon tárgyalható, mint a relaxáció-jelenség. Ezért az eredmények részletes levezetésének csak főbb lépéseit adom meg. Első lépésként a (3.11) és (3.12) összefüggésekben térjünk át a deformációs tenzorról, mint állapothatározóról a Piola-Kirchoff-féle feszültség tenzorra, mint állapothatározóra a

$$\begin{array}{l} u \to u, \\ \overline{\overline{C}} \to \overline{\overline{T}}_p, \\ \alpha \to \alpha \end{array}$$

$$(4.24)$$

pont-transzformációval. Ekkor (3.13) helyett a

$$\frac{1}{\rho_0} tr \left[ \left( \overline{\overline{C}} - \overline{\overline{C}}_{prev} \right) \frac{d\overline{\overline{T_p}}}{dt} \right] - \sum_i A_i \frac{d\alpha_i}{dt} \ge 0$$
(4.25)

bilineáris formát kapjuk. Az Onsager-féle anyagi egyenletek most a

$$\frac{1}{\rho_0} (\overline{\overline{C}} - \overline{\overline{C}}_{rev}) = \overline{\overline{D}} \frac{d\overline{\overline{T}_p}}{dt} + \overline{\overline{E}} \frac{d\overline{\alpha}}{dt},$$

$$\overline{\overline{h\alpha}} + \overline{\overline{G}} \frac{d\overline{\overline{T}}_p}{dt} + \overline{\overline{H}} \frac{d\overline{\alpha}}{dt} = 0$$
(4.26)

alakúak lesznek. A végeredmény a relaxációs vizsgálat végeredményéből (4.24) szerinti transzformációval a következő:

$$\frac{1}{\rho_0} \overline{\overline{C}} = \frac{1}{\rho_0} \overline{\overline{C}}_{rev} + \int_0^t [\lambda_K(t-\tau)\overline{\overline{\delta}}tr(\frac{d\overline{\overline{T}}_p}{d\tau}) + 2\mu_K(t-\tau)\frac{d\overline{\overline{T}}_p}{d\tau}]d\tau$$
(4.27)

ahol a  $\lambda_K(t-\tau)$  térfogati,  $\mu_K(t-\tau)$  pedig a nyírási kúszásfüggvények, melyek a termodinamika miatt zérushoz tartanak, miközben az idő tart végtelenhez. Ebből következik, hogy egyensúlyi állapotban (kúszási folyamat vége) az egyensúlyi és a reverzibilis deformáció azonos lesz.
A fenti anyagfüggvények természetesen még izotróp skalár függvényei a feszültség tenzornak. Ez a Cayley-Hamilton-tétel szerint azt jelenti, hogy a feszültség tenzor három  $I_1 = \text{tr}\overline{\overline{T_p}}, \quad I_2 = \frac{1}{2}(\text{tr}^2\overline{\overline{T_p}} - \text{tr}\overline{\overline{T_p}}^2), \quad I_3 = \text{det}\overline{\overline{T_p}}$  skalár invariánsától függnek.

Tekintettel arra, hogy a (4.27) összefüggésben a deformáció tenzor reverzibilis része is szerepel, így nagyszámú ismeretlenünk van. Szerencsére a Legendre-transzformáció (lásd 7. számú melléklet) segítségével be tudunk vezetni egy skalár függvényt az úgynevezett ko-szabadenergiát, melyből hasonlóan a relaxációs vizsgálatnál követett módszerhez a reverzibilis deformáció meghatározható. Valóban, ha bevezetjük a

$$F_{ko} = \operatorname{tr}\left(\overline{\overline{T}}_{p} \,\overline{\overline{C}}\right) - F \quad , \tag{4.28}$$

ko-szabadenergia függvényt, akkor a Legendre transzformáció tulajdonságai miatt fennáll, hogy

$$\stackrel{=}{C}_{rev} = \frac{\partial F_{ko}}{\partial \overline{T}_p} , \qquad (4.29)$$

A (4.27) eredményünkből, valamint a fentiekből következik, hogy a szecskázott anyaghalmaz kúszási szempontból is három anyagi viselkedést kifejező skalár függvénnyel jellemezhető:

$$F_{ko} = F_{ko} \left(\overline{\overline{T}}_{p}\right)$$
  

$$\lambda_{K} = \lambda_{K} (I_{1}, I_{2}, I_{3}; t - \tau), , \qquad (4.30)$$
  

$$\mu_{K} = \mu_{K} (I_{1}, I_{2}, I_{3}; t - \tau)$$

melyeket 3.2.3. fejezetben bemutatott kísérleti berendezéssel meghatároztam meg. A feszültség változását (a 3.2.2. fejezetben leírtak alapján) a kísérleti berendezésben ugrásfüggvénynek tekintettem, így

$$\left[\overline{\overline{C}} - \overline{\overline{C}}_{rev}\right]_i = \rho \left[\lambda_K(t)(T_{zz} + 2T_{xx}) + 2\mu_K(t)T_i\right], \quad (4.31)$$

ahol i=xx, yy, zz.

Legyen a pillanatnyi mintahossz h(t), az egyensúlyi  $h_e$ , a kezdeti pedig  $h_o$ , akkor írhatjuk, hogy

$$0 = \rho_o h_o^2 [\lambda_K(t)(T_{zz} + 2T_{xx}) + 2\mu_K(t)T_{xx}],$$
  

$$0 = \rho_o h_o^2 [\lambda_K(t)(T_{zz} + 2T_{yy}) + 2\mu_K(t)T_{yy}],$$
  

$$h^2(t) - h^2_e = \rho_o h_o^2 [\lambda_K(t)(T_{zz} + 2T_{xx}) + 2\mu_K(t)T_{zz}].$$
(4.32)

Itt T a megfelelő állandó értéken tartott feszültség koordinátát jelenti. A fenti egyenletekből  $T_{xx} = T_{yy}$  felhasználásával kapjuk, hogy

$$\mu_{K} = \frac{1}{\rho_{0}h_{0}^{2}} \cdot \frac{h^{2}(t) - h^{2}_{e}}{2(T_{zz} - T_{xx})} ,$$

$$\lambda_{K} = \frac{1}{\rho_{0}h_{0}^{2}} \cdot \left( -\frac{h^{2}(t) - h^{2}_{e}}{2(T_{zz} - T_{xx})} \cdot \frac{T_{xx}}{T_{zz} + 2T_{xx}} \right).$$
(4.33)

## 4.1.4. Kúszás görbék illesztése az elméleti modellhez

A 4.1.3. fejezetben leírtak szerint a kúszás jelenség a relaxációval analóg módon tárgyalható, tehát a halmaz anyagi viselkedése továbbra is három skalár függvénnyel ( $F_{ko}$ ,  $\lambda_{K}$ ,  $\mu_{K}$ ) írható le. A 3.2.3. fejezetben választott kísérleti berendezés bizonyos korlátok között alkalmas a deformáció időfüggésének meghatározására is. Kúszás méréskor ugyanis a vizsgáló függvényt a feszültség tenzor elemei jelentik, amely önmagában bonyolultabb, mint a relaxáció kísérletben bemenő jelként értelmezett deformáció tenzor, hiszen azt a gátolt oldalirányú deformáció lényegesen leegyszerűsítette. Tovább nehezíti a feladatot, hogy míg relaxáció vizsgálatoknál a deformáció könnyen állandó értéken tartható, addig kúszás mérés során a  $T_{zz}$ , és az abból származó  $T_{xx}=T_{yy}$  sem állandó. Gravitációs terhelésnél a gyorsulások, az általam kidolgozott metodikában pedig a szakaszos terhelés-kiegyenlítés közben lejátszódó relaxáció okoz pontatlanságot.

Az általam alkalmazott BEAM 33a5 mérőszoftver nem értelmezi helyesen a kapcsolási hiszterézist (a beállított felső értéken ki, az alsón bekapcsoljon), ráadásul a motorvezérlő relé is csak másodpercenként két kapcsolást tud hibamentesen elvégezni, ezért a kísérletek során manuálisan be kellett avatkoznom. Így természetesen nem volt értelme a szabályzási folyamatba az oldalnyomás értékek figyelését sem beiktatni. A manuális beavatkozás a következőt jelentette: A felterhelés idejére a deformáció sebességet a készüléken elérhető maximális értékre állítottam (1,92 mms<sup>-1</sup>), ezután pedig a legkisebb 0,54 mms<sup>-1</sup> -re kapcsoltam. Miután a relé legalább 0,5 másodpercig bekapcsolva tartja a terhelő motort, így érhettem el, hogy a terhelő függvény a mintasűrűség növekedésével arányosan csak kismértékben növekedjék. A kúszásgörbék illesztésekor a valódi terhelési görbét vettem figyelembe (5. melléklet).

A fent elmondottak ellenére mégis célszerűnek tartom az általam is alkalmazott hidas szakítógép elvén működő készülék alkalmazását, hiszen számos előnyös tulajdonsága is van:

- nagy terhelések megvalósítására alkalmas
- állandó terhelési sebességgel a dinamikus hatások kiküszöbölhetők
- a terhelési karakterisztika programból vezérelhető
- a mérőprogram figyelembe veheti a gravitáció és az oldalnyomás hatását is

A minták kezdeti átlagsűrűsége  $\rho_0 = 388 \text{ kg/m}^3$ , térfogata 8,96 dm<sup>3</sup> vagy 2,576 dm<sup>3</sup> volt, a beállított terhelés  $T_{zz} = 37$ ; 75; vagy 326 kPa függvényében. (Az erőmérő cella védelme érdekében a legnagyobb terhelést csak a dugattyúfelület csökkentésével, tehát kisebb mintahalmaz alkalmazásával tudtam elérni.) A minta betakarítási szárazanyag tartalma 27%-os volt, amely a mérések során a természetes száradás miatt növekedett.

A feszültséget kPa-ban, a deformációt mm-ben, az időt pedig percben helyettesítettem a 4.33 számú egyenletekbe. Ezek az egyenletek tartalmazzák a h(t) kúszásgörbéket, amely paramétereit az 5. mellékletben bemutatott eljárással határoztam meg. Példaként az 1. minta illeszkedését mutatom be a 4.7. ábrán.



**4.7. ábra:** A halmazmagasság változása a minta kúszása során (K1. minta). (T<sub>zz</sub>=75 kPa; 30% szárazanyag tartalom és 10 mm szecskahossz esetén)

A mintahalmazok paraméterei a következők voltak:

K1. minta:

	Elméleti szecskahossz	zúság	10 mm
Р	0,239	S	6,8
Q	0,489	M <sub>1</sub>	31,74
R	0,272	M <sub>2</sub>	95,03

K2. minta:

	Elméleti szecskahoss	zúság	45 mm
Р	0,8	S	16,747
Q	0,14	M <sub>1</sub>	38,1974
R	0,06	M <sub>2</sub>	196,1676

Az alábbiakban bemutatom, hogy a nagyságrendben eltérő terhelés, a jelentős nedvességtartalom különbség és a beállított szecskahosszúság hogyan változtatja meg a szecskázott silókukorica halmaz kúszását.



4.8. ábra: A szecskahosszúság hatása µ<sub>K</sub>-függvényre (K1, K2 minták).

$$\begin{split} \mu_{K1} &= 2,7688 \cdot 10^{-10} \cdot (e^{10,1274 - 0,017574t + 0,0003085t^2} - 138,75^2); \quad \lambda_{K1} = -0,16 \mu_{K1} \\ \mu_{K2} &= 2,7688 \cdot 10^{-10} \cdot (e^{10,2914 - 0,02050t + 0,0003835t^2} - 149^2); \quad \lambda_{K2} = -0,16 \mu_{K2} \end{split}$$



**4.9. ábra:** A szecskahosszúság hatása  $\lambda_{K}$ -függvényre (K1, K2 minták).

Mellékletek

A K3-K6. minták paraméterei:



**4.10. ábra:** A szárazanyag tartalom hatása µ<sub>K</sub>-függvényre (K3=27%, K4=45% minták).



**4.11. ábra:** A szárazanyag tartalom hatása  $\lambda_{K}$ -függvényre (K3, K4 minták).



**4.12. ábra:** A vizsgálati terhelés hatása  $\mu_{K}$ -függvényre (K5=37 kPa, K6=326 kPa minták).



**4.13. ábra:** A vizsgálati terhelés hatása  $\lambda_{K}$ -függvényre (K5, K6 minták).

A  $\lambda_{K}(t)$  és  $\mu_{K}(t)$  görbék meredeksége a retardációs időállandóval hozható kapcsolatba, hiszen lineáris esetben a retardációs idő jelenik meg a kúszásgörbe kitevőjében (Ashroft [1]). Ezért is fordítják egyes esetekben a retardációs időt kúszás késleltetési időnek [53].

Egyensúlyi állapotban a  $\lambda_{K}(t)$  és  $\mu_{K}(t)$  függvények is felveszik a zérus értéket, tehát a görbék meredeksége és a tengelymetszés helye jellemző a kúszási folyamatra. Vizsgálataim alapján a következő megállapításokat teszem:

A szecskázott silókukorica szárazanyag tartalma és szecskahosszúsága a halmaz kúszását főként a folyamat kezdeti szakaszában befolyásolja. A szárazanyag tartalom 66%os eltérése esetén már kb. 12 perc után  $\lambda_K(t)$  és  $\mu_K(t)$  görbék összesimulnak. Ez azért meglepő eredmény, mert tudjuk, hogy a növényi anyagok fizikai tulajdonságait a víztartalom dominánsan határozza meg.

A beállított szecskahosszúsában 350%-os eltérés okoz hasonló jelenséget. A görbék összesimulása ekkor kb. 15 perc után következik be. Ez várható eredmény, hiszen tudjuk, hogy a reológiai mérés alapján a halmaz méretösszetételére csak nagyon bizonytalan választ tudunk adni [64, 65].

A fenti két esetben az értékek hozzávetőleges megadását az indokolja, hogy a vizsgálati terhelés is befolyásolja a kúszás folyamatát. Ennek szemléltetésére 4.14. és 4.15. ábrán közös diagramban ábrázoltam a három paraméter hatását.



**4.14. ábra:** A térfogati viszkozitásra jellemző anyagfüggvény (μ<sub>K</sub>) alakulása a szecskázott silókukorica kúszása során.

Azokban az esetekben ahol nem tüntettem fel a vizsgálati terhelést, ott  $T_{zz} = 75$  kPa volt. Ahol a szárazanyag tartalom nincs jelölve, ott 30%-ot kell figyelembe venni, és a jelöletlen szecskahosszúság 11 mm. Megállapítható, hogy eltérő vizsgálati terhelés esetén a görbék csak a zérusban találkoznak.



4.15. ábra: A nyírási viszkozitásra jellemző anyagfüggvény (λ<sub>K</sub>) alakulása a szecskázott silókukorica kúszása során.

## 4.2. Új tudományos eredmények

 Az Onsager-féle nemegyensúlyi termodinamika anyagi egyenleteiből kiindulva levezettem, hogy a szecskázott anyaghalmaz <u>három skalár anyagi viselkedést kifejező</u> <u>függvénnyel jellemezhető</u>, amelyeket alkalmasan választott <u>kísérleti berendezéssel</u> <u>lehet meghatározni</u>. Ezek a függvények a következők:

szabadenergia	$F = F(\overline{C})$ ,
térfogati viszkozitási jellemző	$\lambda = \lambda(I_1, I_2, I_3; t - \tau),$
nyírási viszkozitási jellemző	$\mu = \mu(I_1, I_2, I_3; t - \tau),$

2. Az  $F = F(\overline{C})$  szabadenergia függvényt célszerű az alábbi másodrendű alakban felírni.  $F = a(I_1 - 3)^2 + b(I_2 - 3)^2 + c(I_3 - 1)^2$ 

Kimutattam, hogy ebben az esetben <u>az egyensúlyi feszültségek</u> ( $T_{xx}=T_{yy}$  és  $T_{zz}$ ) <u>között</u> <u>arányosság áll fenn</u>, ahol az arányossági tényező felírható a, b és c paraméterek lineáris kombinációjával. A paraméterek fizikai tartalmának meghatározásától eltekinthetünk, mert a második főtétel második részének értelmében az irreverzibilis állapotváltozás a térfogati és nyírási viszkózus feszültségek függvénye. Az a tény, hogy az egyensúlyi feszültségek között arányosság áll fenn, azt támasztja alá, hogy a kísérleti metodikának nem kell a tartósítás technológiájával hasonlóságot mutatnia, tehát alkalmazható a henger-dugattyú elven működő plasztométer.

3. Relaxációs kísérletekben az időbeli viselkedést leíró anyagfüggvények (λ, μ) és a szabadenergia függvény (F) is a Cauchy-Green-tenzor skalár invariánsaitól függ. Ez nagymértékben megkönnyíti a kísérleti munkát, hiszen tenzor-tenzor függvények helyett skalár-skalár függvények meghatározásáról van szó. Henger-dugattyú elven működő plasztométert alkalmazva további egyszerűsítésre nyílik lehetőség, hiszen az x és y irányú deformáció gátolva van, tehát a Cauchy-Green-tenzor mátrixa

$$\begin{bmatrix} = \\ B \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} \varepsilon^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$
alakú

A skalár invariánsok pedig:

$$I_1 = 2 + \varepsilon^2,$$
  

$$I_2 = 2\varepsilon^2 + 1$$
  

$$I_3 = \varepsilon^2.$$

Ez egyben azt is jelenti, hogy <u>az általam alkalmazott elmélet és mérési metodika nem</u> követeli meg a mérési eljárás és a feldolgozási technológia hasonlóságát. A relaxáció

folyamatra (feltéve hogy a deformáció sebesség Dirac-féle delta disztribúciónak tekinthető) <u>levezettem, hogy térfogati viszkozitásra jellemző anyagfüggvény</u> a

$$\lambda(t) = \frac{1}{2l_0^2} \left[ \frac{1}{\rho_0} T_{pxx} - \left( \frac{\partial F}{\partial \overline{C}} \right)_{xx} \right],$$

a nyírási viszkozitásra jellemző pedig a

$$\mu(t) = \frac{1}{4l_0^2} \left\{ \frac{1}{\rho_0} T_{pzz} - \left(\frac{\partial F}{\partial \overline{C}}\right)_{zz} - \left[\frac{1}{\rho_0} T_{pxx} - \left(\frac{\partial F}{\partial \overline{C}}\right)_{xx}\right] \right\}$$

összefüggésből határozható meg.

Számítógépes szimuláció segítségével meghatároztam  $\lambda(t)$  és  $\mu(t)$  anyagfüggvényeket különböző sűrűségű, szecskahosszúságú és szárazanyag tartalmú szecskázott silókukorica halmazokra. A relaxációs görbék illesztését a sorozatos maradékképzés elvét felhasználva végeztem, figyelembe véve, hogy a *z* irányban mért feszültséget a gátolt elmozdulásból adódó  $T_{xx}$  is növeli, valamint hogy a mért értékek nem relaxáló, tehát időfüggetlen feszültség komponenst is tartalmaznak.

4. A kúszás jelenség a relaxációval analóg módon tárgyalható, ha az alakváltozási tenzorról, mint állapothatározóról áttérünk a Piola-Kirchoff-féle feszültségtenzorra, mint állapothatározóra. A szecskázott anyaghalmaz kúszását szintén <u>három skalár anyagi viselkedést kifejező függvény jellemzi</u>, amelyeket alkalmasan választott kísérleti berendezéssel lehet meghatározni. Ezek a függvények a következők:

$$\begin{split} F_{ko} &= F_{ko}(\overline{T_P})\,,\\ \lambda_K &= \lambda_K(I_1,I_2,I_3;t-\tau),\\ \mu_K &= \mu_K(I_1,I_2,I_3;t-\tau). \end{split}$$

A kúszás folyamatra <u>levezettem, hogy a térfogati viszkozitásra jellemző</u> anyagfüggvény a

$$\mu_{K} = \frac{1}{\rho_{0}h_{0}^{2}} \cdot \frac{h^{2}(t) - h^{2}_{e}}{2(T_{zz} - T_{xx})}$$

a nyírási viszkozitásra jellemző pedig a

$$\lambda_{K} = \frac{1}{\rho_{0}h_{0}^{2}} \cdot \left( -\frac{h^{2}(t) - h^{2}_{e}}{2(T_{zz} - T_{xx})} \cdot \frac{T_{xx}}{T_{zz} + 2T_{xx}} \right)$$

összefüggésből határozható meg.

<u>Számítógépes</u> szimuláció segítségével meghatároztam  $\lambda_K(t)$  és  $\mu_K(t)$ anyagfüggvényeket eltérő szecskahosszúságú, valamint különböző szárazanyag tartalmú mintákra.

5. <u>Megterveztem és legyártottam egy készüléket, amely alkalmas a relaxációs idő és a</u> retardációs idő mérésére, valamint empirikus relaxáció- és kúszásgörbék felvételére. A

mintasiló oldalnyomásának mérésével lehetővé tettem a térbeli feszültségállapot kialakulásának és megváltozásának követését is. A készülék az adatokat számítógépes adathordozóra gyűjti, tehát azok további feldolgozása, kiértékelése zárt rendszerben történhet. A készülék a hidas szakítógép elvén működik, ezért alkalmas akár 60 dm<sup>3</sup>-es minta befogadására is.

6. Az <u>anaerob viszonyok kialakulásához szükséges vizsgálati terhelés</u> meghatározható a szecskázott halmaz impedanciájának mérésével. A metodika kidolgozásánál a munkahipotézisem az volt, hogy a halmaz struktúra változását a fizikai jellemzők módosulása kíséri, így a stabil belső szerkezet kialakulását valamely fizikai paraméter állandósulása jelzi. Véleményem szerint erre a célra a <u>fajlagos ellenállás nemfolytonos változásának vizsgálata alkalmas</u>. Megállapítottam, hogy állandó fegyverzet távolság mellett a szecskázott silókukorica halmaz impedanciája függ a nedvességtartalomtól, és a sűrűségtől, de mérhetően nem változik a minta relaxációja alatt. A halmaz kapacitív reaktanciája elhanyagolhatóan kicsiny, ezért nem követünk el nagy hibát, ha a mért impedanciát ohmos ellenállással helyettesítjük. <u>Bevezettem az</u>  $\frac{R}{\sigma\rho}$  <u>fajlagos</u>

<u>ellenállást</u>, amely a sűrűség, illetve a terhelés függvényében ábrázolva határozott töréspontot mutat. Mivel ezen a terhelésen a halmaz elemei nem szenvednek szemmel látható további károsodást, úgy vélem, hogy <u>a változást a részecskék maximális</u> <u>érintkezési felületének kialakulása, tehát másképpen fogalmazva az anaerob állapot létrejötte okozza</u>.

# 5. KÖVETKEZTETÉSEK, JAVASLATOK

Az eredmények hasznosítására és a kutatómunka továbbvitelére vonatkozó elképzeléseimet az alábbiak szerint foglalom össze:

- Véleményem szerint célszerű a modellezést különböző szinteken, eltérő bonyolultságú matematikai apparátust felhasználva elvégezni. Ha azt akarjuk, hogy munkánknak gyakorlati haszna legyen, ne akarjunk senkire általunk preferált bonyolult eljárásokat rákényszeríteni, hagyjuk, hogy a gyakorlati szakemberek válasszanak. A kutató feladata ennek a választéknak a bővítése.
- Az általam kidolgozott nemlineáris anyagmodell két különböző bonyolultsági fokkal rendelkező kimenetet is tartalmaz. Igény szerint a szabadenergia függvény paramétereinek fizikai jelentést adva a modell tetszés szerint tovább bővíthető, és bővítendő. Másrészt az általam publikált egyszerű mérési metodikával a modell minden átalakítást mellőzve a gyakorlat igényeinek mindenben megfelelő választ ad.
- A modellparaméterek számszerűsítését a célkitűzésben vállaltaknak megfelelően csak szecskázott silókukorica halmazra, és csak a szokásos terhelési függvények esetére végeztem el. A modell természetesen érvényes más növényfaj és nem halmazszerű növényi struktúrák vizsgálatára is, a megfelelő kísérletek elvégzését követően.
- A célkitűzésben nem silómodell felállítása, hanem anyagvizsgálati módszer kidolgozása és a szecskahalmaz irreverzibilis viselkedést leíró anyagfüggvények levezetése volt. Ezek átvitele a szilázs készítés gyakorlatára csak nagyszámú sikeres tartósítási és etetési kísérlet hozzárendelésével lehetséges, amelyek elvégzésére jelen munka keretében nem vállalkozhattam. Az anaerob határállapotra vonatkozó megállapításaim azonban véleményem szerint a gyakorlatban közvetlenül hasznosíthatók.
- A halmazszerű természetes anyagok vizsgálatánál gyakori feladat a halmaz belső összetételének leírása. A mérések megismételhetőségének érdekében a belső struktúra számszerű rögzítésének igénye jelen kutatási feladat során is felmerült. Javaslom a mezőgazdasági szakemberek körében közismert Szendrő féle hatparaméteres dekompozíciós eljárás alkalmazását, fenntartva az igényt a szabványosításra.

 Jelen disszertáció és korábbi saját- és társszerzős publikációim sem cáfolják, hogy a szecskázott anyaghalmazok vizsgálatánál napjainkban is létjogosultsága van a lineáris modelleknek is. Igaz ugyan, hogy a különböző típusú igénybevételekből más-más egyszerűsített lineáris modell vezethető le, de a modellek rendszerjellemző függvényei egymásba mindig átszámíthatók. Figyelembe kell vennünk továbbá, hogy a legegyszerűbb lineáris anyagmodell is alkalmas lehet egy jelenség leírására, amennyiben nem akarunk általános érvényű modellt alkotni, hanem megelégszünk egy bizonyos terhelési szakasz közelítésével és megadjuk az érvényességi határokat.

## 6. ÖSSZEFOGLALÁS

A szecskázott silókukorica és hasonló megmunkált növényi halmazok mechanikai jellemzőinek definíciója több szempontból eltér a szokványos szerkezeti anyagokétól. Csak durvaszemcsés leírásban tekinthető homogénnek, feldolgozása során véges deformációt szenved, és így arra kell az identifikációt is elvégezni. Viszkoelaszticitása miatt memóriával rendelkezik, amely alatt azt értjük, hogy belső energiája nem csak az állapothatározók pillanatnyi értékétől, hanem teljes állapottörténetüktől függ. Nyilvánvaló tehát, hogy a halmaz termo-mechanikai leírásához vagy belső változókat, vagy a funkcionál formalizmust célszerű alkalmazni. Ebből a feltevésből kiindulva értekezésem célkitűzéseit az alábbiak szerint valósítottam meg:

- A termodinamika főtételeiből kiindulva, az Onsager-féle nem egyensúlyi termodinamika anyagi egyenletekre vonatkozó összefüggéseit alkalmaztam, majd kihasználva, hogy a szecskázott halmaz nem folytonos folyadékként viselkedik, a szecskázott anyaghalmazt három anyagi viselkedést kifejező skalár függvénnyel jellemeztem, amelyeket alkalmasan választott kísérleti berendezéssel határoztam meg.
- Relaxáció kísérletekben az időbeli viselkedést leíró anyagfüggvények ( $\lambda$ ,  $\mu$ ) és a szabadenergia függvény (F) is a Cauchy-Green-tenzor skalár invariánsaitól függ. Ez nagymértékben megkönnyíti a kísérleti munkát, hiszen tenzor-tenzor függvények helyett skalár-skalár függvényeket kell meghatározni. Henger-dugattyú elven működő plasztométert alkalmazva további egyszerűsítésre nyílik lehetőség, hiszen az x és y irányú deformáció gátolva van. Ez egyben azt is jelenti, hogy az általam alkalmazott elmélet és mérési metodika nem követeli meg a mérési eljárás és a feldolgozási technológia hasonlóságát.
- Kimutattam, hogy az egyensúlyi feszültségek ( $T_{xx}=T_{yy}$  és  $T_{zz}$ ) között arányosság áll fenn, ahol az arányossági tényező felírható a, b és c paraméterek lineáris kombinációjával. A paraméterek fizikai tartalmának meghatározásától eltekinthetünk, mert a második főtétel második részének értelmében az irreverzibilis állapotváltozás a térfogati és nyírási viszkózus feszültségek függvénye.
- A kúszás jelenség a relaxációval analóg módon tárgyalható, ha a deformációs tenzorról, mint állapothatározóról áttérünk a Piola-Kirchoff-féle feszültségtenzorra, mint állapothatározóra.
- Az elvégzett kísérletek is azt bizonyítják, hogy a feszültség és a belső energia állapotfunkcionálja a deformáció történetnek és ezzel azt is, hogy a belső munka nélkülözhetetlen fogalom, amely azonban természetes módon vezethető be.

## SUMMARY

There are differences between mechanical parameters of silage and metals of machines' mechanical parts. First the chopped green silage may be treated as homogeneous material in a macro-scaled picture only, other hand the identification of the constitutive equation must be given for the case of finite deformation. The next problem is that because of viscoelasticity the material has memory. By the mentioned problem in an exact thermo-mechanical theory of this material may be given by means of hidden variables theory or functional method. According to the above mention, I have fulfilled my objectives as follows:

- Setting out from the fundamental lows of thermodynamics, I have adopted the relationships of material equations of the Onsagerian thermodynamics, and have utilized that the chopped forage does not behave as continuous fluid. I have characterized silage with three scalar functions, which have been measured in a special research apparatus.
- In relaxation experiments the material functions (λ, μ, F) which describes the temporal behaviour of silage depend on the scalar invariants of Cauchy-Green's strain tensor. That makes the experimental work easier, because we need to determine scalar-scalar functions instead of tensor-tensor functions. Applying a cylindrical rheometer, it is additionally possible to simplify the theory, for the deformation has hindrance from x, y direction. This means: the theory does not demand that the measuring method has to be similar to technology of ensilage.
- There are proportion between equilibrium stresses (T<sub>xx</sub>=T<sub>yy</sub> and T<sub>zz</sub>). The factor of proportion can be written down as linear combination of parameters a, b and c. It is not necessary to know the physical meaning of parameters, because the irreversible change of state depends on the volumetric, and tangential stress in accordance with the second part of second low of thermodynamics.
- The creeping of green mass can be discussed on the analogy of relaxation. We only need to turn to the Piola-Kirchhoff's tensor of stress from the tensor of deformation as state indicator.
- The experiments prove that the stress and the inner energy are state functions of the history of deformation, consequently the inner energy is an indispensable concept, which can be introduced in the natural way.

# MELLÉKLETEK

# M1. IRODALOMJEGYZÉK

## Idegenszerzős hivatkozott irodalom

- ASHCROFT, KJELGAARD. Compression Creep Properties of Reduced Forage. Transaction of ASAE, 1972, 3: 609-612.
- BALÁSSY Z. Nyomásnövekedés a kukoricának a tárolófal mentén való mozgásakor. Járművek, Mezőgazdasági Gépek, Budapest, 1987. 2: 73-75.
- 3. BALÁSSY Z.: Correction of data measured in a shear box. Soil and Tillage Research, Elsevier, Amsterdam, 1991. 2: 165-173.
- BARGALE P.C. et al. Studies on Rheological Behaviour of Canola and Wheat. Journal of Agricultural Engeneering Resourch, 1995. 61: 267-274.
- 5. BOCKISCH F.J, AUMÜLLER C. Anforderungen an die Häckselqualität. Landtechnik, 1989. 4: 135-137.
- 6. BOCKISCH F.J, GUTH N. Bewertung der Häckselsstruktur. Landtechnik, 1992. 5: 223-226.
- BÉDA, KOZÁK, VERHÁS. Kontinuum mechanika. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1986. 107-211 p.
- BÉDA, KOZÁK. Rugalmas testek mechanikája. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1987. 14-88 p.
- CSATLÓS Á. Mechanical properties of maize silage. XXVII. Óvári Tudományos Napok, Mosonmagyaróvár, 1998. VI. kötet, p. 1158-1162.
- CSERMELY J, SITKEI GY, FENYVESI L. A préselési eljárások mechanikája és energetikája. OTKA zárójelentés, Sopron – Gödöllő, 1992. (Hozzáférhető: FVM Műszaki Intézet, Gödöllő.)
- 12. DESSEWFY, KAPPEL. Gumik és műanyagok vizsgálata. Műszaki Kiadó, BP, 1966.

- 13. DJU IN JU, TEREKHOV. Opredelnije zavisimostji blinji rezki ot parametrov izmeltschajushego apparata. Traktori i selchozmashini, Moszkva, 1979. 6: 22.
- 14. O'DOGERTHY M.J, GALE G.E. An apparatus for the assessment of the length distribution of chopped forage. Journal Agricultural Engineering 1982. 1: 35-43.
- O'DOGERTHY M.J. Chop length distributions from forage harversters and a simula-tion model of chopping. Journal Agricultural Engineering 1984. 30: 165-173.
- FABORODE M.O, O'CALLAGHAN J.R. A Rheological Model for the Compaction of Fibrous Agricultural Materials. Journal of Agricultural Engeneering Resourch, 1989/42: 165-178.
- 17. FODOR GY. Lineáris rendszerek analízise. Műszaki Kiadó, Budapest, 1967.
- GALE G.E, NEALE M.A. An Apparatus to Measure the Relaxation of Crop Samples Following Copression. Journal of Agricultural Engeneering Resourch 1996/65: 247-252.
- 19. Gáspár Gy. Mátrix számítás. Műszaki Kiadó, Budapest, 1968
- GELENCSÉR E. Feszültségmező hatásának elemzése szálas halmaz tömörítésére modellkísérletekkel. Doktori értekezés, Gödöllő, 1997.
- GOLIKOV, ABILZSANOV. Issledovanije processa izmelcsenija grubkich kormov povyshennoj vlazhnosti. Vestnik selskochoz. nauki, Alma-Ata, 1977/3.
- 22. GUTH N. et al. Automatisierte bildanalytische messungen. Landtechnik, 1993/8-9: 434-438.
- HUSZÁR I, MÜLLER Z. Klassifizierung der rheologischen Modelle für landwirtschaftliche Stoffe. Technische Mechanik 6/1985 3: 64-70.
- KOMÁROMI N. et. al. A lucernaszár reológiai vizsgálata. Tudományos Diákköri dolgozat, Gödöllő, 1976.
- KROMER K. H. Möglichkeiten der Nachzerkleinerung bei Exaktfeldhäckslern. Grundlagen der Landtechnik 29/1979. 5: 166-175.
- LAKATOS J. Változó szalmahányadú takarmánypogácsák állandó terhelés alatti viselkedésének vizsgálata. ATE Keszthely Közleményei, Mosonmagyaróvár, 1982. 5: 119-127.
- MACSIHIN JU.A, MACSIHIN SZ.A. Élelmiszeripari termékek reológiája. Mezőgazdasági Kiadó, Budapest, 1987, p. 7-48.

- MAJKUTH et. al. Magajáró szecskázók összehasonlító vizsgálata. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1982, p. 1-90.
- 29. MÓZES GY. Reológia és reometria. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1968.
- 30. MOLLER F. Determination of particle length in cobs and wafers. Transaction os ASAE, 1975. p. 950-952.
- 31. MÜLLER Z. Növényi anyagok mechanikája. Egyetemi jegyzet, Gödöllő, 1989, 1-22 p.
- ORTH H.W.-PETERS H.: Ein Verfahren zur Bestimmung der Halmlänge mit Hilfe eines Schwingsiebes. Grundlagen Landtechnik 1975, 6: 187-188.
- OSZOBOV V. I. Teoretícseszkije osznovi uplotinija voloknisztik rasztitelnik materialov. Trudi VISZHOM, Vipuszk 55, Moszkva, 1967.
- PITT R. E. Theory of particle size distributions for chopped forages. Trasactions of ASAE 1987. 5: 1246-1253.
- REZNIK N.E. Teorija rezanija lezvijem I osznovi raszcsote. Masinosztroenije, Moszkva, 1975.
- 36. REYNOLDS A.M, WILLIAMS A.G. A Model of Silage Consolidation and Effluent Flow. Journal of Agricultural Engeneering Resourch 1995/61: 173-182.
- SAGIB et. al. Simulated ideal lendth of cut for forage harversters. Transaction of ASAE 1982. 5: 1237-1238.
- SAGIB et. al. Reducting particle length variation for forage harversters. Trasactions of ASAE 1983. 4: 1041-1043.
- 39. SCHURIG M. et al. Schnittlängen qualität. Landtechnik, 1996/3: 146-147.
- SEGLER G, WINKELER B. Der Einfluss der Zerkeleinerung von grünen Halmfutter auf die Silolagerung. Landtechnische Forschung, 1955/4: 42-48.
- 41. SITKEI GY. Mezőgazdasági anyagok mechanikája. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1981.
- SZENDRŐ P. A járvaszecskázó gépekben lejátszódó silókukorica aprítási folyamat elemzése. Kandidátusi értekezés, Gödöllő, 1975.
- SZENDRŐ P. A silókukorica-járvaszecskázó gépekben lejátszódó aprítási folyamat vizsgálata a szecskahosszúság eloszlásának elemzése alapján. Járművek, Mezőgazdasági Gépek. 1975. 5: 175–183.
- SZENDRŐ P. A járvaszecskázó gépekben lejátszódó silókukorica-aprítási folyamat elemzése. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1976.

- SZENDRŐ P. Aprított kukoricanövény méretősszetételének, főbb reológiai tulajdonságainak és szétválasztásának vizsgálata. Kutatási jelentés, ATE, Gödöllő, 1979.
- SZENDRŐ P.: Aprított zöldtakarmány struktúrájának komplex minősítése. Magyar Mezőgazdaság, 1979, 5: 24.
- SZENDRŐ P. Szálas zöldtakarmányok szecskázása. Akadémiai doktori értekezés, ATE Gödöllő, 1993.
- SZENDRŐ P. Szálastakarmányok szecskázása. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1995. p. 15-73.
- 49. TRUESDELL C, NOLL W. The Non-Linear Field Theories of Mechanics. Handbuch der Physik, Bd.III/3, Springer Verlag, 1965.
- 50. VERHÁS J. Termodinamika és reológia. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1995.
- 51. WEIPERT D. Beurteilung der Knetintenzitat der in der Teigrheologie eingesetzten registrierenden Kneter. Die Mühle + Michfuttertechnik 1987. 12: 147-151.

## A témakörben önállóan és szerzőtársként megjelentetett saját publikációk

- SZENDRŐ P, BENSE L, NAGY J, PETRÓCZKI K. The Interrelationship between the Size Range and the Rheological Properties of Alfalfa Chop. Hungarian Agricultural Engineering, 1989. 2: 14–16.
- 53. SZENDRŐ P, PETRÓCZKI K, NAGY J, BENSE L. Lucernaszecska méretösszetételének és reológiai tulajdonságainak összefüggései. MTA-MÉM Műszaki Bizottság Kutatási és Fejlesztési Tanácskozása, Gödöllő, MÉMMI, 1989. 1. kötet, p. 282–289.
- 54. SZENDRŐ P, BENSE L. A silóérés során végbemenő biológiai és kémiai folyamatok hatása a halmaz reológiai jellemzőire. MTA Agrárműszaki Bizottság Kutatási és Fejlesztési Tanácskozása, Gödöllő, FM Műszaki Intézet, 1991. 2. kötet, p. 354–358.
- 55. SZENDRŐ P, BENSE L. Szecskázással nyert aprított növényi halmazokra kidolgozott kúszási modell. MTA Agrárműszaki Bizottság Kutatási és Fejlesztési Tanácskozása, Gödöllő, FM Műszaki Intézet, 1991. 2. kötet, p. 359–363.
- SZENDRŐ P, BENSE L. Szecskázással nyert aprított növényi halmazokra kidolgozott relaxációs modell. MTA–MÉM AMB Kutatási és Fejlesztési Tanácskozás, Gödöllő, 1992, p. 38.

- 57. BENSE LÁSZLÓ. Aprított növényi részekből álló halmazok reológiai tulajdonságainak vizsgálata. Aktualni zadaci mehanizacije poljopivrede, Opatija, 1995. p. 161-169.
- 58. BENSE L, SZENDRŐ P. Energetic and work quality investigation of maize stalk caffing with along-stalk digesting. Hungarian Agricultural Engineering, Gödöllő, 1996. 9: 12-16.
- SZENDRŐ P, BENSE L, KISS T. Silókukorica szecskázás előtti roncsolásának hatása a szilázsalapanyag minőségére. Járművek, Építőipari és Mezőgazdasági Gépek, 43. évfolyam, 1996. 4: 140-143.
- SZABÓ I, KÁTAI L, BENSE L. A digitális képfeldolgozás alkalmazási lehetőségei a mezőgazdaságban. MTA-Agrárműszaki Bizottság Kutatási és Fejlesztési Tanácskozása Gödöllő, 1996. 3: 126-131.
- 61. SZENDRŐ P, BENSE L, KISS T. A zöldtakarmányok aprítás előtti mechanikai kezelésének hatása a szecskahalmaz minőségi mutatóira. MTA-Agrárműszaki Bizottság Kutatási és Fejlesztési Tanácskozása Gödöllő, 1996. 1. kötet, p. 256-261.
- SZENDRŐ P, BENSE L. Szecskahalmazok reológiája. XXVI. Óvári Tudományos Napok, Mosonmagyaróvár, 1996. IV. kötet, p. 962-968.
- 63. SZENDRŐ P, BENSE L. Measuring of rheological properties of silage. Agricultural Engeneering, 1997. 10: 56-59.
- SZENDRŐ P, BENSE L. A szecskahalmaz belső strukturája és reológiája közötti összefüggések vizsgálata. Járművek, Építőipari és Mezőgazdasági Gépek, 44/1997. 12: 431-434.
- 65. SZENDRŐ P, BENSE L. Újabb eredmények a szecskahalmaz belső struktúrája és reológiája közötti összefüggések vizsgálatában. MTA-Agrárműszaki Bizottság Kutatási és Fejlesztési Tanácskozása Gödöllő, 1997. 1. kötet, p. 192-197.
- 66. SZENDRŐ P, KIS P, BENSE L.: Analysing chopped green maize forages by the fractions. Agricultural Engeneering, 1998. 11: 33-35.
- SZENDRŐ P, KIS P, BENSE L.: Silókukorica-szecska frakcionált struktúra vizsgálata. Járművek, Építőipari és Mezőgazdasági Gépek, 1998. 12: 447-450.
- SZENDRŐ P, BENSE L. Szecskahalmazok mechanikai tulajdonságainak mérése többfunkciós reométerrel. Mezőgazdasági Technika, 1998. 9: 2-4.
- SZENDRŐ P, BENSE L.: Szecskahalmazok mechanikai tulajdonságainak vizsgálata többfunkciós reométerrel. MTA-Agrárműszaki Bizottság Kutatási és Fejlesztési Tanácskozása 1998, Gödöllő. FVMMI, 1998; 3. kötet, p. 133-138.

- SZENDRŐ P, KIS P, BENSE L.: Kukoricaszecska morfológiailag frakcionált eloszlásfüggvényei. MTA-Agrárműszaki Bizottság Kutatási és Fejlesztési Tanácskozása, 1998, Gödöllő. FVMMI, 1998, 3. kötet, p. 139-144.
- SZENDRŐ P, BENSE L. A kukoricaszecska reológiai tulajdonságainak közelítése lineáris anyagmodellekkel. XXVII. Óvári Tudományos Napok, 1998, Mosonmagyaróvár. Pannon Agrártudományi Egyetem, 1998; V. kötet, p. 1034-1038.
- SZENDRŐ P, KIS P, BENSE L. A corn-cracker alkalmazásának hatása a silókukoricaszecska struktúrájára. XXVII. Óvári Tudományos Napok, 1998, Mosonmagyaróvár. Pannon Agrártudományi Egyetem, 1998; V. kötet, p. 1039-1043.
- SZENDRŐ P, BENSE L, KIS P. Megmunkált növényi struktúrák modellezése. Kutatási jelentés, MTA TKI – GATE . Gödöllő, 1998. (Hozzáférhető: GATE Géptani Intézet, Gödöllő)
- 74. SZENDRŐ P, BENSE L. A kukoricaszecska reológiai tulajdonságainak közelítése lineáris anyagmodellekkel. MTA-Agrárműszaki Bizottság Kutatási és Fejlesztési Tanácskozása, 1999. Gödöllő. FVMMI, 1999, 5 p.
- 75. SZABÓ I, BENSE L. Napraforgó kaszat reológiai vizsgálata MTA-Agrárműszaki Bizottság Kutatási és Fejlesztési Tanácskozása, 1999. Gödöllő. FVMMI, 1999, 5 p.
- 76. SZENDRŐ P, KIS P, BENSE L. Szemroppantó szerkezet üzemeltetési paramétereinek meghatározása modellkísérletekkel. MTA-Agrárműszaki Bizottság Kutatási és Fejlesztési Tanácskozása, 2000. Gödöllő. FVMMI, 2000, 5 p.
- BENSE L, SZENDRŐ P, VINCZE GY. Silókukorica-szecska tömörítése korlátozott feltételek között. MTA-Agrárműszaki Bizottság Kutatási és Fejlesztési Tanácskozása, 2000. Gödöllő. FVMMI, 2000, 5 p.
- BENSE L, DR. SZENDRŐ P, VINCZE GY. Silókukorica-szecska tömörítése korlátozott feltételek között. Járművek, 2000. 10: 27-29.
- 79. BENSE L, DR. SZENDRŐ P, VINCZE GY. Thermodynamocs of rheological models. Hungarian Agricultural Engineering, 2000, 13: 12-14.

## Szoftver hivatkozások

 BENKŐ J. Eljárás a dekompozíciós modell paraméter becslésére. (HISZ.EXE) Gödöllő, 1990. (Hozzáférhető: GATE Géptani Intézet, Gödöllő)

81. Wolfram Research inc. Mathematica 2.2.

# M2. ÁBRÁK JEGYZÉKE

2.1. ábra: A retardációs idő	15
származtatása	
2.2. ábra: A relaxációs idő származtatása	16
2.3. ábra. Szendrő-féle kúszásmodell	
2.4. ábra. Szendrő-féle	26
relaxációmodell	
2.5. ábra. Farbode és O'Callaghan ötelemes modellje	
3.1. ábra. Szigetelt mérőhenger impedancia vizsgálathoz	
3.2. ábra. A minta elektromos helyettesítő kapcsolása	
3.3. ábra. A fajlagos ellenállás változása a mérés során	44
3.4. ábra. A fajlagos ellenállás változás 30% szárazanyag tartalom esetén	45
3.5. ábra. A fajlagos ellenállás változás 40% szárazanyag tartalom esetén	45
3.6. ábra. Silókukorica szecska	50
nyomódiagramja	
3.7. ábra. A nyomóerő, és a megterhelés sebessége közötti összefüggés	
3.8. ábra. Mérő-összeállítás reológiai	52
vizsgálatokhoz	
3.9. ábra. A terhelő mechanizmus és a mintabefogó edény nézeti	53
képe	
3.10. ábra. A	55
motorvezérlés	
3.11. ábra. Az adatgyűjtő és vezérlő	55
egység	
3.12. ábra. Az erőmérő-cella hitelesítése	
3.13. ábra. Az emelő mechanizmus merevségének	57
vizsgálata	
4.1. ábra. A kísérleti berendezés elvi	61
felépítése	
4.2. ábra. Relaxáció görbe illesztése ( $\rho_0=814 \text{ kg/m}^3$ )	
4.3. ábra. A $\lambda(t)$ függvény változása a sűrűség függvényében	
4.4. ábra. A u(t) függvény változása a sűrűség függvényében	
4.5 ábra A $\lambda(t)$ függvény változása a szárazanyag tartalom	68
függvényében	
46 ábra A u(t) függvény változása a szárazanyag tartalom	69
filogyényéhen	
4.7 ábra. A halmazmagasság változása a minta kúszása során	74
$4.8$ ábra A szecskahosszúság hatása $\lambda$ .	
fijoovényre	
4.9ábra A szecskahosszúság hatása u	75
$\pi$ . $\pi$ , $\mu$ action in the second second matrix $\mu_k$	
1 10 ábra A szárszanyag tartalam hatása à függyányra	76
4.10. abra. A szarazanyag tartatom natasa $\lambda_k$ luggvenyre	

4.11. ábra. A szárazanyag tartalom hatása $\mu_k$ függvényre	76
4.12. ábra. A vizsgálati terhelés hatása $\lambda_k$	77
függvényre	
4.13. ábra. A vizsgálati terhelés hatása μ <sub>k</sub> függvényre	77
4.14. ábra. A térfogati viszkozitásra jellemző anyagfüggvény alakulása a szecskázott	
silókukorica kúszása során	78
4.14. ábra. A térfogati viszkozitásra jellemző anyagfüggvény alakulása a szecskázott	
silókukorica kúszása során	79

# M4. RELAXÁCIÓ GÖRBE ILLESZTÉSE

A vizsgálatnál alkalmazott mintahalmaz paraméterei (2.1.1. fejezet szerint) a következők voltak:

Р	0,87
Q	0,03
R	0,1
S	4,63
$M_1$	13,98
$M_2$	137,75

A minta anyaga silókukorica teljes növény zúzalék, szárazanyag tartalma 30%, térfogata 2,576 dm<sup>3</sup> volt. A relatív deformáció  $l_0 = 0,7143$  volt, az átlagsűrűség az összenyomás végére  $\rho_0 = 814$  kg/m<sup>3</sup> - re adódott.

#### tz=ReadList["A:ad11.prn"]

 $\{259.1687, 150.4482, 139.3643, 133.2518, 129.0139, 125.8354, 123.3089, 121.2714, 119.4784, 117.9299, 116.6259, 115.4034, 114.3439, 113.3659, 112.4694, 111.6544, 110.9209, 110.1874, 109.5355, 108.8835, 108.313, 107.824, 107.2535, 106.7645, 106.357, 105.9495, 105.542, 105.1345, 104.727, 104.3195, 104.075, 103.6675, 103.3415, 103.0155, 102.771, 102.445, 102.119, 101.8745, 101.63, 101.3855, 101.8745, 101.5485, 101.2225, 100.8965, 100.652, 100.4075, 100.815, 100.489, 100.163, 99.9185, 99.674, 99.511, 99.2665, 99.022, 98.85901, 98.61451, 98.45151, 98.20701, 98.04401, 97.88101, 97.71801, 97.47351, 97.31051, 97.14751, 96.98452, 96.82152, 96.65852, 96.49552, 96.41402, 96.25102, 96.08802, 95.92502, 95.76202, 95.68052, 95.51752, 95.35452, 95.27302, 95.11002, 95.02852, 94.86553, 94.70253, 94.62103, 94.45803, 94.37653, 94.21353, 94.13203, 94.05053, 93.88753, 93.80603, 93.64303, 93.56153, 93.48003, 93.31703, 93.23553, 93.15403, 92.99104, 92.90954, 92.82804, 92.74654, 92.58354\}$ 

## txy=ReadList["A:ad12.prn"]

 $\{58.44, 35.89, 31.02, 29.47, 28.58, 27.91, 27.34, 26.87, 26.48, 26.12, 25.81, 25.53, 25.27, 25.03, 24.83, 24.63, 24.44, 24.27, 24.11, 23.95, 23.81, 23.67, 23.56, 23.41, 23.31, 23.19, 23.09, 23, 22.89, 22.81, 22.7, 22.63, 22.53, 22.44, 22.39, 22.3, 22.22, 22.14, 22.08, 22.03, 21.94, 21.89, 21.81, 21.75, 21.69, 21.62, 21.56, 21.52, 21.47, 21.41, 21.36, 21.31, 21.27, 21.23, 21.17, 21.12, 21.08, 21.03, 20.98, 20.94, 20.92, 20.86, 20.83, 20.78, 20.75, 20.72, 20.67, 20.64, 20.59, 20.56, 20.53, 20.5, 20.47, 20.42, 20.39, 20.36, 20.31, 20.3, 20.27, 20.23, 20.2, 20.17, 20.12, 20.11, 20.09, 20.06, 20.02, 20, 19.97, 19.94, 19.92, 19.89, 19.86, 19.83, 19.81, 19.77, 19.77, 19.73, 19.72, 19.67\}$ 

## merpontok=Table[{2\*i,tz[[i]]-txy[[i]]},{i,1,100}]

 $\{\{2, 200.729\}, \{4, 114.558\}, \{6, 108.344\}, \{8, 103.782\}, \{10, 100.434\}, \{12, 97.9254\}, \{10, 100.434\}, \{12, 97.9254\}, \{10, 100.434\}, \{10, 10$ 89.8734}, {26, 89.0739}, {28, 88.3359}, {30, 87.6394}, {32, 87.0244}, {34, 86.4809},  $\{36, 85.9174\}, \{38, 85.4255\}, \{40, 84.9335\}, \{42, 84.503\}, \{44, 84.154\}, \{46, 83.6935\},$ {48, 83.3545}, {50, 83.047}, {52, 82.7595}, {54, 82.452}, {56, 82.1345}, {58, 81.837}, *{*60, 81.5095*}, <i>{*62, 81.375*}, <i>{*64, 81.0375*}, <i>{*66, 80.8115*}, <i>{*68, 80.5755*}, <i>{*70, 80.381*},* {72, 80.145}, {74, 79.899}, {76, 79.7345}, {78, 79.55}, {80, 79.3555}, {82, 79.9345}, {84, 79.6585}, {86, 79.4125}, {88, 79.1465}, {90, 78.962}, {92, 78.7875}, {94, 79.255},  $\{96, 78.969\}, \{98, 78.693\}, \{100, 78.5085\}, \{102, 78.314\}, \{104, 78.201\}, \{106, 78.969\}, \{106,$ 77.9965}, {108, 77.792}, {110, 77.689}, {112, 77.4945}, {114, 77.3715}, {116, 77.177}, {118, 77.064}, {120, 76.941}, {122, 76.798}, {124, 76.6135}, {126, 76.4805}, {128, 76.3675}, {130, 76.2345}, {132, 76.1015}, {134, 75.9885}, {136, 75.8555}, {138, 75.824}, {140, 75.691}, {142, 75.558}, {144, 75.425}, {146, 75.292}, {148, 75.2605}, {150, 75.1275}, {152, 74.9945}, {154, 74.963}, {156, 74.81}, {158, 74.7585}, {160, 74.6355}, {162, 74.5025}, {164, 74.451}, {166, 74.338}, {168, 74.2665}, {170, 74.1235},  $\{172, 74.072\}, \{174, 74.0305\}, \{176, 73.8875\}, \{178, 73.836\}, \{180, 73.703\}, \{182, 74.072\}, \{174, 74.0305\},$ 73.6415}, {184, 73.59}, {186, 73.457}, {188, 73.4055}, {190, 73.344}, {192, 73.221},  $\{194, 73.1395\}, \{196, 73.098\}, \{198, 73.0265\}, \{200, 72.9135\}\}$ 





merpontok1=Table[{2\*i,Log[tz[[i]]-txy[[i]]-72.9135+0.1]},{i,1,100}]

 $\{\{2, 4.85137\}, \{4, 3.73157\}, \{6, 3.5704\}, \{8, 3.43296\}, \{10, 3.31855\}, \{12, 3.22334\}, \{10, 3.31855\}, \{12, 3.22334\}, \{10, 3.31855\}, \{11, 3.22334\}, \{11, 3.22334\}, \{11, 3.22334\}, \{11, 3.22334\}, \{11, 3.22334\}, \{12, 3.22334\}, \{12, 3.22334\}, \{12, 3.22334\}, \{13, 3.2234\}, \{13, 3.2244\}, \{13, 3.224, 3.22$  $\{14, 3.14223\}, \{16, 3.07213\}, \{18, 3.00493\}, \{20, 2.94425\}, \{22, 2.89051\}, \{24, 3.14223\}, \{16, 3.07213\}, \{18, 3.00493\}, \{20, 2.94425\}, \{21, 2.89051\}, \{24, 3.14223\}, \{18, 3.14223\}, \{18, 3.14223\}, \{18, 3.14223\}, \{21, 2.1423\}, \{21, 3.14223\}, \{22, 3.14223\}, \{22, 3.14223\}, \{23, 3.14223\}, \{24, 3.14223, 3.142223\}, \{24, 3.142223, 3.142223, 3.142223, 3.142223, 3.142223, 3.142223, 3.142223, 3.142223, 3.142223, 3.142223, 3.142223, 3.142223, 3.142223, 3.142223, 3.142223, 3.142223, 3.142223,$ 2.83673}, {26, 2.78873}, {28, 2.74228}, {30, 2.69638}, {32, 2.65401}, {34, 2.61501}, 2.38693}, {48, 2.35527}, {50, 2.32567}, {52, 2.29717}, {54, 2.26577}, {56, 2.23227},  $\{58, 2.19983\}, \{60, 2.16286\}, \{62, 2.14728\}, \{64, 2.10706\}, \{66, 2.07919\}, \{68,$ 2.04924}, {70, 2.02386}, {72, 1.99218}, {74, 1.95805}, {76, 1.93456}, {78, 1.90754}, {80, 1.87824}, {82, 1.96305}, {84, 1.92352}, {86, 1.88692}, {88, 1.84577}, {90, 1.81621}, {92, 1.78742}, {94, 1.86276}, {96, 1.81735}, {98, 1.77147}, {100, 1.73959}, {102, 1.70484}, {104, 1.68408}, {106, 1.64538}, {108, 1.60513}, {110, 1.58422}, {112, 1.54351}, {114, 1.51689}, {116, 1.47328}, {118, 1.44704}, {120, 1.41767}, {122, 1.38241, {124, 1.335}, {126, 1.29938}, {128, 1.26808}, {130, 1.22994}, {132, 1.19029}, {134, 1.15531}, {136, 1.11252}, {138, 1.10211}, {140, 1.05693}, {142, 1.00961}, {144, 0.959932}, {146, 0.907662}, {148, 0.894871}, {150, 0.838986}, {152, 0.779793}, {154, 0.765245}, {156, 0.691406}, {158, 0.665272}, {160, 0.599951}, {162, 0.524154}, {164, 0.493189}, {166, 0.421686}, {168, 0.373651}, {170, 0.27005}, {172, 0.229944}, {174, 0.196413, {176, 0.0714179}, {178, 0.0222799}, {180, -0.117062}, {182, -0.188706},  $\{184, -0.25292\}, \{186, -0.440787\}, \{188, -0.524198\}, \{190, -0.633879\}, \{192, -0.633879\}, \{192, -0.633879\}, \{192, -0.633879\}, \{192, -0.633879\}, \{192, -0.633879\}, \{193, -0.6388, -0.6388, -0.6388, -0.6388, -0.63$ 0.897616}, {194, -1.12074}, {196, -1.25688}, {198, -1.54628}, {200, -2.30219}}





Mellékletek
-------------

# <<Statistics`LinearRegression`Regress[merpontok1,{1,x,x^2},x]

ParameterTable ->

	Estimate	SE	TStat	PValue
1	3,20579	0,0993676	32,2619	0
х	-0,00974866	0,00227068	-4,29327	0,000041757
x <sup>2</sup>	-0,0000518746	0,0000108909	-4,76311	0

RSquared -> 0,931388; AdjustedRSquared -> 0,929973

EstimatedVariance -> 0,10538

ANOVATable ->

	DoF	SoS	MeanSS	FRatio	PValue
Model	2	138,759	69,3794	658,373	0
Error	97	10,2219	0,10538		
Total	99	148,981			

```
g[x_] := 72.9135 - 0.1 + Exp[3.20579] * Exp[-0.00974866 * x - 0.00000518746 * x^2]
```

marpont=Table[{2\*i,Log[tz[[i]]-txy[[i]]-g[2\*i]+0.1]},{i,1,8}]



## Regress[marpont,{1,x},x]

ParameterTable ->

	Estimate	SE	TStat	PValue
1	4,6779	0,300901	15,5463	0
х	-0,310253	0,0297936	-10,4134	0,0000459524

RSquared -> 0,94757; AdjustedRSquared -> 0,938832

EstimatedVariance -> 0,149127

ANOVATable ->

	DoF	SoS	MeanSS	FRatio	PValue
Model	1	16,1712	16,1712	108,439	0,0000459524
Error	6	0,89476	0,149127		
Total	7	17,0659			

## l[x\_]:=Exp[4.6779]\*Exp[-0.310253\*x]

## $j[x_]:=g[x]+l[x]$

elteresek:=Table[{2\*i,j[2\*i]-tz[[i]]+txy[[i]]},{i,1,100}]







103

## t=ReadList["A:ad12.prn"]

 $\{58.44, 35.89, 31.02, 29.47, 28.58, 27.91, 27.34, 26.87, 26.48, 26.12, 25.81, 25.53, 25.27, 25.03, 24.83, 24.63, 24.44, 24.27, 24.11, 23.95, 23.81, 23.67, 23.56, 23.41, 23.31, 23.19, 23.09, 23, 22.89, 22.81, 22.7, 22.63, 22.53, 22.44, 22.39, 22.3, 22.22, 22.14, 22.08, 22.03, 21.94, 21.89, 21.81, 21.75, 21.69, 21.62, 21.56, 21.52, 21.47, 21.41, 21.36, 21.31, 21.27, 21.23, 21.17, 21.12, 21.08, 21.03, 20.98, 20.94, 20.92, 20.86, 20.83, 20.78, 20.75, 20.72, 20.67, 20.64, 20.59, 20.56, 20.53, 20.5, 20.47, 20.42, 20.39, 20.36, 20.31, 20.3, 20.27, 20.23, 20.2, 20.17, 20.12, 20.11, 20.09, 20.06, 20.02, 20, 19.97, 19.94, 19.92, 19.89, 19.86, 19.83, 19.81, 19.77, 19.73, 19.72, 19.67\}$ 

#### merpontok=Table[{2\*i,t[[i]]},{i,1,100}]

 $\{\{2, 58.44\}, \{4, 35.89\}, \{6, 31.02\}, \{8, 29.47\}, \{10, 28.58\}, \{12, 27.91\}, \{14, 27.34\}, \{14, 2$  $\{16, 26.87\}, \{18, 26.48\}, \{20, 26.12\}, \{22, 25.81\}, \{24, 25.53\}, \{26, 25.27\}, \{28, 25.03\}, \{26, 25.27\}, \{28, 25.03\}, \{28$  $\{30, 24.83\}, \{32, 24.63\}, \{34, 24.44\}, \{36, 24.27\}, \{38, 24.11\}, \{40, 23.95\}, \{42, 23.81\}, \{40, 23.95\}, \{42, 23.81\}, \{41, 23.81\}, \{41, 23.81\}, \{41, 23.81\}, \{42, 23.81\}, \{42, 23.81\}, \{43, 24.83\}, \{43, 24.83\}, \{44, 23.81\}, \{44$  $\{44, 23.67\}, \{46, 23.56\}, \{48, 23.41\}, \{50, 23.31\}, \{52, 23.19\}, \{54, 23.09\}, \{56, 23\}, \{56, 2$  $\{58, 22.89\}, \{60, 22.81\}, \{62, 22.7\}, \{64, 22.63\}, \{66, 22.53\}, \{68, 22.44\}, \{70, 22.39\}, \{61, 22.39\}, \{62, 22.39\}, \{63, 22.44\}, \{70, 22.39\}, \{63, 22.44\}, \{70, 22.39\}, \{70,$  $\{72, 22.3\}, \{74, 22.22\}, \{76, 22.14\}, \{78, 22.08\}, \{80, 22.03\}, \{82, 21.94\}, \{84, 21.89\}, \{84,$  $\{86, 21.81\}, \{88, 21.75\}, \{90, 21.69\}, \{92, 21.62\}, \{94, 21.56\}, \{96, 21.52\}, \{98, 21.47\}, \{96, 21.52\}, \{98, 21.47\}, \{98$ 21.12}, {114, 21.08}, {116, 21.03}, {118, 20.98}, {120, 20.94}, {122, 20.92}, {124, 20.86}, {126, 20.83}, {128, 20.78}, {130, 20.75}, {132, 20.72}, {134, 20.67}, {136, 20.64, {138, 20.59}, {140, 20.56}, {142, 20.53}, {144, 20.5}, {146, 20.47}, {148, 20.57}, {146, 20.47}, {148, 20.57}, {148, 20.47}, {148, 2 20.42, {150, 20.39}, {152, 20.36}, {154, 20.31}, {156, 20.3}, {158, 20.27}, {160, 20.23, {162, 20.2}, {164, 20.17}, {166, 20.12}, {168, 20.11}, {170, 20.09}, {172, 20.2}, {168, 20.11}, {170, 20.09}, {172, 20.2}, {168, 20.11}, {170, 20.09}, {172, 20.2}, {168, 20.11}, {170, 20.09}, {172, 20.2}, {168, 20.11}, {170, 20.09}, {172, 20.2}, {168, 20.11}, {170, 20.09}, {172, 20.2}, {168, 20.11}, 20.06}, {174, 20.02}, {176, 20}, {178, 19.97}, {180, 19.94}, {182, 19.92}, {184, 19.89}, {186, 19.86}, {188, 19.83}, {190, 19.81}, {192, 19.77}, {194, 19.77}, {196, 19.73}, {198, 19.72, {200, 19.67}}



#### merpontok1=Table[{2\*i,Log[t[[i]]-19.67+0.1]},{i,1,100}]

 $\{\{2, 3.66022\}, \{4, 2.79239\}, \{6, 2.43799\}, \{8, 2.29253\}, \{10, 2.19834\}, \{12, 2.12106\}, \}$  $\{14, 2.05027\}, \{16, 1.98787\}, \{18, 1.93297\}, \{20, 1.87947\}, \{22, 1.83098\}, \{24, 1.87947\}, \{21, 1.87947\}, \{22, 1.83098\}, \{24, 1.87947\}, \{21, 1.87947\}, \{22, 1.83098\}, \{24, 1.87947\}, \{22, 1.83098\}, \{24, 1.87947\}, \{23, 1.87947\}, \{24,$ 1.78507, {26, 1.74047}, {28, 1.69745}, {30, 1.66013}, {32, 1.62137}, {34, 1.58309}, 1.38379, {48, 1.34547}, {50, 1.31909}, {52, 1.28647}, {54, 1.25846}, {56, 1.23256},  $\{58, 1.19996\}, \{60, 1.17557\}, \{62, 1.14103\}, \{64, 1.11841\}, \{66, 1.08519\}, \{68, 1.08519\}, \{68, 1.08519\}, \{61, 1.08519\}, \{61, 1.08519\}, \{61, 1.08519\}, \{62, 1.08519\}, \{63, 1.08519\}, \{63, 1.08519\}, \{63, 1.08519\}, \{63, 1.08519\}, \{63, 1.08519\}, \{64,$ 1.05431, {70, 1.03674}, {72, 1.0043}, {74, 0.97456}, {76, 0.943906}, {78, 0.920283}, {80, 0.900161}, {82, 0.86289}, {84, 0.841567}, {86, 0.806476}, {88, 0.779325}, {90, 0.751416}, {92, 0.71784}, {94, 0.688135}, {96, 0.667829}, {98, 0.641854}, {100, 0.609766}, {102, 0.582216}, {104, 0.553885}, {106, 0.530628}, {108, 0.506818}, {110, 0.470004, {112, 0.438255}, {114, 0.41211}, {116, 0.378436}, {118, 0.34359}, {120, 0.314811}, {122, 0.300105}, {124, 0.254642}, {126, 0.231112}, {128, 0.19062}, {130, 0.165514, {132, 0.139762}, {134, 0.0953102}, {136, 0.0676586}, {138, 0.0198026},  $\{140, -0.0100503\}, \{142, -0.040822\}, \{144, -0.0725707\}, \{146, -0.105361\}, \{148, -0.0100503\}, \{142, -0.040822\}, \{144, -0.0725707\}, \{146, -0.105361\}, \{148, -0.0100503\}, \{141, -0.0100503\}, \{142, -0.040822\}, \{144, -0.0725707\}, \{142, -0.0105361\}, \{143, -0.0105361\}, \{144, -0.000561\}, \{144, -0.000561\}, \{144, -0.000561\}, \{144, -0.000561\}, \{144, -0.000561\}, \{144, -0.000561\}, \{144, -0.000561\}, \{144$ 0.162519, {150, -0.198451}, {152, -0.235722}, {154, -0.301105}, {156, -0.314711}, {158, -0.356675}, {160, -0.415515}, {162, -0.462035}, {164, -0.510826}, {166, -0.597837, {168, -0.616186}, {170, -0.653926}, {172, -0.71335}, {174, -0.798508},  $\{176, -0.84397\}, \{178, -0.916291\}, \{180, -0.994252\}, \{182, -1.04982\}, \{184, -1.13943\}, \{178, -0.916291\}, \{180, -0.994252\}, \{181, -1.13943\}, \{181, -1.13944\}, \{181, -1.13944\},$  $\{186, -1.23787\}, \{188, -1.34707\}, \{190, -1.42712\}, \{192, -1.60944\}, \{194, -1.60944\},$  $\{196, -1.83258\}, \{198, -1.89712\}, \{200, -2.30259\}\}$ 

## ListPlot[merpontok1]



<<Statistics`LinearRegression`Regress[merpontok1,{1,x,x^2},x] ParameterTable ->

	Estimate	SE	TStat	PValue
1	2.25478	0.0707947	31.8495	0
х	-0.013953	0.00161776	-8.6249	0
x <sup>2</sup>	-0.0000243229	7.75926 10 <sup>-6</sup>	-3.13469	0.00227646

RSquared -> 0.958274; AdjustedRSquared -> 0.957414 EstimatedVariance -> 0.0534897

ANOVATable ->

	DoF	SoS	MeanSS	FRatio	PValue
Model	2	119.158	59.5792	1113.84	0
Error	97	5.18851	0.0534897		
Total	99	124.347			

## g[x\_]:=19.67-0.1+Exp[2.25478]\*Exp[-0.013953\*x-0.0000243229\*x^2]

marpont=Table[{2\*i,Log[t[[i]]-g[2\*i]+0.1]},{i,1,4}]

 $\{\{2, 3.39115\}, \{4, 2.00253\}, \{6, 1.02607\}, \{8, 0.396732\}\}$ 





## Regress[marpont,{1,x},x]

	Estimate	SE	TStat	PValue
1	4.19405	0.329017	12.7472	0.00609795
х	-0.497986	0.0600701	-8.29008	0.0142406

RSquared -> 0.971722; AdjustedRSquared -> 0.957582

EstimatedVariance -> 0.0721682

ANOVATable ->

	DoF	SoS	MeanSS	FRatio	PValue
Model	1	4.95979	4.95979	68.7254	0.0142406
Error	2	0.144336	0.0721682		
Total	3	5.10413			

## l[x\_]:=Exp[4.19405]\*Exp[-0.497986\*x]

 $j[x_]:=g[x]+l[x]$ 

elteresek:=Table[{2\*i,j[2\*i]-t[[i]]},{i,1,100}]



108


109

# M5. KÚSZÁS GÖRBE ILLESZTÉSE

# d=ReadList["A:kuszdef1.prn"]

#### h=210-d

# hmerpontok=Table[{2\*i,h[[i]]},{i,1,30}]

 $\{\{2, 91\}, \{4, 85\}, \{6, 85\}, \{8, 81\}, \{10, 81\}, \{12, 81\}, \{14, 81\}, \{16, 81\}, \{18, 81\}, \\ \{20, 81\}, \{22, 81\}, \{24, 81\}, \{26, 81\}, \{28, 81\}, \{30, 81\}, \{32, 80\}, \{34, 80\}, \{36, 80\}, \\ \{38, 80\}, \{40, 80\}, \{42, 80\}, \{44, 80\}, \{46, 80\}, \{48, 80\}, \{50, 80\}, \{52, 80\}, \{54, 80\}, \\ \{56, 80\}, \{58, 80\}, \{60, 80\} \}$ 



#### ListPlot[hmerpontok]

# hmerpontok1=Table[{2\*i,Log[-6400+h[[i]]^2+0.1]},{i,1,30}]

 $\{\{2, 7.53961\}, \{4, 6.7155\}, \{6, 6.7155\}, \{8, 5.08203\}, \{10, 5.08203\}, \{12, 5.08203\}, \{14, 5.08203\}, \{16, 5.08203\}, \{18, 5.08203\}, \{20, 5.08203\}, \{22, 5.08203\}, \{24, 5.08203\}, \{26, 5.08203\}, \{28, 5.08203\}, \{30, 5.08203\}, \{32, -2.30259\}, \{34, -2.30259\}, \{36, -2.30259\}, \{38, -2.30259\}, \{40, -2.30259\}, \{42, -2.30259\}, \{44, -2.30259\}, \{46, -2.30259\}, \{48, -2.30259\}, \{50, -2.30259\}, \{52, -2.30259\}, \{54, -2.30259\}, \{56, -2.30259\}, \{58, -2.30259\}, \{60, -2.30259\} \}$ 



# <<pre><<Statistics`LinearRegression` Regress[hmerpontok1,{1,x,x^2},x] ParameterTable ->

	Estimate	SE	TStat	PValue
1	8,62777	1,07621	8,0260	0
			7	
х	-0,276178	0,0800179	-	0,00185024
			3,45145	
Х	0,00119325	0,00125218	0,9528	0,349114
2			6	

RSquared -> 0,802947; AdjustedRSquared -> 0,788351 EstimatedVariance -> 3,36851

## ANOVATable ->

	D		SoS		MeanS		FRatio	PVal
	oF				S			ue
Mod	2		370,60		185,30		55,009	0
el		1		1		6		
Erro	27		90,949		3,3685			
r		9						
Tota	29		461,55					
1		1						

h[x\_]:=6400-0.1+Exp[8.62777]\*Exp[-0.276178\*x+0.00119325\*x^2]

(\*r=0.896; rkrit=0.742; szabfok=14; szignszint=0.1%\*)

# tzz=ReadList["A:kusztzz1.prn"]

{322, 343, 399, 363, 345, 333, 388, 357, 345, 337, 331, 404, 367, 356, 348, 343, 338, 335, 331, 328, 387, 370, 361, 355, 351, 347, 344, 341, 338, 337}

```
tz:=Mean[tzz]
tz
5272/15
tx:=83
tx
mk[x_]:=(h1[x]-tx^2)/(2*(Tz-Tx))
lk[x_]:=-mk[x]*(Tx/(Tz+2*Tx))
```

## mka=Table[{2\*i,mk[2\*i]},{i,1,30}]

 $\{\{2, 4.39747\}, \{4, 1.54566\}, \{6, -0.0970845\}, \{8, -1.05213\}, \{10, -1.61251\}, \{12, -1.94436\}, \{14, -2.14269\}, \{16, -2.26231\}, \{18, -2.33513\}, \{20, -2.37986\}, \{22, -2.40758\}, \{24, -2.42493\}, \{26, -2.43588\}, \{28, -2.44286\}, \{30, -2.44735\}, \{32, -2.45025\}, \{34, -2.45216\}, \{36, -2.45342\}, \{38, -2.45425\}, \{40, -2.45482\}, \{42, -2.4552\}, \{44, -2.45546\}, \{46, -2.45564\}, \{48, -2.45577\}, \{50, -2.45586\}, \{52, -2.45592\}, \{54, -2.45596\}, \{56, -2.456\}, \{58, -2.45602\}, \{60, -2.45604\} \}$ 





0.35

0.3

0.25

·10

20

30

40

50

60

# M6. CAYLEY-HAMILTON-TÉTEL

Legyen A n-edrendű mátrix és tekintsük a hozzá tartozó sajátérték feladatot

$$\overline{\overline{Au}} = \lambda \overline{u} \quad . \tag{6m1}$$

A feladat akkor oldható meg, ha

$$\det(\overline{A} - \lambda \overline{I}) = 0 \quad , \tag{6m2}$$

ahol  $\overline{I}$  az egységmátrix. Kifejtve a determinánst kapjuk a mátrix ugynevezett karakterisztikus polinomját:

$$\det(\overline{\overline{A}} - \lambda \overline{\overline{I}}) = (-1)^n \left(\lambda^n - p_1 \lambda^{n-1} - \dots - p_n\right) = 0$$
(6m3)

A mátrix sajátértékei tehát kielégítik a

$$P(\lambda) = \left(\lambda^n - p_1 \lambda^{n-1} - \dots - p_n\right) = 0$$
(6m4)

egyenletet.

A Cayley-Hamilton-tétel azt mondja ki, hogy a mátrix ugyancsak kielégíti a fenti egyenletet, azaz

$$P(A) = \begin{pmatrix} =n & =n-1 \\ A & -p_1 A & -\dots - p_n \end{pmatrix} = 0.$$
 (6m5)

A tétel bizonyítása egyszerű! Transzformáljuk ugyanis átlós alakra az A mátrixot. Ekkor a mátrix átlójában a sajátértékek állnak, melyek kielégítik a karakterisztikus polinomból adódó egyenletet. Tehát igaz a tétel.

# M7. Legendre-transzformáció

Legyen x tetszőleges tenzori rendű mennyiség és legyen f(x) ennek skalár potenciálja. Képezzük f

$$y = \frac{\partial f(x)}{\partial x} = y(x) \tag{7m1}$$

gradiensét és tételezzük fel, hogy y(x) invertálható x-re. Az f(x) skalár potenciál Legendre transzformáltja a

$$g(y) = x \circ y - f(x) \tag{7m2}$$

skalár potenciál, ahol a kör az általános skalár szorzás jele. Ha az általánosított skalár szorzásról feltételezzük, hogy érvényes rá a szorzás differenciálására vonatkozó szabály, akkor bizonyítjuk, hogy

$$x = \frac{\partial g(y)}{\partial y} . \tag{7m3}$$

Ehhez képezzük g teljes differenciálját. Ekkor kapjuk, hogy

$$dg = dx \circ y + x \circ dy - \frac{\partial f}{\partial x} \circ dx =$$

$$= (y - \frac{\partial f}{\partial x}) \circ dx + x \circ dy$$
(7m4)

melyből figyelembe véve a (7m2) összefüggést kapjuk (7m3) bizonyítását.

# KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

Kedves kötelezettségemnek teszek eleget, amikor köszönetet mondok mindazoknak, akik tízéves kutatómunkám során jószándékú bírálatokkal, biztatással és támogatással segítettek a pályán, és disszertációm megírásában.

Külön köszönet illeti témavezetőmet, Dr. Szendrő Péter professzor urat, mindenre kiterjedő figyelméért, Dr. Vincze Gyula adjunktus urat, aki elméleti kutatásaimat segítette, és Dr. Petróczky Károlyt, aki méréstechnikai tanácsokkal látott el.

Kutatásaimat anyagi forrásokkal támogatta a Magyar Tudományos Akadémia Megmunkált Növényi Struktúrák Kutatócsoportja, és a Szent István Egyetem Gépészmérnöki Kara. Köszönet érte.